

ТРУДЫ БГТУ

Научный журнал



Серия 3

**ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
НАУКИ И ИНФОРМАТИКА**

№ 1 (302) 2026 год

Рубрики номера:

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

Математика

Теоретическая механика

Физика

ИНФОРМАТИКА И ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

Моделирование процессов

и управление в технических системах

Обработка и передача информации

Алгоритмизация и программирование



Минск 2026

Учреждение образования
«Белорусский государственный
технологический университет»

ТРУДЫ БГТУ

Научный журнал

Издается с июля 1993 года

Серия 3

**ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
НАУКИ И ИНФОРМАТИКА**

№ 1 (302) 2026 год

Выходит два раза в год

Минск 2026

Учредитель – учреждение образования «Белорусский государственный технологический университет»

Главный редактор журнала – Касперович Сергей Антонович, кандидат экономических наук, доцент, Республика Беларусь

Редакционная коллегия журнала:

Флейшер В. Л., доктор технических наук, доцент (заместитель главного редактора), Республика Беларусь;
Жарский И. М., кандидат химических наук, профессор, Республика Беларусь;
Флюрик Е. А., кандидат биологических наук, доцент (секретарь), Республика Беларусь;
Водопьянов П. А., член-корреспондент НАН Беларуси, доктор философских наук, профессор, Республика Беларусь;
Прокопчук Н. Р., член-корреспондент НАН Беларуси, доктор химических наук, профессор, Республика Беларусь;
Наркевич И. И., доктор физико-математических наук, профессор, Республика Беларусь;
Новикова И. В., доктор экономических наук, профессор, Республика Беларусь;
Черная Н. В., доктор технических наук, профессор, Республика Беларусь;
Куликович В. И., кандидат филологических наук, доцент, Республика Беларусь;
Торчик В. И., доктор биологических наук, Республика Беларусь;
Башкиров В. Н., доктор технических наук, профессор, Российская Федерация;
Каухова И. Е., доктор фармацевтических наук, профессор, Российская Федерация;
Жантасов К. Т., доктор технических наук, профессор, Республика Казахстан;
Эркаев А. У., доктор технических наук, профессор, Республика Узбекистан;
Горинштейн Ш., доктор наук, профессор, Государство Израиль;
Маес Воутер, доктор наук, профессор, Королевство Бельгия.

Редакционная коллегия серии:

Наркевич И. И., доктор физико-математических наук, профессор (главный редактор серии), Республика Беларусь;
Урбанович П. П., доктор технических наук, профессор (заместитель главного редактора серии), Республика Беларусь;
Соловьева И. Ф., кандидат физико-математических наук, доцент (ответственный секретарь), Республика Беларусь;
Крук Н. Н. доктор физико-математических наук, профессор, Республика Беларусь;
Асмыкович И. К., кандидат физико-математических наук, доцент, Республика Беларусь;
Карпович Д. С., кандидат технических наук, доцент, Республика Беларусь;
Романенко Д. М., кандидат технических наук, доцент, Республика Беларусь;
Калинин А. И., доктор физико-математических наук, профессор, Республика Беларусь;
Леваков А. А., доктор физико-математических наук, профессор, Республика Беларусь;
Листопад Н. И., доктор технических наук, профессор, Республика Беларусь;
Мазаник С. А., доктор физико-математических наук, профессор, Республика Беларусь;
Прихожий А. А., доктор технических наук, профессор, Республика Беларусь;
Сайко А. П., доктор физико-математических наук, Республика Беларусь;
Фурс А. Н. доктор физико-математических наук, профессор, Республика Беларусь;
Жумаев Одил, доктор технических наук, Республика Узбекистан;
Маес Воутер, доктор наук, профессор, Королевство Бельгия.

Адрес редакции: ул. Свердлова, 13а, 220006, г. Минск.

Телефоны: главного редактора журнала – (+375 17) 343-94-32;

главного редактора серии – (+375 17) 399-49-60.

E-mail: root@belstu.by, <http://www.belstu.by>

Свидетельство о государственной регистрации средств массовой информации

№ 1329 от 23.04.2010, выданное Министерством информации Республики Беларусь.

Журнал включен в «Перечень научных изданий Республики Беларусь для опубликования результатов диссертационных исследований»

Educational institution
“Belarusian State Technological University”

PROCEEDINGS OF BSTU

Scientific Journal

Published monthly since July 1993

Issue 3

**PHYSICS
AND MATHEMATICS.
INFORMATICS**

No. 1 (302) 2026

Published biannually

Minsk 2026

Publisher – educational institution “Belarusian State Technological University”

Editor-in-chief – Kasperovich Sergey Antonovich, PhD (Economics), Associate Professor, Republic of Belarus

Editorial (Journal):

Fleisher V. L., DSc (Engineering), Associate Professor (deputy editor-in-chief), Republic of Belarus;

Zharskiy I. M., PhD (Chemistry), Professor, Republic of Belarus;

Flyurik E. A., PhD (Biology), Associate Professor (secretary), Republic of Belarus;

Vodop'yanov P. A., Corresponding Member of the National Academy of Sciences of Belarus, DSc (Philosophy), Professor, Republic of Belarus;

Prokopchuk N. R., Corresponding Member of the National Academy of Sciences of Belarus, DSc (Chemistry), Professor, Republic of Belarus;

Narkevich I. I., DSc (Physics and Mathematics), Professor, Republic of Belarus;

Novikova I. V., DSc (Economics), Professor, Republic of Belarus;

Chernaya N. V., DSc (Engineering), Professor, Republic of Belarus;

Kulikovich V. I., PhD (Philology), Associate Professor, Republic of Belarus;

Torchik V. I., DSc (Biology), Republic of Belarus;

Bashkirov V. N., DSc (Engineering), Professor, Russian Federation;

Kaukhova I. E., DSc (Pharmaceutics), Professor, Russian Federation;

Zhantasov K. T., DSc (Engineering), Professor, Republic of Kazakhstan;

Erkayev A. U., DSc (Engineering), Professor, Republic of Uzbekistan;

Gorinshteyn Sh., DSc, Professor, State of Israel;

Maes Wouter, DSc, Professor, Kingdom of Belgium.

Editorial (Issue):

Narkevich I. I., DSc (Physics and Mathematics), Professor (editor-in-chief of the series), Republic of Belarus;

Urbanovich P. P., DSc (Engineering), Professor (deputy editor-in-chief of the series), Republic of Belarus;

Solov'yeva I. F., PhD (Physics and Mathematics), Associate Professor (executive editor), Republic of Belarus.

Kruk N. N., DSc (Physics and Mathematics), Professor, Republic of Belarus;

Asmykovich I. K., PhD (Physics and Mathematics), Associate Professor, Republic Belarus;

Karpovich D. S., PhD (Engineering), Associate Professor, Republic of Belarus;

Romanenko D. M., PhD (Engineering), Associate Professor, Republic of Belarus;

Kalinin A. I., DSc (Physics and Mathematics), Professor, Republic of Belarus;

Levakov A. A., DSc (Physics and Mathematics), Professor, Republic of Belarus;

Listopad N. I., DSc (Engineering), Professor, Republic of Belarus.

Mazanik S. A., DSc (Physics and Mathematics), Professor, Republic of Belarus;

Prihozhiy A. A., DSc (Engineering), Professor, Republic of Belarus;

Saiko A. P., DSc (Physics and Mathematics), Republic of Belarus;

Furs A. N., DSc (Physics and Mathematics), Professor, Republic of Belarus;

Jumaev Odil, DSc (Engineering), Republic of Uzbekistan;

Maes Wouter, DSc, Professor, Kingdom of Belgium.

Contact: 13a, Sverdlova str., 220006, Minsk.

Telephones: editor-in-chief (+375 17) 343-94-32;

editor-in-chief of the series (+375 17) 399-49-60.

E-mail: root@belstu.by, <http://www.belstu.by>

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

МАТЕМАТИКА MATHEMATICS

УДК 517.977

А. А. Якименко

Белорусский государственный технологический университет

МОДАЛЬНАЯ УПРАВЛЯЕМОСТЬ ОДНОЙ ДВУМЕРНОЙ СИСТЕМЫ ЗАПАЗДЫВАЮЩЕГО ТИПА С ПЯТЬЮ СОИЗМЕРИМЫМИ ЗАПАЗДЫВАНИЯМИ

В публикации рассмотрено решение задачи модального управления для двумерной стационарной динамической системы с запаздывающим аргументом с одним входом и пятью соизмеримыми запаздываниями в одном выделенном случае. Дано определение задачи модального управления для исследуемой системы. Задача модального управления является одной из основных задач теории управления. Она заключается в приведении коэффициентов характеристического квазиполинома замкнутой системы к заданному виду, что позволяет, например, стабилизировать систему. Задача модального управления хорошо изучена для систем без запаздывания. Для систем с запаздывающим аргументом и систем нейтрального типа решение задачи модального управления значительно сложнее. В статье приведено решение поставленной задачи при определенных условиях на значения параметров исследуемой системы с запаздыванием. Также получены регуляторы по типу обратной связи, решающие задачу модального управления для рассматриваемой системы. Эти регуляторы найдены в частотной области как элементарные функции коэффициентов исходной системы. Также приведены правила, согласно которым полученные регуляторы переводятся из частотной области в регуляторы по типу обратной связи для исследуемой системы. Дан иллюстративный пример решения задачи модального управления для рассматриваемой системы. Приведен список литературы, в которой задача модального управления решается для других систем с запаздыванием и систем нейтрального типа.

Ключевые слова: запаздывающие системы, модальное управление, регуляторы, обратная связь, запаздывание, соизмеримые запаздывания.

Для цитирования: Якименко А. А. Модальная управляемость одной двумерной системы запаздывающего типа с пятью соизмеримыми запаздываниями // Труды БГТУ. Сер. 3, Физико-математические науки и информатика. 2026. № 1 (302). С. 5–14.

DOI: 10.52065/2520-6141-2026-302-1.

A. A. Yakimenka

Belarusian State Technological University

MODAL CONTROLLABILITY OF ONE TWO-DIMENSIONAL DELAYED SYSTEM WITH FIVE COMMENSURATE DELAYS

The publication considers the solution of the modal control problem for a two-dimensional stationary dynamic system with a retarded argument with one input and five commensurate delays in one selected case. The definition of the modal control problem for the system under study is given. The modal control

problem is one of the main problems of control theory. It consists in reducing the coefficients of the characteristic quasi-polynomial of a closed system to a given form, which allows, for example, to stabilize the system. The modal control problem has been well studied for systems without delay. For systems with a retarded argument and neutral type systems, the solution of the modal control problem is much more complicated. In the article, a solution to the problem is obtained under certain conditions on the values of the parameters of the system with delay. Feedback-type controllers are also obtained that solve the modal control problem for the system under study. These controllers are found in the frequency domain as elementary functions of the coefficients of the original system. The rules according to which the obtained regulators are transferred from the frequency domain to the feedback type regulators for the system under study are also given. An illustrative example of solving the modal control problem for the system under study is considered. A list of literature is given in which the modal control problem is solved for other systems with delay and neutral type systems.

Keywords: delayed systems, modal control, regulators, feedback control, delay, commensurate delays.

For citation: Yakimenka A. A. Modal controllability of one two-dimensional delayed system with five commensurate delays. *Proceedings of BSTU, issue 3, Physics and Mathematics. Informatics*, 2026, no. 1 (302), pp. 5–14 (In Russian).

DOI: 10.52065/2520-6141-2026-302-1.

Введение. Задача модального управления является одной из основных задач теории управления. Такая задача достаточно хорошо изучена для систем без запаздывания. Для систем с запаздывающим аргументом и систем нейтрального типа [1–8] решение задачи модального управления значительно сложнее. Это обусловлено тем, что пространство состояний таких систем как правило бесконечномерно. В данной работе решается задача модального управления для двумерной стационарной динамической системы с одним входом и пятью соизмеримыми запаздываниями в одном специальном случае. Получены регуляторы по принципу обратной связи, решающие задачу модального управления. Такие регуляторы в частотной области являются элементарными функциями коэффициентов рассматриваемой системы. В статье дан иллюстративный пример решения такой задачи.

Основная часть. Рассмотрим линейную стационарную систему с запаздывающим аргументом с одним входом и пятью соизмеримыми запаздываниями:

$$\dot{x}(t) = \sum_{j=0}^5 A_j x(t - jh) + bu(t), \quad (1)$$

где A_j , $j = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ – постоянные (2×2) -матрицы; $h > 0$ – постоянное запаздывание; b – постоянный 2-вектор; u – скалярное управление. Не ограничивая общности, можно считать, что $b' = (0 \ 1)$ (штрих $(\cdot)'$ означает транспонирование).

Характеристическое уравнение разомкнутой (с нулевым управлением) системы (1) имеет вид

$$\begin{aligned} \det \left[\lambda I_2 - \sum_{i=0}^5 A_i e^{-i\lambda h} \right] &\equiv \lambda^2 + (\alpha_{10} + \alpha_{11} e^{-\lambda h} + \alpha_{12} e^{-2\lambda h} + \alpha_{13} e^{-3\lambda h} + \alpha_{14} e^{-4\lambda h} + \alpha_{15} e^{-5\lambda h}) \lambda + \\ &+ \alpha_{00} + \alpha_{01} e^{-\lambda h} + \alpha_{02} e^{-2\lambda h} + \alpha_{03} e^{-3\lambda h} + \alpha_{04} e^{-4\lambda h} + \alpha_{05} e^{-4\lambda h} + \alpha_{06} e^{-5\lambda h} + \\ &+ \alpha_{07} e^{-6\lambda h} + \alpha_{08} e^{-6\lambda h} + \alpha_{09} e^{-7\lambda h} + \alpha_{10} e^{-8\lambda h} = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\lambda \in \mathbb{C}$, $e^{-j\lambda h}$ – оператор сдвига ($e^{-j\lambda h} x(t) \equiv x(t - jh)$).

Присоединим к системе (1) регулятор вида

$$u(t) = \sum_{j=0}^M q'_j x(t - jh) + \int_{-lh}^0 g'(s)x(t+s)ds, \quad (3)$$

где $l, M \in \mathbb{N}$, $q_j, j = 0, 1, \dots, M - 2$ -векторы; $g(s), s \in [-h, 0]$ – непрерывная 2-вектор-функция.

В частотной области регулятор (3) имеет вид

$$U(\lambda) = \sum_{j=0}^M q'_j e^{-j\lambda h} + G(\lambda), \quad (4)$$

здесь $G(\lambda)$ – целая функция, определяющая интегральную часть (3).

Определение. Система (1) модально управляема регулятором вида (3), если для наперед заданных чисел $\tilde{\alpha}_{ij}, i = 0, j = 0, 10; i = 1, j = 0, 5$ найдется такой регулятор, при котором характеристическое уравнение замкнутой системы (1), (3) будет иметь вид (сравните с формулой (2))

$$\begin{aligned} \det \left[\lambda I_2 - \sum_{i=0}^5 A_i e^{-i\lambda h} - bU(\lambda) \right] \equiv & \lambda^2 + (\tilde{\alpha}_{10} + \tilde{\alpha}_{11}e^{-\lambda h} + \tilde{\alpha}_{12}e^{-2\lambda h} + \tilde{\alpha}_{13}e^{-3\lambda h} + \tilde{\alpha}_{14}e^{-4\lambda h} + \tilde{\alpha}_{15}e^{-5\lambda h})\lambda + \\ & + \tilde{\alpha}_{00} + \tilde{\alpha}_{01}e^{-\lambda h} + \tilde{\alpha}_{02}e^{-2\lambda h} + \tilde{\alpha}_{03}e^{-3\lambda h} + \tilde{\alpha}_{04}e^{-4\lambda h} + \tilde{\alpha}_{05}e^{-5\lambda h} + \\ & + \tilde{\alpha}_{07}e^{-6\lambda h} + \tilde{\alpha}_{08}e^{-6\lambda h} + \tilde{\alpha}_{09}e^{-7\lambda h} + \tilde{\alpha}_{10}e^{-8\lambda h} = 0. \end{aligned}$$

Пусть

$$\mu_1 = \sum_{i=0}^5 \tilde{\alpha}_{1i} m^i; \quad (5)$$

$$\mu_2 = \sum_{i=0}^{10} \tilde{\alpha}_{0i} m^i, \quad (6)$$

где $\tilde{\alpha}_{ij}, i = 0, j = 0, 10; i = 1, j = 0, 5$ – произвольные числа. Тогда система (1), замкнутая регулятором, решающим задачу модального управления, имеет следующее характеристическое уравнение:

$$\lambda^2 + \mu_1 \lambda + \mu_2 = 0. \quad (7)$$

Обозначим $m = e^{-\lambda h}$ – оператор сдвига ($mx(t) = x(t-h)$), $A(m) = \sum_{i=0}^5 A_i m^i$. Не ограничивая общности, можно считать, что матрица $A(m)$ имеет вид

$$A(m) = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^5 a_i m^i & \sum_{i=0}^4 b_i m^i + m^5 \\ a_{21}(m) & a_{22}(m) \end{bmatrix},$$

где

$$a_{21}(m) = \sum_{i=0}^5 a_{21i} m^i; \quad a_{22}(m) = \sum_{i=0}^5 a_{22i} m^i. \quad (8)$$

В данной работе рассмотрим случай

$$a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = a_5 = 0. \quad (9)$$

Тогда матрица $A(m)$ примет вид

$$A(m) = \begin{bmatrix} a_0 & \sum_{i=0}^4 b_i m^i + m^5 \\ a_{21}(m) & a_{22}(m) \end{bmatrix}.$$

Регулятор, решающий задачу модального управления, представим в виде

$$U(\lambda, m) = [u_1(\lambda, m) \quad u_2(\lambda, m)] = [\eta_{11}(m) - a_{21}(m) \quad \eta_2(\lambda, m) - a_{22}(m)], \quad (10)$$

где $\eta_{11}(m)$ – полином относительно m .

Компоненту $\eta_2(\lambda, m)$ регулятора (10) разделим на дифференциально-разностную (ей соответствует некоторый квазиполином) и интегральную части:

$$\eta_2(\lambda, m) = \eta_{21}(m) + \eta_{22}(\lambda, m), \quad (11)$$

где $\eta_{21}(m)$ – полином относительно m ; $\eta_{22}(\lambda, m)$ соответствует интегральной части. Будем искать эту функцию в следующем виде:

$$\eta_{22}(\lambda, m) = (c_1 + c_2 m + c_3 m^2 + c_4 m^3 + c_5 m^4) \frac{m - k}{\lambda - a_0},$$

где $k = e^{-a_0 h}$; c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 – некоторые числа, подлежащие определению. Характеристическое уравнение замкнутой регулятором (10) системы (1) примет вид

$$\begin{vmatrix} a_0 - \lambda & b_0 + b_1 m + b_2 m^2 + b_3 m^3 + b_4 m^4 + m^5 \\ \eta_{11} & \eta_{21} + (c_1 + c_2 m + c_3 m^2 + c_4 m^3 + c_5 m^4) \frac{m - k}{\lambda - a_0} - \lambda \end{vmatrix} \equiv \lambda^2 + (-a_0 - \eta_{21}) \lambda + c_5 k m^4 - c_5 m^5 - \\ - \eta_{11} m^5 - \eta_{11} m^4 b_4 - \eta_{11} b_3 m^3 + k m^3 c_4 + m^4 c_4 - \eta_{11} m^2 b_2 + k m^2 c_3 - m^3 c_3 - \\ - \eta_{11} m b_1 + k m c_2 - m^2 c_2 + \eta_{21} a_0 - \eta_{11} b_0 + k c_1 - m c_1 = 0.$$

Чтобы получить для замкнутой системы характеристическое уравнение (7), выберем в качестве η_{21} следующий квазиполином:

$$\eta_{21} = -a_0 - \mu_1,$$

здесь μ_1 определен в формуле (5).

Тогда характеристическое уравнение замкнутой системы примет вид

$$\lambda^2 + \mu_1\lambda + c_5km^4 - c_5m^5 - \eta_{11}m^5 - \eta_{11}m^3b_3 + km^3c_4 - m^4c_4 - \eta_{11}m^2b_2 + km^2c_3 - m^3c_3 - \eta_{11}mb_1 + kmc_2 - m^2c_2 - a_0^2 - a_0\mu_1 - \eta_{11}b_0 + kc_1 - mc_1 = 0.$$

Чтобы последнее уравнение имело вид (7), нужно выполнение равенства

$$c_5km^4 - c_5m^5 - \eta_{11}m^5 - \eta_{11}m^3b_3 + km^3c_4 - m^4c_4 - \eta_{11}m^2b_2 + km^2c_3 - m^3c_3 - \eta_{11}mb_1 + kmc_2 - m^2c_2 - a_0^2 - a_0\mu_1 - \eta_{11}b_0 + kc_1 - mc_1 = \mu_2.$$

Выразив отсюда η_{11} , получим

$$\eta_{11} = \frac{c_5km^4 - c_5m^5 + km^3c_4 - m^4c_4 + km^2c_3 - m^3c_3}{b_0 + b_1m + b_2m^2 + b_3m^3 + b_4m^4 + m^5} + \frac{kmc_2 - m^2c_2 - a_0^2 - a_0\mu_1 + kc_1 - mc_1 - \mu_2}{b_0 + b_1m + b_2m^2 + b_3m^3 + b_4m^4 + m^5}. \quad (12)$$

Последняя дробь в общем случае не является полиномом относительно m . Подберем c_1, c_2, c_3, c_4 и c_5 так, чтобы правая часть формулы (12) стала полиномом. Для этого вначале выделим целую часть в (12).

$$\eta_{11} = -c_5 + \frac{c_5km^4 + c_5m^4b_4 + c_5m^3b_3 + km^3c_4 - m^4c_4 + c_5m^2b_2}{b_0 + b_1m + b_2m^2 + b_3m^3 + b_4m^4 + m^5} + \frac{km^2c_3 - m^3c_3 + c_5mb_1 + kmc_2 - m^2c_2}{b_0 + b_1m + b_2m^2 + b_3m^3 + b_4m^4 + m^5} + \frac{-a_0^2 - a_0\mu_1 + c_5b_0 + kc_1 - mc_1 - \mu_2}{b_0 + b_1m + b_2m^2 + b_3m^3 + b_4m^4 + m^5}.$$

Потребуем, чтобы числитель последней дроби был бы равен нулю. Имеем

$$c_5km^4 + c_5m^4b_4 + c_5m^3b_3 + km^3c_4 - m^4c_4 + c_5m^2b_2 + km^2c_3 - m^3c_3 + c_5mb_1 + kmc_2 - m^2c_2 - a_0^2 - a_0\mu_1 + c_5b_0 + kc_1 - mc_1 - \mu_2 \equiv b_3c_4m^3 + c_4km^3 + b_2c_4m^2 + c_3km^2 - c_3m^3 + b_1c_4m + c_2km - c_2m^2 - a_0^2 - \mu_1a_0 + b_0c_4 + c_1k - c_1m - \mu_2 \equiv (c_5k + c_5b_4 - c_4)m^4 + (c_5b_3 + kc_4 - c_3)m^3 + (c_5b_2 + kc_3 - c_2)m^2 + (c_5b_1 + kc_2 - c_1)m - a_0^2 - a_0\mu_1 + c_5b_0 + kc_1 - \mu_2.$$

Отсюда видно, что в качестве c_4 можно взять

$$c_4 = b_4c_5 + c_5k, \quad (13)$$

в качестве c_3 возьмем

$$c_3 = b_3c_5 + c_4k, \quad (14)$$

в качестве c_2 –

$$c_2 = b_2 c_5 + c_3 k, \quad (15)$$

а в качестве c_1 –

$$c_1 = b_1 c_5 + c_2 k. \quad (16)$$

Тогда с учетом соотношений (13), (14), (15), (16)

$$\begin{aligned} & c_5 k m^4 + c_5 m^4 b_4 + c_5 m^3 b_3 + k m^3 c_4 - m^4 c_4 + c_5 m^2 b_2 + k m^2 c_3 - m^3 c_3 + \\ & + c_5 m b_1 + k m c_2 - m^2 c_2 - a_0^2 - a_0 \mu_1 + c_5 b_0 + k c_1 - m c_1 - \mu_2 \equiv \\ & (b_0 + b_1 k + b_2 k^2 + b_3 k^3 + b_4 k^4 + k^5) c_5 - a_0^2 - a_0 \mu_1 - \mu_2 = 0. \end{aligned}$$

Отсюда

$$c_5 = \frac{a_0^2 + a_0 \mu_1 + \mu_2}{b_0 + b_1 k + b_2 k^2 + b_3 k^3 + b_4 k^4 + k^5}. \quad (17)$$

Нетрудно увидеть, что для того, чтобы c_5 из формулы (17) было полиномом относительно m , необходимо и достаточно выполнения условия

$$b_0 + b_1 k + b_2 k^2 + b_3 k^3 + b_4 k^4 + k^5 \neq 0. \quad (18)$$

С учетом того, что

$$\eta_{22}(\lambda, m) = (c_1 + c_2 m + c_3 m^2 + c_4 m^3 + c_5 m^4) \frac{m - k}{\lambda - a_0},$$

и принимая во внимание (13), (14), (15), (16), (17) после несложных преобразований получим

$$\begin{aligned} \eta_{22}(\lambda, m) = & \frac{(a_0^2 + \mu_1 a_0 + \mu_2)}{b_0 + b_1 k + b_2 k^2 + b_3 k^3 + b_4 k^4 + k^5} \times (k^4 + (m + b_4)k^3 + (m^2 + b_4 m + b_3)k^2 + \\ & + (m^3 + b_4 m^2 + b_3 m + b_2)k + m^4 + b_4 m^3 + b_3 m^2 + b_2 m + b_1) \times \frac{(m - k)}{\lambda - a_0}. \end{aligned}$$

Таким образом, с учетом (10) регуляторы в частотной области

$$u_1(\lambda, m) = -\frac{a_0^2 + a_0 \mu_1 + \mu_2}{b_0 + b_1 k + b_2 k^2 + b_3 k^3 + b_4 k^4 + k^5} - a_{21}(m); \quad (19)$$

$$\begin{aligned}
 u_2(\lambda, m) = & -a_0 - \mu_1 - a_{22}(m) + \frac{(a_0^2 + \mu_1 a_0 + \mu_2)}{b_0 + b_1 k + b_2 k^2 + b_3 k^3 + b_4 k^4 + k^5} \times \\
 & \times (k^4 + (m + b_4)k^3 + (m^2 + b_4 m + b_3)k^2 + (m^3 + b_4 m^2 + b_3 m + b_2)k + \\
 & + m^4 + b_4 m^3 + b_3 m^2 + b_2 m + b_1) \times \frac{(m - k)}{\lambda - a_0}
 \end{aligned} \tag{20}$$

решают задачу модального управления для системы (1) при выполнении условия (18).

Отсюда видна справедливость следующей теоремы.

Теорема. Для того чтобы система (1) была модально управляема регулятором вида (3) в случае (9), необходимо и достаточно выполнения условия (18). При этом регуляторы, решающие задачу модального управления, в частотной области имеют вид (19), (20).

При переходе от регуляторов в частотной области к регуляторам вида (3) нужно следовать следующим правилам.

1. Слагаемым вида $m^i x_j$ соответствует

$$x_j(t - ih).$$

2. Слагаемым вида $\mu_1 x_j$ соответствует

$$\tilde{\alpha}_{10} x_j(t) + \tilde{\alpha}_{11} x_j(t - h) + \tilde{\alpha}_{12} x_j(t - 2h) + \tilde{\alpha}_{13} x_j(t - 3h).$$

3. Слагаемым вида $\mu_2 x_j$ отвечает

$$\begin{aligned}
 & \tilde{\alpha}_{00} x_j(t) + \tilde{\alpha}_{01} x_j(t - h) + \tilde{\alpha}_{02} x_j(t - 2h) + \tilde{\alpha}_{03} x_j(t - 3h) + \\
 & + \tilde{\alpha}_{04} x_j(t - 4h) + \tilde{\alpha}_{05} x_j(t - 5h) + \tilde{\alpha}_{06} x_j(t - 6h).
 \end{aligned}$$

4. Слагаемым вида $\frac{m - k}{\lambda - \xi} x_j$ соответствует

$$\int_{-h}^0 H(t + s) H(h + s) e^{-(h+s)\xi} x_j(t + s) ds,$$

где $H(t)$ – функция Хевисайда.

- Слагаемым вида $m^l \cdot \frac{m - k}{\lambda - \xi} x_j$ отвечает

$$\int_{-(l+1)h}^{-lh} H(t + s) H((l+1)h + s) e^{-((l+1)h+s)\xi} x_j(t + s) ds,$$

$l = 1, 2.$

Пример. Рассмотрим систему (1) с матрицами

$$A_0 = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ a_{210} & a_{220} \end{bmatrix}, A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_{211} & a_{221} \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ a_{212} & a_{222} \end{bmatrix},$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ a_{213} & a_{223} \end{bmatrix}, A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ a_{214} & a_{224} \end{bmatrix}, A_5 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_{215} & a_{225} \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Тогда матрица $A(m)$ имеет вид

$$A(m) = \begin{bmatrix} 2 & 4 + m + 2m^2 + 3m^3 + 5m^4 + m^5 \\ a_{21}(m) & a_{22}(m) \end{bmatrix},$$

где

$$a_{21}(m) = \sum_{i=0}^5 a_{21i} m^i;$$

$$a_{22}(m) = \sum_{i=0}^5 a_{22i} m^i.$$

Обозначим $k = e^{-a_0 h} = e^{-2h} \in \mathbb{R}$. Проверим выполнение условия (18):

$$b_0 + b_1 k + b_2 k^2 + b_3 k^3 + b_4 k^4 + k^5 = 4 + e^{-2h} + 2e^{-4h} + 3e^{-8h} + 5e^{-16h} + e^{-32h} > 0.$$

Условие (18) выполнено. Тогда регуляторы (19), (20) примут вид

$$u_1(\lambda, m) = -\frac{4 + 2\mu_1 + \mu_2}{4 + e^{-2h} + 2e^{-4h} + 3e^{-8h} + 5e^{-16h} + e^{-32h}} - \sum_{i=0}^5 a_{21i} m^i;$$

$$u_2(\lambda, m) = -2 - \mu_1 - \sum_{i=0}^5 a_{22i} m^i + \frac{(4 + 2\mu_1 + \mu_2)}{4 + e^{-2h} + 2e^{-4h} + 3e^{-8h} + 5e^{-16h} + e^{-32h}} \times$$

$$\times (e^{-16h} + m^4 + 5m^3 + 3m^2 + 2m + 1 + k(m^3 + 5m^2 + 3m + 2) +$$

$$+ k^2(m^2 + 5m + 3) + k^3(m + 5)) \times \frac{(m - e^{-2h})}{\lambda - 2}.$$

Нетрудно проверить, что система (1), замкнутая этим регулятором, имеет характеристическое уравнение вида

$$\lambda^2 + \mu_1 \lambda + \mu_2 = 0,$$

где μ_1, μ_2 определены в формулах (5), (6).

Заключение. В статье получен способ нахождения регуляторов по принципу обратной связи, решающих задачу модального управления для двумерной системы запаздывающего типа с пятью соизмеримыми запаздываниями и одним входом в случае (9). Указаны дополнительные условия существования таких регуляторов. Также приведен иллюстративный пример.

Список литературы

1. Марченко В. М. О проблеме модального управления в линейных системах с запаздыванием // Доклады Академии наук БССР. 1978. № 5. С. 401–404.
2. Якименко А. А. Модальное управление одной системой нейтрального типа в общециклическом случае // Труды БГТУ. Сер. 3, Физ.-мат. науки и информатика. 2017. № 2. С. 25–27.
3. Якименко А. А. Модальное управление одной системой нейтрального типа в общециклическом случае при кратных корнях // Труды БГТУ. Сер. 3, Физ.-мат. науки и информатика. 2018. № 1 (206). С. 5–8.
4. Якименко А. А. Модальная управляемость одной двумерной системы запаздывающего типа // Труды БГТУ. Сер. 3, Физико-математические науки и информатика. 2023. № 1 (266). С. 15–19. DOI: 10.52065/2520-6141-2023-266-1-3.
5. Якименко А. А. Модальная управляемость одной двумерной системы запаздывающего типа в случае кратных корней // Труды БГТУ. Сер. 3, Физико-математические науки и информатика. 2023. № 2 (272). С. 18–22. DOI: 10.52065/2520-6141-2023-272-2-3.
6. Якименко А. А. Модальная управляемость одной двумерной системы запаздывающего типа в специальном случае // Труды БГТУ. Сер. 3, Физико-математические науки и информатика. 2024. № 2 (284). С. 5–9. DOI: 10.52065/2520-6141-2024-284-1.
7. Якименко А. А. Модальная управляемость одной двумерной системы запаздывающего типа с тремя запаздываниями // Труды БГТУ. Сер. 3, Физико-математические науки и информатика. 2025. № 1 (290). С. 11–15. DOI: 10.52065/2520-6141-2025-290-2.
8. Якименко А. А. Модальная управляемость одной двумерной системы запаздывающего типа с четырьмя соизмеримыми запаздываниями // Труды БГТУ. Сер. 3, Физико-математические науки и информатика. 2025. № 2 (296). С. 5–10. DOI: 10.52065/2520-6141-2025-296-1.

References

1. Marchenko V. M. On problem of modal control in linear systems with delay. *Doklady Akademii nauk BSSR* [Reports of the BSSR Academy of Science], 1978, no. 5, pp. 401–404 (In Russian).
2. Yakimenka A. A. Modal control for one neutral type system in general cyclic case. *Trudy BGTU* [Proceedings of BSTU], series 3, Physics and Mathematics. Informatics, 2017, no. 2, pp. 25–27 (In Russian).
3. Yakimenka A. A. Modal control for one neutral type system in general cyclic case with double roots. *Trudy BGTU* [Proceedings of BSTU], issue 3, Physics and Mathematics. Informatics, 2018, no. 1, pp. 5–8 (In Russian).
4. Yakimenka A. A. Modal controllability of one two-dimensional delayed system. *Trudy BGTU* [Proceedings of BSTU], issue 3, Physics and Mathematics. Informatics, 2023, no. 1 (266), pp. 15–19. DOI: 10.52065/2520-6141-2023-266-1-3 (In Russian).
5. Yakimenka A. A. Modal controllability of one two-dimensional delayed system in the case of multiple roots. *Trudy BGTU* [Proceedings of BSTU], issue 3, Physics and Mathematics. Informatics, 2023, no. 2 (272), pp. 18–22. DOI: 10.52065/2520-6141-2023-272-2-3 (In Russian).
6. Yakimenka A. A. Modal controllability of one two-dimensional delayed system in a special case. *Trudy BGTU* [Proceedings of BSTU], issue 3, Physics and Mathematics. Informatics, 2024, no. 2 (284), pp. 5–9. DOI: 10.52065/2520-6141-2024-284-1. (In Russian).
7. Yakimenka A. A. Modal controllability of one two-dimensional delayed system with three delays. *Trudy BGTU* [Proceedings of BSTU], issue 3, Physics and Mathematics. Informatics, 2025, no. 1 (290), pp. 11–15. DOI: 10.52065/2520-6141-2025-290-2. (In Russian).

8. Yakimenka A. A. Modal controllability of one two-dimensional delayed system with four commensurate delays. *Trudy BGTU* [Proceedings of BSTU], issue 3, Physics and Mathematics. Informatics, 2025, no. 2 (296), pp. 5–10. DOI: 10.52065/2520-6141-2025-296-1. (In Russian).

Информация об авторе

Якименко Андрей Александрович – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры высшей математики. Белорусский государственный технологический университет (ул. Свердлова, 13а, 220006, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: yakimenko@belstu.by. SPIN-код: 4688-4760.

Information about the author

Yakimenka Andrei Aliaksandravich – PhD (Physics and Mathematics), Associate Professor, Assistant Professor, the Department of Higher Mathematics. Belarusian State Technological University (13a Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: yakimenko@belstu.by. SPIN code: 4688-4760.

Поступила после доработки 14.11.2025

УДК 514.76

Н. П. Можей

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

**ИНВАРИАНТНЫЕ СВЯЗНОСТИ НА ЧЕТЫРЕХМЕРНЫХ
СИММЕТРИЧЕСКИХ ОДНОРОДНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ
С ПОЧТИ СИМПЛЕКТИЧЕСКОЙ СТРУКТУРОЙ. КОМПЛЕКСНЫЙ СЛУЧАЙ**

Связности являются одним из важнейших объектов геометрии многообразий, поскольку позволяют сравнивать геометрические величины в различных точках многообразия. Если сохраняющая симплектическую форму связность имеет нулевое кручение, то ее называют симплектической связностью. Связности, совместимые с симплектической структурой, находят применение в теоретической физике, геометрической теории интегрируемых гамильтоновых систем и других областях современной науки. Во введении статьи указан объект исследования – симметрические пространства со связностью и почти симплектической структурой. Цель работы – изучение инвариантных связностей на пространствах указанного вида. В статье приведены основные понятия: почти симплектическое пространство, редуцированное пространство, симметрическое пространство, инвариантная аффинная связность, почти симплектическая связность, тензор кручения, тензор кривизны. В основной части работы для четырехмерных симметрических однородных пространств с почти симплектической структурой и неразрешимым стабилизатором найдены и выписаны в явном виде инвариантные аффинные связности, почти симплектические связности, тензоры кручения и кривизны. В данной работе все изучаемые объекты рассматриваются над полем комплексных чисел.

Ключевые слова: однородное пространство, симметрическое пространство, почти симплектическая структура, аффинная связность, симплектическая связность, тензор кривизны.

Для цитирования: Можей Н. П. Инвариантные связности на четырехмерных симметрических однородных пространствах с почти симплектической структурой. Комплексный случай // Труды БГТУ. Сер. 3, Физико-математические науки и информатика. 2026. № 1 (302). С. 15–26.

DOI: 10.52065/2520-6141-2026-302-2.

N. P. Mozhey

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics

**INVARIANT CONNECTIONS ON FOUR-DIMENSIONAL SYMMETRIC
HOMOGENEOUS SPACES WITH ALMOST SYMPLECTIC STRUCTURE.
THE COMPLEX CASE**

Connections are one of the most important objects in manifold geometry, as they allow us to compare geometric quantities at different points on the manifold. If a connection preserving a symplectic form has zero torsion, it is called a symplectic connection. Connections compatible with the symplectic structure find application in theoretical physics, in the geometric theory of integrable Hamiltonian systems, and other areas of modern science. The introduction to this article describes the object of study: symmetric spaces with a connection and an almost symplectic structure. The goal of this paper is to study invariant connections on spaces of this type. The article introduces the following key concepts: almost symplectic space, reductive space, symmetric space, invariant affine connection, almost symplectic connection, torsion tensor, and curvature tensor. In the main part of the paper, invariant affine connections, almost symplectic connections, torsion tensors, and curvature tensors are found and explicitly written out for four-dimensional symmetric homogeneous spaces with an almost symplectic structure and an unsolvable stabilizer. In this paper, all objects under study are considered over the field of complex numbers.

Keywords: homogeneous space, symmetric space, almost symplectic structure, affine connection, symplectic connection, curvature tensor.

For citation: Mozhey N. P. Invariant connections on four-dimensional symmetric homogeneous spaces with almost symplectic structure. The complex case. *Proceedings of BSTU, issue 3, Physics and Mathematics. Informatics*, 2026, no. 1 (302), pp. 15–26 (In Russian).

DOI: 10.52065/2520-6141-2026-302-2.

Введение. Связности являются одним из важнейших объектов геометрии многообразий, поскольку позволяют сравнивать геометрические величины в различных точках многообразия. Если сохраняющая симплектическую форму связность имеет нулевой кручение, то ее называют симплектической связностью.

П. К. Рашевский применял пространства симплектической связности к исследованию широкого класса дифференциальных уравнений, в книге [1] он называл эти пространства «пространствами линейной формы четного класса». Широко использовал геометрию пространств симплектической связности и В. П. Маслов в [2].

Рассмотрим почти симплектическое многообразие, т. е. многообразие с невырожденной внешней 2-формой (не обязательно замкнутой), и опишем все линейные связности, которые сохраняют эту форму. В классическом случае невырожденной симметричной (римановой или псевдоримановой) формы ответ хорошо известен благодаря Леви-Чивита, для почти симплектической структуры такой выделенной связности нет.

С описанием четырехмерных нетривиальных симметрических однородных пространств с инвариантной невырожденной почти симплектической структурой и неразрешимым стабилизатором (над полем \mathbb{C}) можно ознакомиться в статье [3], также в ней приведены более подробный тематический обзор и обоснование применяемых методов; при изложении сохранены обозначения, введенные ранее. Цель данной работы – нахождение инвариантных аффинных связностей на указанных пространствах, выделение почти симплектических связностей и описание их тензоров кривизны и кручения.

Основная часть. Пусть (\bar{G}, M) – четырех-мерное однородное пространство, где \bar{G} – группа Ли на многообразии M . Обозначим через $G = \bar{G}_x$ стабилизатор произвольной точки $x \in M$. Поставим в соответствие (\bar{G}, M) пару $(\bar{\mathfrak{g}}, \mathfrak{g})$ алгебр Ли, где $\bar{\mathfrak{g}}$ – алгебра Ли группы \bar{G} , а \mathfrak{g} – подалгебра $\bar{\mathfrak{g}}$, соответствующая подгруппе G . Используя линеаризацию, проблему классификации однородных пространств (\bar{G}, M) можно свести к классификации эффективных пар алгебр Ли $(\bar{\mathfrak{g}}, \mathfrak{g})$ с точностью до эквивалентности пар [4]. Однородное пространство \bar{G}/G редуцируемо, если \mathfrak{g} может быть разложена в прямую сумму векторных пространств – алгебры Ли \mathfrak{g} и $ad(G)$ -инвариантного подпространства \mathfrak{m} , т. е. если $\mathfrak{g} = \mathfrak{g} + \mathfrak{m}$, $\mathfrak{g} \cap \mathfrak{m} = 0$; $ad(G)\mathfrak{m} \subset \mathfrak{m}$. Симметрические однородные пространства – частный случай редуцируемых однородных пространств, если \bar{G}/G является симметрическим, то $[\mathfrak{g}, \mathfrak{g}] \subset \mathfrak{g}$, $[\mathfrak{g}, \mathfrak{m}] \subset \mathfrak{m}$ и $[\mathfrak{m}, \mathfrak{m}] \subset \mathfrak{g}$. Пространство $B(\mathfrak{m})$ билинейных форм на \mathfrak{m} естественным образом становится \mathfrak{g} -модулем, если положить $(x.b)(v_1, v_2) = -b(x.v_1, v_2) - b(v_1, x.v_2)$, где $x \in \mathfrak{g}$, $v_1, v_2 \in \mathfrak{m}$, $b \in B(\mathfrak{m})$. Почти симплектической структурой на \mathfrak{g} -модуле \mathfrak{m} называется невырожденная кососимметрическая билинейная форма $b \in B(\mathfrak{m})$, такая, что $x.b = 0$ для всех $x \in \mathfrak{g}$. Другими словами, $b \in B(\mathfrak{m})^{\mathfrak{g}}$. Не ограничивая общности, можно считать, что алгебра Ли \mathfrak{g} является подалгеброй в линейной алгебре Ли $\mathfrak{sp}(4, \mathbb{C})$.

Аффинной связностью на паре $(\bar{\mathfrak{g}}, \mathfrak{g})$ называется такое отображение $\Lambda : \bar{\mathfrak{g}} \rightarrow \mathfrak{gl}(\mathfrak{m})$, что его ограничение на \mathfrak{g} есть изотропное представление подалгебры, а все отображение является \mathfrak{g} -инвариантным. Инвариантные аффинные связности на однородном пространстве (\bar{G}, M) находятся во взаимно однозначном соответствии с аффинными связностями на паре $(\bar{\mathfrak{g}}, \mathfrak{g})$ (см., например, [5]). Редуцируемое (и, соответственно, симметрическое) однородное пространство всегда допускает инвариантную связность. Тензор кручения $T \in InvT_2^1(\mathfrak{m})$ имеет вид $T(x_m, y_m) = \Lambda(x)y_m - \Lambda(y)x_m - [x, y]_m$, тензор кривизны $R \in InvT_3^1(\mathfrak{m})$ – вид $R(x_m, y_m) = [\Lambda(x), \Lambda(y)] - \Lambda([x, y])$ для всех $x, y \in \bar{\mathfrak{g}}$. Если тензор кручения связности Λ тождественно равен нулю, то говорят, что Λ есть связность без кручения или симметричная связность. Аффинная связность без кручения называется почти симплектической, если она равна нулю на 2-форме.

Будем определять пару $(\bar{\mathfrak{g}}, \mathfrak{g})$ таблицей умножения алгебры Ли $\bar{\mathfrak{g}}$, через $\{e_1, \dots, e_n\}$ обозначим базис $\bar{\mathfrak{g}}$ ($n = \dim \bar{\mathfrak{g}}$). Полагаем, что подалгебра \mathfrak{g} порождается e_1, \dots, e_{n-4} , а $\{u_1 = e_{n-3}, u_2 = e_{n-2}, u_3 = e_{n-1}, u_4 = e_n\}$ – базис \mathfrak{m} . Для ссылки на подалгебры будем использо-

вать следующее обозначение: $d.n$, где d – размерность подалгебры, а n – ее порядковый номер, соответствующие приведенным в [6]. Поскольку ограничение $\Lambda: \bar{\mathfrak{g}} \rightarrow \mathfrak{gl}(m)$ на \mathfrak{g} – изотропное представление подалгебры, связность определяется своими значениями на m . Будем выписывать ее через образы базисных векторов $\Lambda(u_1), \Lambda(u_2), \Lambda(u_3), \Lambda(u_4)$, тензор кривизны R – описывать его значениями $R(u_1, u_2), R(u_1, u_3), R(u_1, u_4), R(u_2, u_3), R(u_2, u_4), R(u_3, u_4)$, а тензор кручения T – значениями $T(u_1, u_2), T(u_1, u_3), T(u_1, u_4), T(u_2, u_3), T(u_2, u_4), T(u_3, u_4)$. Далее предполагается, что $p_{i,j}, q_{i,j}, s_{i,j} \in \mathbb{C}$ при $i, j = 1, 4$. Классификация симметрических пар с почти симплектической структурой приведена в [3].

Результат классификации почти симплектических связностей на нетривиальных симметрических парах $(\bar{\mathfrak{g}}, \mathfrak{g})$, а также их тензоров кривизны представлен в следующей теореме.

Теорема. Любое нетривиальное четырех-мерное симметрическое однородное пространство над полем \mathbb{C} с инвариантной невырожденной почти симплектической структурой, задаваемое парой $(\bar{\mathfrak{g}}, \mathfrak{g})$, такой, что \mathfrak{g} неразрешима, локально эквивалентно одной и только одной из следующих пар:

4.4.2	e_1	e_2	e_3	e_4	u_1	u_2	u_3	u_4
e_1	0	0	e_3	$-e_4$	u_1	0	$-u_3$	0
e_2	0	0	$-e_3$	e_4	0	u_2	0	$-u_4$
e_3	$-e_3$	e_3	0	$e_1 - e_2$	0	u_1	$-u_4$	0
e_4	e_4	$-e_4$	$-e_1 + e_2$	0	u_2	0	0	$-u_3$
u_1	$-u_1$	0	0	$-u_2$	0	0	$2e_1 + e_2$	e_3
u_2	0	$-u_2$	$-u_1$	0	0	0	e_4	$e_1 + 2e_2$
u_3	u_3	0	u_4	0	$-2e_1 - e_2$	$-e_4$	0	0
u_4	0	u_4	0	u_3	$-e_3$	$-e_1 - 2e_2$	0	0
4.10.6	e_1	e_2	e_3	e_4	u_1	u_2	u_3	u_4
e_1	0	$2e_2$	0	$-2e_4$	u_1	0	$-u_3$	0
e_2	$-2e_2$	0	0	e_1	0	0	u_1	0
e_3	0	0	0	0	0	0	0	u_2
e_4	$2e_4$	$-e_1$	0	0	u_3	0	0	0
u_1	$-u_1$	0	0	$-u_3$	0	0	0	0
u_2	0	0	0	0	0	0	0	e_3
u_3	u_3	$-u_1$	0	0	0	0	0	0
u_4	0	0	$-u_2$	0	0	$-e_3$	0	0
4.11.2	e_1	e_2	e_3	e_4	u_1	u_2	u_3	u_4
e_1	0	0	$2e_3$	$-2e_4$	u_1	0	$-u_3$	0
e_2	0	0	0	0	0	u_2	0	$-u_4$
e_3	$-2e_3$	0	0	e_1	0	0	u_1	0
e_4	$2e_4$	0	$-e_1$	0	u_3	0	0	0
u_1	$-u_1$	0	0	$-u_3$	0	0	0	0
u_2	0	$-u_2$	0	0	0	0	0	e_2
u_3	u_3	0	$-u_1$	0	0	0	0	0
u_4	0	u_4	0	0	0	$-e_2$	0	0

6.3.3	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	u_1	u_2	u_3	u_4
e_1	0	$-e_2$	$2e_3$	e_4	0	$-2e_6$	u_1	0	$-u_3$	0
e_2	e_2	0	e_4	$2e_5$	0	0	u_2	0	0	$-u_3$
e_3	$-2e_3$	$-e_4$	0	0	0	e_1	0	0	u_1	0
e_4	$-e_4$	$-2e_5$	0	0	0	e_2	0	0	u_2	u_1
e_5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	u_2
e_6	$2e_6$	0	$-e_1$	$-e_2$	0	0	u_3	0	0	0
u_1	$-u_1$	$-u_2$	0	0	0	$-u_3$	0	0	$2e_5$	e_4
u_2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$4e_5$
u_3	u_3	0	$-u_1$	$-u_2$	0	0	$-2e_5$	0	0	$-e_2$
u_4	0	u_3	0	$-u_1$	$-u_2$	0	$-e_4$	$-4e_5$	e_2	0

Почти симплектические связности (без кручения) на указанных пространствах имеют вид, указанный в табл. 1.

Таблица 1

Почти симплектические связности

Пара (\bar{g}, g)	Почти симплектическая связность
4.4.2, 4.11.2	нулевая
4.10.6, 6.3.3	$\Lambda(u_1) = \Lambda(u_2) = \Lambda(u_3) = 0,$ $\Lambda(u_4) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{2,4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$

Тензоры кривизны почти симплектических связностей (без кручения) на указанных пространствах имеют вид, приведенный в табл. 2.

Таблица 2

Тензоры кривизны почти симплектической связности

Пара (\bar{g}, g)	Тензор кривизны
4.4.2	$R(u_1, u_2) = 0,$ $R(u_1, u_3) = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$ $R(u_1, u_4) = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$

Окончание табл. 2

Пара (\bar{g}, g)	Тензор кривизны
	$R(u_2, u_3) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$ $R(u_2, u_4) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, R(u_3, u_4) = 0.$
4.11.2	$R(u_1, u_2) = R(u_1, u_3) = R(u_1, u_4) = R(u_2, u_3) = 0,$ $R(u_2, u_4) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, R(u_3, u_4) = 0.$
4.10.6	$R(u_1, u_2) = R(u_1, u_3) = 0,$ $R(u_1, u_4) = R(u_2, u_3) = 0,$ $R(u_2, u_4) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, R(u_3, u_4) = 0.$
6.3.3	$R(u_1, u_2) = 0, R(u_1, u_3) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$ $R(u_1, u_4) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, R(u_2, u_3) = 0,$ $R(u_2, u_4) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$ $R(u_3, u_4) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$

Действительно, найдем для каждого четырехмерного нетривиального симметрического однородного пространства над полем \mathbb{C} (с инвариантной невырожденной почти симплектической структурой и неразрешимым стабилизатором) инвариантные аффинные связности, тензоры кривизны и кручения и определим, при каких условиях связность является почти симплектической.

В случае 4.10.6 инвариантная аффинная связность

$$\Lambda(u_1) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & p_{1,4} \\ 0 & 0 & p_{2,3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\Lambda(u_2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_{2,4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\Lambda(u_3) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -p_{2,3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{1,4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\Lambda(u_4) = \begin{pmatrix} s_{3,3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_{4,4} - q_{2,4} & 0 & s_{2,4} \\ 0 & 0 & s_{3,3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{4,4} \end{pmatrix}.$$

Связность, сохраняющую симплектическую форму, получим при $p_{2,3} = p_{1,4}$, $s_{3,3} = 0$, $q_{2,4} = 2s_{4,4}$, эта связность имеет вид

$$\Lambda(u_1) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & p_{1,4} \\ 0 & 0 & p_{1,4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\Lambda(u_2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2s_{4,4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\Lambda(u_3) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -p_{1,4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{1,4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\Lambda(u_4) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -s_{4,4} & 0 & s_{2,4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{4,4} \end{pmatrix}.$$

Тензор кривизны произвольной инвариантной аффинной связности:

$$\begin{aligned}
 R(u_1, u_2) &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 R(u_1, u_3) &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2p_{2,3}p_{1,4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 R(u_1, u_4) &= \\
 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -p_{1,4}s_{3,3} + p_{1,4}s_{4,4} \\ 0 & 0 & p_{2,3}q_{2,4} + p_{2,3}s_{3,3} - p_{2,3}s_{4,4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 R(u_2, u_3) &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 R(u_2, u_4) &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_{2,4}^2 - 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 R(u_3, u_4) &= \\
 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -p_{2,3}q_{2,4} - p_{2,3}s_{3,3} + p_{2,3}s_{4,4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -p_{1,4}s_{3,3} + p_{1,4}s_{4,4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

У связности, сохраняющей симплектическую форму, тензор кривизны

$$\begin{aligned}
 R(u_1, u_2) &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 R(u_1, u_3) &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2p_{1,4}^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 R(u_1, u_4) &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & p_{1,4}s_{4,4} \\ 0 & 0 & p_{1,4}s_{4,4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},
 \end{aligned}$$

$$R(u_2, u_3) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$R(u_2, u_4) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4s_{4,4}^2 - 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$R(u_3, u_4) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -p_{1,4}s_{4,4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{1,4}s_{4,4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Тензор кручения произвольной инвариантной аффинной связности:

$$T(u_1, u_2) = T(u_2, u_3) = (0, 0, 0, 0),$$

$$T(u_1, u_3) = (0, 2p_{2,3}, 0, 0),$$

$$T(u_1, u_4) = (p_{1,4} - s_{3,3}, 0, 0, 0),$$

$$T(u_2, u_4) = (0, 2q_{2,4} - s_{4,4}, 0, 0),$$

$$T(u_3, u_4) = (0, 0, p_{1,4} - s_{3,3}, 0).$$

Соответственно, $T = 0$ при $p_{1,4} = s_{3,3}$, $p_{2,3} = 0$, $s_{4,4} = 2q_{2,4}$.

Для связности, сохраняющей симплектическую форму, тензор кручения

$$T(u_1, u_2) = T(u_2, u_3) = (0, 0, 0, 0),$$

$$T(u_1, u_3) = (0, 2p_{1,4}, 0, 0), T(u_1, u_4) = (p_{1,4}, 0, 0, 0),$$

$$T(u_2, u_4) = (0, 3s_{4,4}, 0, 0), T(u_3, u_4) = (0, 0, p_{1,4}, 0).$$

Соответственно, $T = 0$ при $p_{1,4} = 0$, $s_{4,4} = 0$. Тогда почти симплектическая связность (без кручения) и ее тензор кривизны имеют вид, приведенный в теореме.

В случае 6.3.3 инвариантная аффинная связность

$$\Lambda(u_1) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & p_{1,4} \\ 0 & 0 & s_{3,3} - s_{2,2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\Lambda(u_2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -s_{2,2} + s_{3,3} + p_{1,4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\Lambda(u_3) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -s_{3,3} + s_{2,2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{1,4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\Lambda(u_4) = \begin{pmatrix} s_{3,3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_{2,2} & 0 & s_{2,4} \\ 0 & 0 & s_{3,3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{3,3} + p_{1,4} \end{pmatrix}.$$

Связность, сохраняющую симплектическую форму, получим при $s_{3,3} = 0$, $s_{2,2} = -p_{1,4}$. Тензор кривизны произвольной инвариантной аффинной связности:

$$R(u_1, u_2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$R(u_1, u_3) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2p_{1,4}s_{2,2} + 2p_{1,4}s_{3,3} - 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$R(u_1, u_4) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & p_{1,4}^2 - 1 \\ 0 & 0 & s_{2,2}^2 - 2s_{2,2}s_{3,3} + s_{3,3}^2 - 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$R(u_2, u_3) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$R(u_2, u_4) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{1,4}^2 - 2p_{1,4}s_{2,2} + 2p_{1,4}s_{3,3} + s_{2,2}^2 - 2s_{2,2}s_{3,3} + s_{3,3}^2 - 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$R(u_3, u_4) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -s_{2,2}^2 + 2s_{2,2}s_{3,3} - s_{3,3}^2 + 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{1,4}^2 - 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Тензор кручения произвольной инвариантной аффинной связности

$$T(u_1, u_2) = T(u_2, u_3) = (0, 0, 0, 0),$$

$$\begin{aligned}
T(u_1, u_3) &= (0, 2s_{3,3} - 2s_{2,2}, 0, 0), \\
T(u_1, u_4) &= (p_{1,4} - s_{3,3}, 0, 0, 0), \\
T(u_2, u_4) &= (0, -2s_{2,2} + s_{3,3} + p_{1,4}, 0, 0), \\
T(u_3, u_4) &= (0, 0, -p_{1,4} - s_{3,3}, 0).
\end{aligned}$$

Для связности, сохраняющей симплектическую форму, тензор кручения

$$\begin{aligned}
T(u_1, u_2) &= T(u_2, u_3) = (0, 0, 0, 0), \\
T(u_1, u_3) &= (0, 2p_{1,4}, 0, 0), T(u_1, u_4) = (p_{1,4}, 0, 0, 0), \\
T(u_2, u_4) &= (0, 3p_{1,4}, 0, 0), T(u_3, u_4) = (0, 0, -p_{1,4}, 0).
\end{aligned}$$

Соответственно, $T = 0$ при $p_{1,4} = 0$. Тогда почти симплектическая связность (без кручения) и ее тензор кривизны имеют вид, приведенный в теореме.

В случае 4.4.2 инвариантная аффинная связность нулевая, тензор кривизны имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
R(u_1, u_2) &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
R(u_1, u_3) &= \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\
R(u_1, u_4) &= \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\
R(u_2, u_3) &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
R(u_2, u_4) &= \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \\
R(u_3, u_4) &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},
\end{aligned}$$

а тензор кручения нулевой. Связность единственная и является почти симплектической.

В случае 4.11.2 аффинная связность также нулевая, тензор кривизны –

$$R(u_1, u_2) = R(u_1, u_3) = R(u_1, u_4) = R(u_2, u_3) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$R(u_2, u_4) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$R(u_3, u_4) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Тензор кручения нулевой. Связность единственная и является почти симплектической.

Заключение. В работе найдены и выписаны в явном виде (над полем \mathbb{C}) инвариантные аффинные связности на четырехмерных нетривиальных симметрических однородных пространствах с инвариантной невырожденной почти симплектической структурой и неразрешимым стабилизатором, выделены почти симплектические связности, описаны их тензоры кривизны и кручения.

Список литературы

1. Рашевский П. К. Геометрическая теория дифференциальных уравнений в частных производных. М.; Л.: Гостехиздат, 1947. 355 с.
2. Маслов В. П. Теория возмущений и асимптотические методы. М.: Наука, 1965. 554 с.
3. Можей Н. П. Вещественные формы четырехмерных симметрических пространств с почти симплектической структурой и неразрешимым стабилизатором // Вестник Гродненского государственного университета имени Янки Купалы. Сер. 2: Математика. Физика. Информатика, вычислительная техника и управление. 2025. Т. 15, № 3. С. 6–17.
4. Mostow G. D. The extensibility of local Lie groups of transformations and groups on surfaces // *Annals of Mathematics*. 1950. Vol. 52, no. 3. P. 606–636.
5. Nomizu K. Invariant affine connections on homogeneous spaces // *American Journal of Mathematics*. 1954. Vol. 76, no. 1. P. 33–65.
6. Можей Н. П. Четырехмерные однородные пространства с почти симплектической структурой. Комплексный случай // Труды БГТУ. Сер. 3: Физико-математические науки и информатика. 2021. № 1 (242). С. 13–18.

References

1. Rashevskiy P. K. *Geometricheskaya teoriya differentsial'nykh uravneniy v chastnykh proizvodnykh* [Geometrical theory of partial differential equations]. Moscow; Leningrad, Gostekhizdat Publ., 1947. 355 p. (In Russian).
2. Maslov V. P. *Teoriya vozmushcheniy i asimptoticheskiye metody* [Perturbation theory and asymptotic methods]. Moscow, Nauka Publ., 1965. 554 p. (In Russian).

3. Mozhey N. P. Real forms of four-dimensional symmetric spaces with almost symplectic structure and insoluble stabilizer. *Vestnik Grodnenskogo gosudarstvennogo universiteta imeni Yanki Kupaly. Seriya 2: Matematika. Fizika. Informatika, vychislitel'naya tekhnika i upravleniye* [Bulletin of Yanka Kupala State University of Grodno. Series 2: Mathematics. Physics. Informatics, Computer Engineering and Control], 2025, vol. 15, no. 3, pp. 6–17 (In Russian).

4. Mostow G. D. The extensibility of local Lie groups of transformations and groups on surfaces. *Annals of Mathematics*, 1950, vol. 52, no. 3, pp. 606–636.

5. Nomizu K. Invariant affine connections on homogeneous spaces. *American Journal of Mathematics*, 1954, vol. 76, no. 1, pp. 33–65.

6. Mozhey N. P. Four-dimensional homogeneous spaces with almost symplectic structure. Complex case. *Trudy BGTU* [Proceedings of BSTU], issue 3, Physics and Mathematics. Informatics, 2021, no. 1 (242), pp. 13–18 (In Russian).

Информация об авторе

Можей Наталья Павловна – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры программного обеспечения информационных технологий. Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники (ул. П. Бровки, 6, 220013, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: mozheynatalya@mail.ru. SPIN-код: 3852-0216. Scopus ID: 56357982700. ORCID: 0000-0001-9237-7208. AuthorID: 386807.

Information about the author

Mozhey Natalya Pavlovna – PhD (Physics and Mathematics), Associate Professor, Assistant Professor, the Department of Software for Information Technologies. Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (6 P. Brovki str., 220013, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: mozheynatalya@mail.ru. SPIN-код: 3852-0216. Scopus ID: 56357982700. ORCID: 0000-0001-9237-7208. AuthorID: 386807.

Поступила после доработки 13.11.2025

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

THEORETICAL MECHANICS

УДК 531.382

Т. Б. Карлович, А. Л. Наркевич

Белорусский государственный технологический университет

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ВОЛЧКА ТИП-ТОП ПРИ ЕГО АВТОМАТИЗИРОВАННОМ РАСКРУЧИВАНИИ

Волчок тип-топ уже не одно десятилетие является объектом пристального внимания теоретиков и экспериментаторов благодаря эффектному перевороту на 180° во время своего движения. Раскручивание волчка может осуществляться как вручную, так и автоматизированным способом. Автоматизированный запуск имеет ряд преимуществ перед раскручиванием вручную: достигается большая скорость раскручивания, которая может регулироваться в широком диапазоне значений; ось вращения волчка близка к вертикальному положению; исключаются случайные факторы запуска, присутствующие при ручном раскручивании.

В работе для автоматизированного запуска волчка используется устройство с полым ротором электродвигателя, позволяющее раскручивать волчок за ножку, а затем выталкивать его на горизонтальную поверхность. Получающиеся при этом траектории движения волчка записываются на видеокамеру, а затем при помощи раскадровки видеоролика восстанавливается след точки касания волчком горизонтальной плоскости.

Для детального изучения траекторий движения волчка на горизонтальной поверхности манежа применялась разметка графитовым грифелем, после чего у волчка исчезала способность к перевороту. Данное явление интерпретируется в статье на основе уменьшения трения между контактирующими поверхностями и наличием нижнего граничного значения у силы трения, начиная с которого возможен переворот на 180° .

В теоретическом описании переворота волчка на основе нелинейных динамических уравнений это значение силы трения отсутствует.

Ключевые слова: механическая система, волчок тип-топ, уравнения нелинейной динамики, сила трения, интеграл Джелетта.

Для цитирования: Карлович Т. Б., Наркевич А. Л. Экспериментальное исследование движения волчка тип-топ при его автоматизированном раскручивании // Труды БГТУ. Сер. 3, Физико-математические науки и информатика. 2026. № 1(302). С. 27–34.

DOI: 10.52065/2520-6141-2026-302-3.

T. B. Karlovich, A. L. Narkevich
Belarusian State Technological University

EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF A TIP-TOP MOTION DURING ITS AUTOMATED SPIN

The tip-top has been the subject of intense interest among theorists and experimenters for decades, thanks to its spectacular 180-degree rotation during its spin. The spinning top can be launched either manually or automated. Automated spinning offers several advantages over manual spinning: it achieves a higher spinning speed, which can be adjusted over a wide range; the spinning axis is close to vertical; and accidental triggering factors, which are common either manual spinning, are eliminated.

In the automated spinning system, a device with a hollow rotor driven by an electric motor is used to spin the spinning top by its stem and then push it onto a horizontal surface. The resulting trajectories of the spinning top are recorded on a video, and then, using a camcorder, the point of contact between the spinning top and the horizontal plane is reconstructed.

To study the top's trajectories in detail, graphite pencil marks were used on the horizontal surface of the arena. Afterward, the top's ability to flip was observed to disappear. This phenomenon is interpreted in the article based on the reduction in friction between the contacting surfaces and the existence of a lower limit for the friction force, above which a 180-degree flip is possible.

In the theoretical description of the top's motion based on nonlinear dynamic equations there is no boundary value of the friction force.

Keywords: mechanical system, dynamically symmetrical body, momentum, kinetic moment, Jellett integral.

For citation: Karlovich T. B., Narkevich A. L. Experimental investigation of a tip-top motion during its automatic spin. *Proceedings of BSTU, issue 3, Physics and Mathematics. Informatics, 2026*, no. 1(302), pp. 27–34 (In Russian).

DOI: 10.52065/2520-6141-2026-302-3.

Введение. Одной из нелинейных задач динамики, имеющих простую экспериментальную реализацию, является задача о движении волчка тип-топ по горизонтальной поверхности. Раскрученный до определенной скорости волчок тип-топ во время движения может переворачиваться на 180° , вращаясь в положении неустойчивого равновесия длительный период времени. В работе [1] использовался сферический волчок с аксиальной симметрией и перемещающимся центром тяжести относительно центра сферы. В экспериментах было показано существование трех режимов вращения волчка: 1) с переворотом на 180° ; 2) без переворота; 3) с наклонным вращением в соответствии с теоретическими предсказаниями в работе [2]. В недавней статье [3] исследовались траектории движения волчка, состоящего из усеченной сферической оболочки и ножки, после его ручного раскручивания. На основе экспериментов была выполнена визуализация траекторий движения и продемонстрировано движение волчка по скручивающейся спирали после переворота на ножку. При этом максимальный радиус закручивания спирали оказался значительно большим, чем теоретически предсказывалось в статье [4].

В настоящей работе нами рассматриваются особенности движения волчка тип-топ при его автоматизированном раскручивании до больших угловых скоростей и последующем выталкивании на горизонтальную поверхность из раскручивающего устройства.

Экспериментальная часть. Для эксперимента волчок распечатывался из полилактида на 3D-принтере (рис. 1). Сферическая оболочка (шляпка) толщиной 1 мм и внешним диаметром 38 мм отсекалась приблизительно на $1/4$ диаметра, чтобы в образовавшееся отверстие можно было вставить ножку и за нее раскручивать волчок. Ножка распечатывалась отдельно в виде усеченного конуса длиной 38 мм с диаметрами 3 мм и 6 мм по торцам. Она устанавливалась с натягом в цилиндрическое отверстие высотой 4 мм внутри сферы.

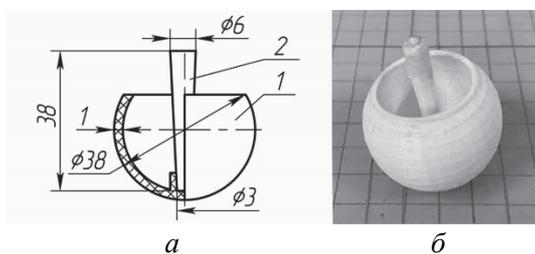


Рис. 1. Волчок:

a – схема с размерами; *б* – фото

Готовый волчок использовался в экспериментальной установке, которая приведена на рис. 2. Волчок раскручивался в устройстве 1 и выталкивался из него на поверхность алюминиевого манежа 2 размером $0,6 \times 0,9$ м, покрытого порошковой краской и расчерченного графитовым грифелем на квадраты размером 10×10 мм. Бортики манежа высотой

60 мм с внутренней стороны обкладывались макетным картоном для смягчения ударов волчка о них. Движение волчка записывалось при помощи видеокамеры смартфона (не показан), зафиксированного в селфи-палке 3, прикрепленной к штативу 4.

В качестве устройства для раскручивания использовалось перемешивающее устройство верхнеприводное ПЭ-8300, имеющее полый ротор электродвигателя (рис. 3). В него помещалась трубка длиной 0,3 м, представляющая собой цилиндр с внутренним диаметром 6 мм, которая прочно фиксировалась в патроне устройства. Волчок ножкой устанавливался в нижний конец трубки на глубину 5 мм, в которой он удерживался за счет сил трения. В верхний конец трубки помещался толкатель в виде длинного тонкого стержня длиной не менее 0,3 м и диаметром не более 6 мм.



Рис. 2. Экспериментальная установка:
1 – устройство для раскручивания волчка;
2 – манеж; 3 – селфи-палка; 4 – штатив

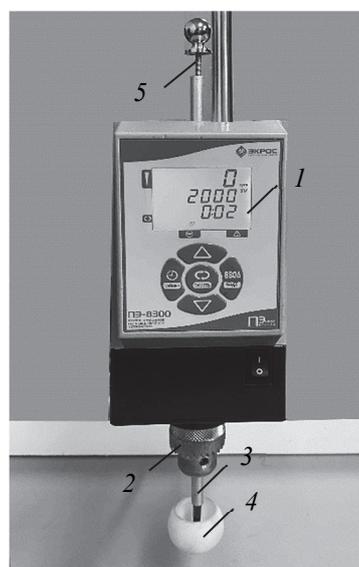


Рис. 3. Перемешивающее устройство ПЭ-800:
1 – панель управления; 2 – патрон;
3 – алюминиевая трубка; 4 – волчок;
5 – толкатель

Примеры использованных толкателей приведены на рис. 4. В ходе экспериментов определили, что толкатели 1–4 должны были вставляться в трубку до начала вращения ротора электродвигателя, а толкатель 5 мог вставляться в трубку как до начала вращения ротора электродвигателя, так и во время его вращения. Для удобства воздействия на толкатель на его верхней части закрепляли упор (толкатели 1–4) или выполняли петлю (толкатель 5).

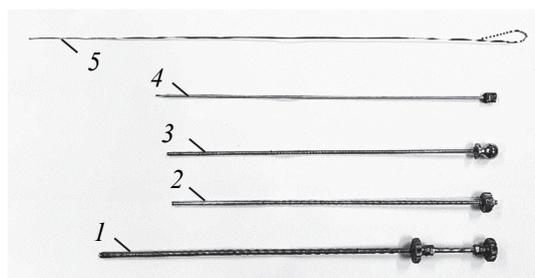


Рис. 4. Толкатели волчка:
1 – шпилька диаметром 6 мм; 2 – шпилька диаметром 5 мм; 3 – шпилька диаметром 4 мм;
4 – спица диаметром 3 мм; 5 – проволока вязальная диаметром 1 мм

После достижения заданной скорости вращения ротора, нажимая на упор или петлю толкателя, выталкивали волчок из трубки. Падая с высоты 40 мм, он приземлялся на шляпку и, продолжая вращаться, начинал свое движение по горизонтальной плоскости манежа.

При проведении экспериментов с разными толкателями не было обнаружено существенных изменений в траектории движения волчка. Наиболее удобным для выталкивания оказался толкатель 5 на рис. 4, который и использовался для проведения большинства опытов. Направление вылета волчка из трубки было случайным, а его скорость зависела не только от скорости вращения ротора мешалки, но и от вибрации ротора с амплитудой, достигающей на верхнем конце трубки 2 мм.

Траектории движения волчка на горизонтальной плоскости манежа (рис. 5) визуализировались в экспериментах следующим образом: сначала производилась запись опыта при помощи видеокамеры смартфона, затем осуществлялась раскадровка видеоролика и в каждом кадре отмечались координаты точек касания волчком поверхности (белые точки на рис. 5). После этого все координаты собирались в одном файле и строилась траектория движения волчка.

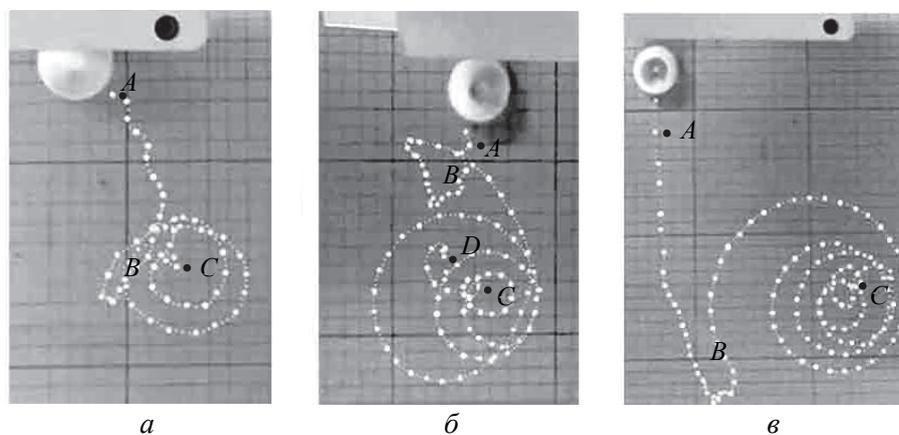


Рис. 5. Траектории движения волчка при различных скоростях вращения ротора мешалки:
а – 2000 об/мин; б – 2500 об/мин; в – 3000 об/мин

На траекториях точка *A* соответствует точке переворота волчка с шляпки на ножку, область *B* – петлеобразному движению, точка *C* – обратному перевороту волчка с ножки на шляпку, *D* – остановке движения волчка

Примеры траекторий при различных скоростях раскручивания волчка приведены на рис. 5, а, б, в. На них показано, что переворот волчка происходит почти мгновенно после начала движения по плоскости манежа (точки *A*), затем волчок начинает петлять (область *B*), разворачиваясь почти на 180° в горизонтальной плоскости, причем форма петли существенно зависит от скорости раскручивания волчка. Так, при скорости 2000 об/мин петля имеет вытянутую форму (рис. 5, а), при скорости 2500 об/мин петля принимает форму неправильного треугольника (рис. 5, б), а при скорости 3000 об/мин наблюдается П-образный отрезок траектории (рис. 5, в). После петлеобразного движения следует движение по скручивающейся спирали. Параметры спирали также оказываются зависимыми от скорости раскручивания: с ее ростом увеличиваются максимальный радиус закручивания спирали и число ее витков (для скорости 2000 об/мин максимальный радиус составляет 30 мм, число витков – 2, для скорости 2500 об/мин максимальный радиус – 50 мм, число витков – 3, для скорости 3000 об/мин – максимальный радиус – 80 мм, число витков – 4).

Когда радиус скручивающейся спирали становится малым, начинается последний этап движения волчка – обратный переворот с ножки на шляпку (точка *C*) и движение по раскручивающейся спирали (отрезок траектории *CD* на рис. 5, б, на рис. 5, а и 5, с не показан).

В отличие от траекторий с ручным раскручиванием волчка, описанных в работе [3], для всех траекторий движения волчка с автоматизированным раскручиванием характерен короткий начальный этап движения на шляпке до переворота на ножку, длинный период вращения на ножке и короткий этап движения после обратного переворота на шляпку.

В экспериментах с автоматизированным раскручиванием волчка наблюдался эффект, связанный с внезапным исчезновением способности волчка переворачиваться при движении по горизонтальной поверхности. В первоначальных опытах до нанесения разметки грифелем на поверхность манежа волчок начинал переворачиваться при скорости раскручивания 2000 об/мин. После нанесения разметки волчок перестал переворачиваться даже при раскрутке со скоростью 3000 об/мин. Этот эффект можно объяснить уменьшением шероховатости поверхности из-за присутствия графита и, соответственно, уменьшением коэффициента трения. Далее поверхность шляпки волчка зачищали шлифовальной шкуркой с зернистостью Р400. После обработки шкуркой волчок вновь приобретал способность переворачиваться на ножку в течение нескольких запусков. Потом способность к перевороту опять исчезала из-за истирания поверхности волчка и налипания на нее частиц графита, и требовалась повторная обработка шкуркой для придания волчку необходимой шероховатости поверхности. Таким образом, можно сделать вывод, что существует нижнее пороговое значение шероховатости взаимодействующих поверхностей (а значит, и коэффициента трения между поверхностями манежа и волчка), начиная с которого возможен переворот при движении волчка.

Теоретическая часть. Теоретическое описание движения волчка основано на нескольких моделях трения, включающих как силу, так и момент трения. Общепринятой и наиболее часто используемой является модель вязкого трения, учитывающая силу трения:

$$F_v = -\mu u, \quad (1)$$

где F_v – сила трения скольжения; μ – коэффициент вязкого трения скольжения; u – скорость точки волчка, которой он касается горизонтальной плоскости, связанная со скоростью движения центра масс волчка v соотношением:

$$u = v + \omega \times r, \quad (2)$$

где ω – угловая скорость вращения волчка; r – радиус-вектор, проведенный из центра масс к точке касания волчком горизонтальной плоскости.

Моментом трения в модели вязкого трения пренебрегают, предполагая его малой величиной [2, 4]. Это позволяет использовать первые интегралы задачи: геометрический интеграл, полную энергию и интеграл Джелетта для нахождения условных экстремумов функции Лагранжа и анализа стационарных решений задачи на устойчивость в аналитическом виде [4, 5]. Получаемые решения делятся на две группы: 1) вращение с постоянной угловой скоростью вокруг оси симметрии, которая неподвижна и занимает вертикальное положение (при этом центр тяжести волчка может находиться как выше, так и ниже его геометрического центра); 2) регулярные прецессии волчка вокруг оси симметрии, которая вращается с некоторой угловой скоростью вокруг вертикали. Во всех решениях отсутствует пороговое значение силы трения, а при параметрическом анализе устойчивости вращений с нижним и высшим расположением центра масс используются только геометрические характеристики волчка.

Как указывалось в работе [6], эффект переворота волчка является нестационарным эффектом его перехода из нижнего устойчивого состояния в верхнее неустойчивое состояние, поэтому ограничиваться одним стационарным анализом недостаточно. Кроме того, необходимо рассматривать полную модель сухого трения, включающую силу и момент трения. При использовании для них аппроксимаций Паде сила и момент сухого трения имеют следующий вид [6]:

$$F_d = -F_0 \frac{u}{u + \beta\Omega\rho}, \quad M_d = -M_0 \frac{\Omega\rho}{\Omega\rho + \alpha u}, \quad (3)$$

где F_0 , M_0 , α , β – коэффициенты Паде-аппроксимации первого порядка, определяемые через моменты распределения нормального напряжения в области контакта; Ω – скорость вращения волчка вокруг вертикальной оси; ρ – радиус пятна контакта волчка с горизонтальной поверхностью.

Согласно формуле (3), сила сухого трения может рассматриваться как сила вязкого трения (1) при больших угловых скоростях вращения волчка [7], однако коэффициент трения скольжения зависит от модуля скорости вращения Ω :

$$F_d \approx -F_0 \frac{u}{\beta\Omega\rho}. \quad (4)$$

В работе [8] рассматривалось численное решение задачи тел вращения на основе модели трения (3). В ней показано, что подъем центра тяжести тел вращения возможен, начиная с определенной угловой скорости его раскручивания, что согласуется с выводами работы [9]. Однако про наличие порогового значения коэффициента трения или коэффициента шероховатости поверхности в ней ничего не упоминается. Таким образом, вопрос о теоретическом описании обнаруженного в данной работе нижнего порогового значения силы трения для переворота волчка на 180° пока остается открытым и требует дальнейшего изучения.

Заключение. В работе рассмотрены особенности движения волчка тип-топ при его автоматизированной раскрутке с последующим выталкиванием на горизонтальную поверхность. Продемонстрировано, что траектория движения точки касания волчком плоскости состоит из нескольких характерных этапов: короткого отрезка движения на шляпке до переворота на ножку, петли неправильной формы при движении после переворота на ножку, скручивающейся спирали при движении на ножке, опрокидывании на шляпку и обратного движения до полной остановки. Показано, что с ростом скорости раскрутки волчка максимальный радиус закручивания спирали возрастает, также увеличивается число витков спирали в движении волчка до переворота в устойчивое положение равновесия. Экспериментально продемонстрирован эффект исчезновения способности у волчка к перевороту при уменьшении шероховатости поверхности, что свидетельствует о наличии нижнего граничного значения силы трения между контактирующими поверхностями, необходимой для осуществления переворота волчка на 180° .

Список литературы

1. К созданию прототипа сферического китайского волчка / М. С. Чоччи [и др.] // Нелинейная динамика. 2012. Т. 1, № 2. С. 391–425.
2. Карапетян А. В. Глобальный качественный анализ динамики китайского волчка (тип-топ) // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. 2008. Т. 43, № 3. С. 33–41.
3. Карлович Т. Б., Васеха А. П., Ласовский Р. Н. Экспериментальное исследование траектории точки касания волчка тип-топ с горизонтальной поверхностью при его движении // Труды БГТУ. Сер. 3, Физико-математические науки и информатика. 2024. № 2 (284). С. 19–24. DOI: 10.52065/2520-6141-2024-284-3.
4. Маркеев А. П. К динамике волчка // Известия АН СССР. Механика твердого тела. 1984. № 3. С. 30–38.
5. Карапетян А. В., Муницына М. А. Динамика волчка тип-топ при вязком трении // Труды МФТИ. 2021. Т. 13, № 1. С. 114–121.

6. Журавлев В. Ф. О модели сухого трения в задаче качения твердых тел // ПММ. 1998. Т. 62, вып. 5, С. 762–767.
7. Контенсу П. Связь между трением скольжения и трением верчения и ее учет в теории волчка // Проблемы гироскопии. М.: Мир, 1967. С. 60–77.
8. Муницына М. А. Переходные процессы в динамике волчка тип-топ // ПММ. 2020. Т. 84, вып. 4, С. 426–434.
9. Карлович Т. Б., Ласовский Р. Н. Исследование кинетических характеристик волчка тип-топ с горизонтальной поверхностью при его движении // Информационные технологии: материалы докл. 88-й науч.-техн. конф. проф.-преподават. состава, науч. сотрудников и аспирантов (с междунар. участием), Минск, 29 янв. – 16 фев. 2024 г. Минск: БГТУ, 2024. С. 243–246. URL: <https://elib.belstu.by/bitstream/123456789/67770/1/3.%20Карлович.pdf> (дата обращения: 14.11.2025).

References

1. Ciocci M. S., Malengier B., Langerok B., Grimonprez B. Towards the creation of a prototype of Spherical Chinese top. *Nelineynaya dinamika* [Nonlinear Dynamics], 2012, vol. 1, no. 2, pp. 391–425 (In Russian).
2. Karapetyan A. V. Global quality analysis of Chinese spinning top (tippe top) dynamics. *Izvestiya Rossiyskoy akademii nauk. Dinamika tverdogo tela* [Bulletin of the Russian Academy of Sciences. Solid Mechanics], 2008, vol. 43, no. 3, pp. 33–41 (In Russian).
3. Karlovich T. B., Vasekha A. P., Lasovsky R. N. Experimental study of the trajectory of the point of contact of a tip-top with a horizontal surface during its movement *Trudy BGTU* [Proceedings of BSTU], issue 3, Physics and Mathematics. Informatics, 2024, no. 2 (284), pp. 19–24. DOI: 10.52065/2520-6141-2024-284-3 (In Russian).
4. Markeev A. P. To the dynamics of a top. *Izvestiya AN SSSR. Mekhaika tverdogo tela* [Izvestiya Academy of Sciences of the USSR. Mechanics TV bodies], 1984, no. 3, pp. 30–38 (In Russian).
5. Karapetyan A. V., Munitsyna M. A. Dynamics of a tip-top with viscous friction. *Trudy MFTI* [Proceedings of MFTI], 2021, vol. 13, no. 1, pp. 114–121 (In Russian).
6. Zhuravlev V.F. On the model of the dry friction in the problem of rolling of solid bodies. *Prikladnaya matematika i mekhanika* [Applied mathematics and mechanics], 1998, vol. 62, issue 5, pp. 762–767 (In Russian).
7. Contensu P. The connection between sliding friction and spinning friction and its consideration in the theory of top. *Problemy giroskopii* [Problems of Gyroscopy], Moscow, Mir Publ., 1967, pp. 60–77 (In Russian).
8. Munitsyna M. A. Transient processes in the dynamics of a tip-top *Prikladnaya matematika i mekhanika* [Applied mathematics and mechanics], 2020, vol. 84, issue 4, pp. 426–434 (In Russian).
9. Karlovich T. B., Lasovsky R. N. Study of kinetic characteristics of tip-top with horizontal surface during its movement. *Informatsionnyye tekhnologii: materialy dokladov 88-y nauchno-tekhnicheskoy konferentsii professorsko-prepodavatel'skogo sostava, nauchnykh sotrudnikov i aspirantov (s mezhdunarodnym uchastiyem), Minsk, 29 yanvarya – 16 fevralya 2024 g.* [Information technologies: materials] of reports of the 88th scientific and technical conference of faculty, researchers and postgraduate students (with international participation), Minsk, January 29 – February 16, 2024. Minsk, 2024, pp. 243–246. Available at: <https://elib.belstu.by/bitstream/123456789/67770/1/3.%20Карлович.pdf> (accessed 05.09.2025) (In Russian).

Информация об авторах

Карлович Татьяна Борисовна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры механики и конструирования. Белорусский государственный технологический университет (ул. Свердлова, 13а, 220006, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: tbkar@mail.ru. SPIN-код: 8275-0733. AuthorID: 844939.

Наркевич Анна Леонидовна – кандидат технических наук, доцент кафедры механики и конструирования. Белорусский государственный технологический университет (ул. Свердлова, 13а, 220006, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: narkevich_ann@belstu.by. SPIN-код: 3511-6582. AuthorID: 801530.

Information about the authors

Karlovich Tatyana Borisovna – PhD (Physics and Mathematics), Assistant Professor, the Department of Mechanics and Design. Belarusian State Technological University (13a Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: tbkar@mail.ru. SPIN code: 8275-0733. AuthorID: 844939.

Narkevich Anna Leonidovna – PhD (Engineering), Assistant Professor, the Department of Mechanics and Design. Belarusian State Technological University (13a Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: narkevich_ann@belstu.by. SPIN code: 3511-6582. AuthorID: 801530.

Поступила после доработки 30.12.2025

ФИЗИКА PHISICS

УДК 535.34+535.35+535.372

Л. Л. Гладков¹, Д. В. Кленецкий², Н. Н. Крук²

¹Белорусская государственная академия связи

²Белорусский государственный технологический университет

КОНТУР π -СОПРЯЖЕНИЯ В МАКРОЦИКЛЕ ВИТАМИНА В₁₂

Методами квантовой химии исследовано формирование контура π -сопряжения в макроцикле витамина В₁₂. Для установления структуры хромофорного фрагмента витамина В₁₂ оптимизирована его молекулярная структура и молекулярная структура трех его модельных структурных предшественников: собственно макроцикла коррина без хелатированного иона Co^{3+} , в котором все периферические заместители заменены протонами; такой же молекулы коррина с хелатированным ионом Co^{3+} ; молекулы Co^{3+} -коррина с двумя присоединенными аксиальными лигандами. Кроме этого, для сравнительного анализа оптимизированы структуры незамещенной молекулы порфина, 2,3,7,8,12,13,17,18-октагидропорфина, молекулы BODIPY без периферических заместителей. В результате анализа длин связей между скелетными атомами макроциклов исследованных соединений обосновано формирование в макроцикле витамина В₁₂ незамкнутого контура π -сопряжения, включающего метиновые мостики, $\text{C}_\alpha\text{-N-C}_\alpha$ фрагменты двух пиррольных колец, расположенных между метиновыми мостиками, и $\text{C}_\alpha\text{-N}$ связи двух пиррольных колец в дипиррольном блоке в качестве терминальных фрагментов.

Ключевые слова: витамин В₁₂, макроцикл, длины связей, контур π -сопряжения.

Для цитирования: Гладков Л. Л., Кленецкий Д. В., Крук Н. Н. Контур π -сопряжения в макроцикле витамина В₁₂ // Труды БГТУ. Сер. 3, Физико-математические науки и информатика. 2026. № 1 (302). С. 35–41.

DOI: 10.52065/2520-6141-2026-302-4.

L. L. Gladkov¹, D. V. Klenitsky², M. M. Kruk²

¹Belarusian State Academy of Communications

²Belarusian State Technological University

π -CONJUGATION PATHWAY IN THE MACROCYCLE OF VITAMIN В₁₂

The formation of the π -conjugation contour in the vitamin В₁₂ macrocycle was studied using quantum chemistry methods. To establish the structure of the chromophore fragment of vitamin В₁₂, we optimized its molecular structure and the molecular structure of its three model structural precursors: the corrin macrocycle itself without a chelated Co^{3+} ion, in which all peripheral substituents are replaced by protons; the same corrin molecule with a chelated Co^{3+} ion; and a Co^{3+} -corrin molecule with two attached axial ligands. In addition, the structures of an unsubstituted porphine molecule, 2,3,7,8,12,13,17,18-octahydroporphin, and a BODIPY molecule without peripheral substituents were optimized for comparative analysis. As a result of the analysis of the bond lengths between the skeletal atoms of the macrocycles of the studied compounds, the formation of an open π -conjugation pathway in the vitamin В₁₂ macrocycle was substantiated, which includes the methine bridges, $\text{C}_\alpha\text{-N-C}_\alpha$ fragments of two pyrrole rings located between the methine bridges, and $\text{C}_\alpha\text{-N}$ bonds of two pyrrole rings in the dipyrrole block as terminal fragments.

Keywords: vitamin В₁₂, macrocycle, bond lengths, conjugation pathway.

For citation: Gladkov L. L., Klenitsky D. V., Kruk M. M. π -Conjugation pathway in the macrocycle of vitamin B₁₂. *Proceedings of BSTU, issue 3, Physics and Mathematics. Informatics*, 2026, no. 1 (302), pp. 35–41 (In Russian).

DOI: 10.52065/2520-6141-2026-302-4.

Введение. Электронная структура витамина В₁₂ является ключом к пониманию механизмов выполнения этими соединениями их биологических функций [1]. Приступая к анализу электронной структуры, необходимо отметить, что в отличие от многих природных тетрапиррольных макрогетероциклических соединений, архитектура периферического замещения витамина В₁₂ весьма сложна (рис. 1, а). Одной из причин этого является то, что все С_b–С_b связи азотсодержащих гетероциклов являются насыщенными, так что к каждому С_b-атому присоединяется по два заместителя (либо заместитель и протон). Кроме этого, два из восьми С_a-атомов также не участвуют в формировании двойных связей в макроцикле и замещены либо парой протонов, либо протоном и метильной группой. Кроме этого, к хелатированному катиону кобальта присоединен диметилбензимидазольный аксиальный лиганд, который через рибозный фрагмент ковалентно связан с корриновым кольцом.

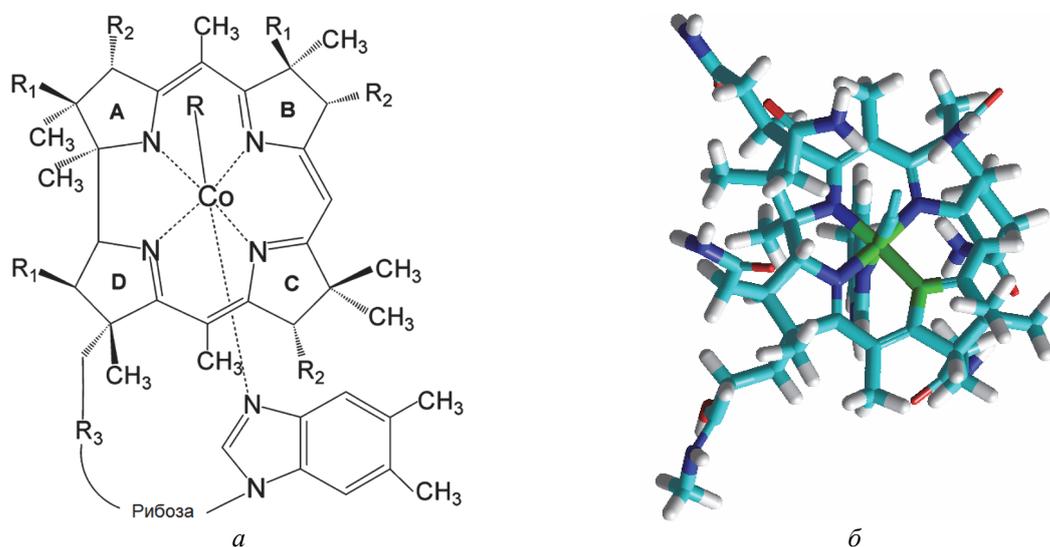


Рис. 1. Молекулярная структура витамина В₁₂:
а – структурная формула; б – оптимизированная молекулярная структура

Ненасыщенный характер С_b–С_b связей приводит к отсутствию локальной ароматичности гетероциклов, а насыщение связи С₁–С₁₉ препятствует циклизации в π -сопряженной системе макроцикла. В результате электронная структура витамина В₁₂, структурно подобного металлокомплексам корролов, имеет особенности. Насыщение С–С связей в макроцикле существенно влияет на молекулярную конформацию макроцикла, что, в свою очередь, меняет электронную коммуникацию в молекуле, поскольку происходит изменение гибридизации $sp^2 \rightarrow sp^3$ атомов углерода. Как нами было показано ранее [2], в результате таких изменений существенно изменяются электронная структура и спектральные характеристики макрогетероциклических соединений. Несмотря на указанные выше структурные особенности, в молекуле витамина В₁₂ формируется цепь π -сопряжения, о чем свидетельствует наличие интенсивного спектра поглощения в видимой и ближней ультрафиолетовой областях спектра, форма которого имеет сходство с формой спектра поглощения (гидро)порфиринов и BODIPY.

С целью установления структуры хромофорного фрагмента витамина В₁₂ нами была оптимизирована его молекулярная структура (далее по тексту В₁₂) и молекулярная

структура трех его модельных структурных предшественников: собственно макроцикла коррина без хелатированного иона Co^{3+} (**1**), в котором все периферические заместители заменены протонами; такой же молекулы коррина с хелатированным ионом Co^{3+} (**2**); молекулы **2** с двумя присоединенными аксиальными лигандами (**3**). Кроме них в качестве объектов для сравнительного анализа были оптимизированы структуры 2,3,7,8,12,13,17,18-октагидропорфина (**4**), молекулы BODIPY без периферических заместителей (**5**) и порфина (**6**).

Основная часть. Оптимизацию молекулярной конформации в основном синглетном S_0 состоянии проводили методом функционала плотности (DFT) с обменно-корреляционным функционалом PBE и трехэкспоненциальным базисом 3z с помощью программного пакета для квантово-химических расчетов «Природа» [3]. После оптимизации геометрии рассчитывали спектр нормальных колебаний. Критерием достижения стационарной точки являлось отсутствие мнимых частот колебательных мод. Оптимизация конформации тетрапиррольных молекул методом функционала плотности с учетом электронной корреляции позволяет получить адекватные значения длин связей, которые согласуются со значениями, полученными методами рентгеноструктурного анализа, причем использование оптимизированных таким образом структур для расчетов электронных спектров поглощения полуэмпирическим методом ZINDO/S дает очень хорошее согласие с экспериментом [4]. Для оптимизированной структуры рассчитывали энергию основного состояния, энергии молекулярных орбиталей, определяли длины связей и валентные углы между скелетными атомами макроцикла, расстояния между атомами и торсионные углы между молекулярными фрагментами. Полученные структуры соединений **1–3** приведены на рис. 1, б и 2.

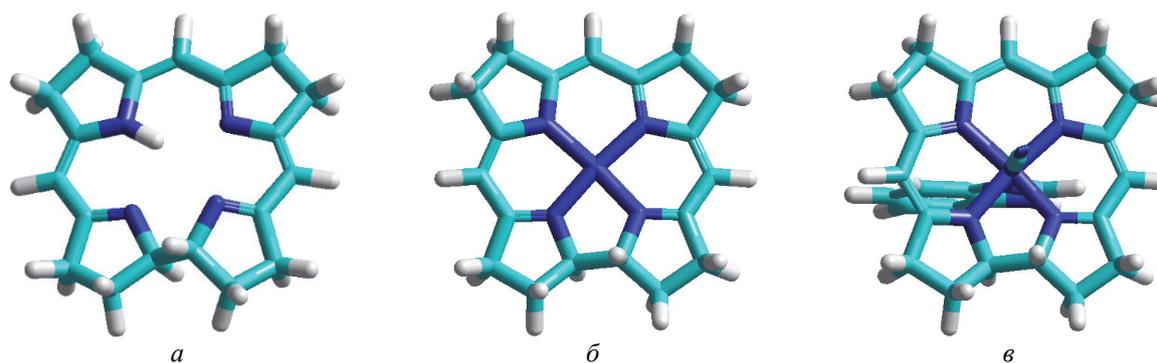


Рис. 2. Оптимизированная молекулярная структура молекул **1–3**

Результаты анализа структурных данных, представленных в таблице, позволяют сделать однозначные выводы о характере контура π -сопряжения в исследованных соединениях (нумерация атомов в макроциклах приведена на рис. 3). Прежде всего следует указать, что наиболее близким аналогом молекулы **B₁₂** по формированию контура π -сопряжения является 2,3,7,8,12,13,17,18-октагидропорфин **4**.

Длины связей в молекулах исследуемых соединений (в Å)

Связь	Соединение						
	B₁₂	1	2	3	4	5	6
C ₁ –C ₂	1,586	1,544	1,534	1,538	1,526	–	1,460
C ₂ –C ₃	1,568	1,544	1,544	1,546	1,537	–	1,361
C ₃ –C ₄	1,516	1,515	1,515	1,513	1,526	–	1,460
C ₄ –C ₅	1,436	1,401	1,411	1,422	1,402	–	1,403
C ₅ –C ₆	1,384	1,407	1,376	1,374	1,385	–	1,397
C ₆ –C ₇	1,531	1,523	1,515	1,512	1,516	1,415	1,436
C ₇ –C ₈	1,562	1,542	1,535	1,537	1,545	1,391	1,377
C ₈ –C ₉	1,503	1,530	1,514	1,510	1,516	1,424	1,436

Окончание табл.

Связь	Соединение						
	В ₁₂	1	2	3	4	5	6
C ₉ –C ₁₀	1,390	1,384	1,388	1,393	1,385	1,394	1,397
C ₁₀ –C ₁₁	1,385	1,427	1,388	1,391	1,402	1,394	1,403
C ₁₁ –C ₁₂	1,518	1,528	1,514	1,510	1,526	1,424	1,460
C ₁₂ –C ₁₃	1,556	1,539	1,536	1,537	1,537	1,391	1,361
C ₁₃ –C ₁₄	1,526	1,529	1,516	1,513	1,526	1,415	1,460
C ₁₄ –C ₁₅	1,388	1,372	1,376	1,377	1,403	–	1,403
C ₁₅ –C ₁₆	1,445	1,450	1,410	1,422	1,384	–	1,397
C ₁₆ –C ₁₇	1,549	1,529	1,515	1,516	1,516	–	1,436
C ₁₇ –C ₁₈	1,577	1,544	1,544	1,548	1,545	–	1,377
C ₁₈ –C ₁₉	1,540	1,555	1,534	1,533	1,516	–	1,436
C ₁₉ –C ₂₀	–	–	–	–	1,385	–	1,397
C ₂₀ –C ₁	–	–	–	–	1,403	–	1,403
C ₁₉ –C ₁	1,560	1,552	1,519	1,526	–	–	–
C ₁ –N ₂₁	1,499	1,463	1,485	1,483	1,354	–	1,369
C ₄ –N ₂₁	1,313	1,334	1,325	1,307	1,355	–	1,369
C ₆ –N ₂₂	1,391	1,339	1,389	1,383	1,367	1,346	1,375
C ₉ –N ₂₂	1,355	1,362	1,366	1,352	1,367	1,395	1,375
C ₁₁ –N ₂₃	1,356	1,323	1,366	1,354	1,355	1,395	1,369
C ₁₄ –N ₂₃	1,382	1,379	1,388	1,382	1,354	1,346	1,369
C ₁₆ –N ₂₄	1,316	1,296	1,325	1,309	1,367	–	1,375
C ₁₉ –N ₂₄	1,477	1,459	1,485	1,481	1,367	–	1,375
Co(B)–N ₂₁	1,883	–	1,841	1,893	–	–	–
Co(B)–N ₂₂	1,931	–	1,903	1,942	–	–	–
Co(B)–N ₂₃	1,931	–	1,906	1,946	–	1,580	–
Co(B)–N ₂₄	1,888	–	1,841	1,886	–	1,580	–

Действительно, насыщение С_б–С_б связей всех пиррольных колец макроцикла является наиболее существенным общим структурным изменением по сравнению с макроциклами порфина и коррола. Насыщение исключает из π -сопряженной системы макроцикла С_б–С_б и С_а–С_б связи этих элементов структуры. Поэтому рассчитанные значения длин указанных связей всех пиррольных колец близки длине одинарной связи 1,54 Å и достаточно хорошо выравнены от 1,516 до 1,545 Å. Отметим, что в результате оптимизации молекулярной структуры молекул в ряду дигидропорфин–тетрагидропорфин–октагидропорфин, структура которых содержит соответственно одно, два и четыре гидрированных пиррольных фрагмента, получаются практически одинаковые длины связей: 1,526, 1,527 и 1,526 Å для связи С_а–С_б и 1,537, 1,538 и 1,537 Å для связи С_б–С_б гидрированных пиррольных колец. Данные значения существенно отличаются от вычисленных величин соответствующих связей молекулы порфина **6**, которые варьируются от 1,36 до 1,46 Å. Отсюда следует, что длины С_б–С_б и С_а–С_б связи пиррольных колец октагидропорфина **4** лучше выравнены, чем аналогичные связи в негидрированных пиррольных кольцах порфина и других порфиринов.

В молекуле В₁₂ длины С_б–С_б и С_а–С_б связей варьируются от 1,516 до 1,586 Å, причем для отдельного пиррольного кольца связи более выравнены, что, вероятно, обусловлено различным расположением и, как следствие, – различными взаимодействиями с соседними фрагментами макроцикла. Длины связей различаются для пиррольных колец *B* и *C*, расположенных между двумя метиновыми мостиками, и для пиррольных колец *A* и *D*, расположенных между метиновым мостиком и связью С₁–С₁₉. Кроме этого, различная природа периферических заместителей в пиррольных кольцах также оказывает определенное влияние. Вместе с тем не вызывает сомнения то, что С_б–С_б связи пиррольных колец в молекуле В₁₂ не вовлечены в формирование контура π -сопряжения, как и в октагидропорфине **4**.

Длины C_a-C_m связей, соединяющие пиррольные кольца с C_m -положениями, также хорошо выравнены между собой от 1,384 до 1,403 Å, однако они ощутимо короче длин C_b-C_b и C_a-C_b связей в кольцах, что однозначно обусловлено их участием в формировании контура π -сопряжения в макроцикле. Отметим, что у дигидропорфина (тетрагидропорфина) длины C_a-C_m связей метиновых мостиков имеют примерно такие же значения 1,392 (1,393) и 1,404 (1,403 Å), но эти величины относятся к различным связям. Наблюдаемые у дигидропорфина длины связей типа C_1-C_{20} , равные 1,392 Å, при переходе к октагидропорфину **4** увеличиваются до 1,402 Å, в то время как соседние связи метинового мостика типа $C_{19}-C_{20}$, наоборот, уменьшаются с 1,404 до 1,384 Å. Сопоставимые изменения наблюдаются при сравнении длин связей метиновых мостиков октагидропорфина **4** и порфина **6**.

В молекуле **V₁₂** длины C_a-C_m связей оказались весьма близки к значениям для октагидропорифрина **4**. При этом следует отметить, что выравнивание длин связей в метиновых мостиках различное, в зависимости от расположения. Так, длины связей C_9-C_{10} и $C_{10}-C_{11}$, равные соответственно 1,390 и 1,385 Å, отличаются друг от друга заметно меньше, чем соответствующие связи у октагидропорфина **4**. В то же время выравнивание длин C_a-C_m связей в двух других метиновых мостиках менее выражено. Очевидно, что метиновые мостики в молекуле **V₁₂** вовлечены в формирование контура π -сопряжения, как и в молекуле октагидропорфина **4**.

Поскольку, как было показано выше, конъюгация через внешний периметр пиррольных колец невозможна [5], то в формирование π -сопряженного контура должны быть вовлечены $C-N$ связи. Длины $C-N$ связей в макроцикле октагидропорфина **4** также хорошо выравнены от 1,354 до 1,367 Å. При этом их длины короче аналогичных связей в макроцикле порфина, что, вероятно, обусловлено уменьшением размеров контура π -сопряжения. В макроцикле молекулы **V₁₂** длины $C-N$ связей варьируются в близком диапазоне: от 1,355 до 1,391 Å, за исключением связей C_4-N_{21} и $C_{16}-N_{24}$, которые равны соответственно 1,313 и 1,316 Å, и связей C_1-N_{21} и $C_{19}-N_{24}$, которые равны соответственно 1,499 и 1,477 Å. Причины данных различий обусловлены различием в форме контура π -сопряжения. Если в молекуле октагидропорфина контур π -сопряжения проходит через $C-N$ связи и является замкнутым, формируя так называемый ароматический крест, то в корриновом макроцикле из-за того, что связь C_1-C_{19} гидрирована, контур π -сопряжения размыкается. Следовательно, в результате π -сопряжения связи C_4-N_{21} и $C_{16}-N_{24}$ становятся короче, а соседние со связью C_1-C_{19} фрагменты пиррольных колец соответственно удлиняются из-за ослабления электронной коммуникации с атомами C_1 и C_{19} . Вероятно, в удлинение связей C_1-N_{21} и $C_{19}-N_{24}$ вносят определенный вклад в неплоскостные искажения в макроцикле при изменении гибридизации атомов углерода, формирующих мостик C_1-C_{19} . Предложенный контур π -сопряжения в макроцикле витамина **V₁₂** показан на рис. 3.

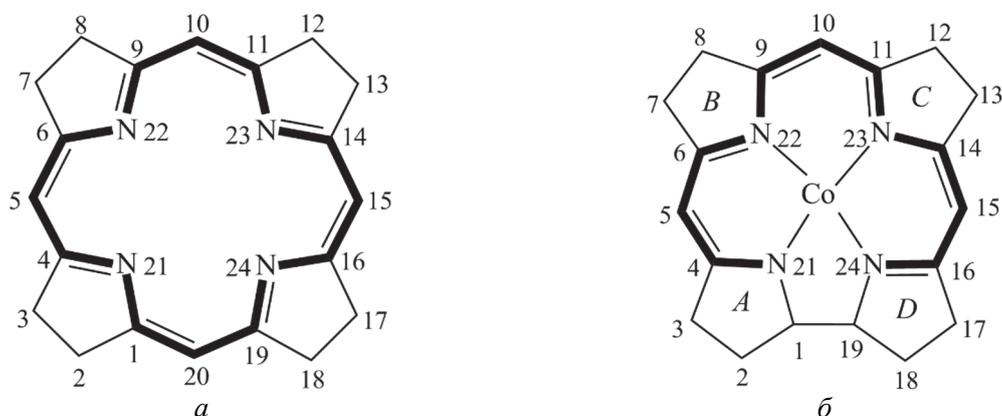


Рис. 3. Контур π -сопряжения макроциклов с нумерацией макроциклических атомов и пиррольных колец согласно номенклатуре IUPAC:

a – октагидропорфин **4**; *б* – витамин **V₁₂**

Заметим, что полученные при оптимизации молекул длины связей С–С и С–N, которые вовлечены в формирование контура π -сопряжения, согласуются с так называемыми оптимальными длинами С–С и С–N связей $R_{\text{опт}}$, равными соответственно 1,388 Å и 1,334 Å. Величины $R_{\text{опт}}$ определены исходя из требования обеспечения для молекулы бензола величины индекса ароматичности $I_{\text{НОМА}}$, равной 1 [6]. Однако, если молекула октагидропорфина **4** имеет замкнутый контур π -сопряжения и является ароматической, то в молекуле витамина В₁₂ контур π -сопряжения не замкнут. Можно предположить, что ароматическая стабилизация существенно не влияет на длины связей, а только уменьшает степень их альтернирования. Необходимо отметить, что длины связей Со–N₂₁ и Со–N₂₄, равные соответственно 1,883 и 1,888 Å, заметно короче, чем связи Со–N₂₂ и Со–N₂₃ (обе равны 1,931 Å). Это может быть результатом того, что происходит квазициклизация контура сопряжения через содержащий ион металла фрагмент N₂₁–Со–N₂₄. Этот вопрос будет детально рассмотрен в отдельной работе.

Молекула BODIPY **5** обнаруживает длины связей в макроцикле, близкие к значениям, полученным для порфина **6**, причем длина С–С связей изменятся от 1,391 до 1,424 Å, что даже меньше, чем у порфирина **6**. В то же время длина С–N связей различается сильнее: 1,346 Å для связей с атомом углерода «снаружи» молекулы и 1,395 Å для связей с атомом углерода, соседним с метиновым мостиком, что, вероятно, вызвано стерическими взаимодействиями при хелатировании иона бора. При этом длина N–В связей одинакова и равна 1,580 Å. Несмотря на то, что молекула **5** содержит близкий структурный мотив с координацией иона металла пиррольными кольцами, ароматический характер пиррольных колец обуславливает существенные различия в электронной структуре по сравнению с молекулой В₁₂.

Заключение. Таким образом, на основании анализа длин связей между скелетными атомами макроцикла витамина В₁₂ и изучения характера их альтернирования обосновано формирование незамкнутого контура π -сопряжения, который включает метиновые мостики и С_a–N–С_a фрагменты двух пиррольных колец в дипиррометеновом фрагменте, а также две С_a–N связи в дипиррольном фрагменте в качестве терминальных. Сопоставление длин связей в макроциклах модельных соединений без хелатированного иона кобальта и их металлокомплексов не обнаруживает принципиальных различий, что свидетельствует об инвариантности контура π -сопряжения по отношению к хелатированию иона металла.

Работа выполнена при финансовой поддержке Государственной программы научных исследований Республики Беларусь «Конвергенция-2025» (подпрограмма «Междисциплинарные исследования и новые зарождающиеся технологии», задание шифр 3.03.10 (НИР 2)).

Список литературы

1. Eschenmoser A. Vitamin B₁₂: Experiments concerning the origin of its molecular structure // *Angew. Chem. Int. Ed.* 1988. Vol. 27, no. 1. P. 5–39.
2. Гладков Л. Л., Кленецкий Д. В., Крук Н. Н. Механизмы батохромного сдвига полос в спектрах поглощения N-замещенных производных порфина // *Журн. прикл. спектр.* 2023. Т. 90, № 4. С. 562–569.
3. Laikov D. N. Fast evaluation of density functional exchange-correlation terms using the expansion of the electron density in auxiliary basis sets // *Chem. Phys. Lett.* 1997. Vol. 28, issues 1–3. P. 151–156.
4. Senge M.O., MacGovan S.A., O'Brien J. Conformational control of cofactors in nature – the influence of protein-induced macrocycle distortion on the biological function of tetrapyrroles // *Chem. Commun.* 2015. Vol. 51, no. 96. P. 17031–17063.
5. Fliegl H., Sundholm D. Aromatic Pathways of Porphins, Chlorins, and Bacteriochlorins // *J. Org. Chem.* 2012. Vol. 77, no. 7. P. 3408–34145.
6. Aromaticity from the viewpoint of molecular geometry: application to planar systems / T. M. Krygowski [et al.] // *Chem. Rev.* 2014. Vol. 114. P. 6383–6422.

References

1. Eschenmoser A. Vitamin B₁₂: Experiments concerning the origin of its molecular structure. *Angew. Chem. Int. Ed.*, 1988, vol. 27, issue 1, pp. 5–39.
2. Gladkov L. L., Klenitsky D. V., Kruk M. M. Mechanisms of bathochromic band shifts in absorption spectra of *N*-substituted porphine derivatives. *Journ. Appl. Spectr.*, 2023, vol. 90, issue 4, pp. 754–760 (In Russian).
3. Laikov D. N. Fast evaluation of density functional exchange-correlation terms using the expansion of the electron density in auxiliary basis sets. *Chem. Phys. Lett.*, 1997, vol. 281, issues 1–3, pp. 151–156.
4. Senge M. O., MacGovan S. A., O'Brien J. Conformational control of cofactors in nature – the influence of protein-induced macrocycle distortion on the biological function of tetrapyrroles. *Chem. Commun.*, 2015, vol. 51, issue 96, pp. 17031–17063.
5. Fliegl H., Sundholm D. Aromatic Pathways of Porphins, Chlorins, and Bacteriochlorins. *J. Org. Chem.*, 2012, vol. 77, no. 7, pp. 3408–34145.
6. Krygowski T. M., Szatyłowicz H., Stasyuk O. A., Domanikowka J., Palusiak M. Aromaticity from the viewpoint of molecular geometry: application to planar systems. *Chem. Rev.*, 2014, vol. 114, pp. 6383–6422.

Информация об авторах

Гладков Лев Львович – доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры физических и математических основ информатики. Белорусская государственная академия связи (ул. Ф. Скорины, 8/2, 220114, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: gladkovlev0@gmail.com. SPIN-код: 2562-2620. Scopus ID: 6603789755. ORCID: 0000-0001-9633-8943.

Кленицкий Дмитрий Викентьевич – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры физики. Белорусский государственный технологический университет (ул. Свердлова, 13а, 220006, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: klen@belstu.by. SPIN-код: 9078-6126. Scopus ID: 57212376090. ORCID: 0009-0005-7442-7298.

Крук Николай Николаевич – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой физики. Белорусский государственный технологический университет (ул. Свердлова, 13а, 220006, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: m.kruk@belstu.by. SPIN-код: 1089-1902. Scopus ID: 7006350701. ORCID: 0000-0002-5214-8301.

Information about the authors

Gladkov Lev L'vovich – DSc (Physics and Mathematics), Professor, Professor, the Department of Physical and Mathematical Foundations of Informatics. Belarusian State Academy of Communications (8/2 F. Skorina str., 220114, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: gladkovlev0@gmail.com. SPIN code: 2562-2620. Scopus ID: 6603789755. ORCID: 0000-0001-9633-8943.

Klenitsky Dmitry Vikentievich – PhD (Physics and Mathematics), Associate Professor, Assistant Professor, the Department of Physics. Belarusian State Technological University (13a Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: klen@belstu.by. SPIN code: 9078-6126. Scopus ID: 57212376090. ORCID: 0009-0005-7442-7298.

Kruk Mikalai Mikalaevich – DSc (Physics and Mathematics), Professor, Head of the Department of Physics. Belarusian State Technological University (13a Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: m.kruk@belstu.by. SPIN code: 1089-1902. Scopus ID: 7006350701. ORCID: 0000-0002-5214-8301.

Поступила 06.01.2026

УДК 535.34+535.35+535.372

Д. В. Кленецкий¹, Л. Л. Гладков², И. В. Вершиловская¹, Н. Н. Крук¹¹Белорусский государственный технологический университет²Белорусская государственная академия связи

ОБ АРОМАТИЧНОСТИ МАКРОЦИКЛИЧЕСКИХ ТЕТРАПИРРОЛЬНЫХ СОЕДИНЕНИЙ В НИЖНЕМ ТРИПЛЕТНОМ T_1 СОСТОЯНИИ

Исследованы степень ароматичности и контуры π -сопряжения незамещенных макроциклических тетрапиррольных соединений, различающихся природой соединительных мостиков между пиррольными фрагментами макроцикла. Оптимизация молекулярной конформации исследованных соединений выполнена методом функционала плотности в основном синглетном S_0 и нижнем возбужденном триплетном T_1 состояниях. Для оценки степени ароматичности использован структурный критерий, основанный на модели гармонического осциллятора ароматичности НОМА. Для всех возможных контуров сопряжения исследованных соединений, удовлетворяющих правилу Хюккеля, вычислены индексы ароматичности $I_{НОМА}$. Показано, что в основном состоянии у соединений наибольшими значениями индекса ароматичности обладают контуры сопряжения, содержащие 18 π -электронов. В нижнем триплетном T_1 состоянии эта тенденция сохраняется, за исключением порфирина, у которого наибольшим значением индекса обладает 22-членный контур Шлейера. Установлено, что для исследованных соединений справедливо правило Берда об инверсии ароматичности в триплетном состоянии. У ароматических соединений (порфирина, тетрагидропорфирина, порфицена, а также NH-таутомеров коррола) степень ароматичности в триплетном T_1 состоянии уменьшается по сравнению с основным состоянием, и наоборот, у неароматических соединений (норкоррола) степень ароматичности увеличивается. Изменения конфигурации контура π -сопряжения электронов в макроцикле и степени ароматичности макроцикла в целом при заселении нижнего триплетного T_1 состояния связано как с конформационными перестройками макроцикла, так и с изменением конфигурационного взаимодействия.

Ключевые слова: тетрапиррольные соединения, триплетное состояние, ароматичность, контур π -сопряжения.

Для цитирования: Кленецкий Д. В., Гладков Л. Л., Вершиловская И. В., Крук Н. Н. Об ароматичности макроциклических тетрапиррольных соединений в нижнем триплетном T_1 состоянии // Труды БГТУ. Сер. 3, Физико-математические науки и информатика. 2026. № 1 (302). С. 42–51.

DOI: 10.52065/2520-6141-2026-302-5.

D. V. Klenitsky¹, L. L. Gladkov², I. V. Vershilovskaya¹, M. M. Kruk¹¹Belarusian State Technological University²Belarusian State Academy of Communications

ON THE AROMATICITY OF MACROCYCLIC TETRAPYRROLIC COMPOUNDS IN THE LOWEST TRIPLET T_1 STATE

The degree of aromaticity and π -conjugation pathway of unsubstituted macrocyclic tetrapyrrole compounds differing in the nature of the connecting bridges between the pyrrole fragments of the macrocycle were studied. Optimization of the molecular conformation of the studied compounds was performed using the density functional method in the ground singlet S_0 and lower excited triplet T_1 states. To assess the degree of aromaticity, a structural criterion based on the harmonic oscillator model of aromaticity (HOMA) was used. For all possible conjugation pathway of the studied compounds that satisfy the Hückel rule, the $I_{НОМА}$ aromaticity indices were calculated. It has been shown that in the ground state for all compounds, the highest values of the aromaticity index are found in conjugation contours containing 18 π -electrons. In the lower triplet T_1 state, this trend is maintained, with the exception of porphyrin, in which the 22-membered Schleyer circuit has the highest index value. It turned out that Bird's rule on the inversion of aromaticity in the triplet state is valid for the studied compounds. The degree of aromaticity of aromatic compounds (porphyrin, tetrahydroporphyrin, porphycene, as well as corrole tautomers) in the triplet state decreases compared to the ground state, and vice versa, in non-aromatic compounds (norcorrole) the degree

of aromaticity increases. Changes in the configuration of the π -conjugation pathway of electrons in the macrocycle and the degree of aromaticity of the macrocycle when populating the lower triplet T_1 state are associated with both conformational rearrangements of the macrocycle and changes in the configurational interaction.

Keywords: tetrapyrrole compounds, triplet state, aromaticity, π -conjugation pathway

For citation: Klenitsky D. V., Gladkov L. L., Vershilovskaya I. V., Kruk M. M. On the aromaticity of macrocyclic tetrapyrrolic compounds in the lowest triplet T_1 state. *Proceedings of BSTU, issue 3, Physics and Mathematics. Informatics*, 2026, no. 1 (302), pp. 42–51. (In Russian).

DOI: 10.52065/2520-6141-2026-302-5.

Введение. Среди большого числа макрогетероциклических соединений особое место занимают тетрапиррольные соединения, у которых четыре пиррольных кольца связаны вместе напрямую или с использованием различных соединительных мостиков. Характерной особенностью данных соединений является образование сопряженной системы связанных p -орбиталей, которая обеспечивает делокализацию π -электронов по макроциклу. Молекулярная структура тетрапиррольных соединений допускает существование нескольких вариантов контура π -сопряжения. Определение контура сопряженной π -электронной системы, реализующегося в макроциклах, является предметом многочисленных исследований [1–3]. В зависимости от количества π -электронов в контуре сопряжения и его топологии сопряженная электронная система молекулы будет ароматичной либо антиароматичной, что в результате должно приводить к существенно различающимся между собой спектрально-люминесцентным и физико-химическим свойствам. Для ароматической стабилизации число π -электронов в контуре сопряжения должно удовлетворять правилу Хюккеля: $4n + 2$, где n – целое число.

Следует отметить, что многие тетрапиррольные соединения обладают непланарным макроциклом, но при этом сохраняют свойства делокализованной системы π -электронов. Квантово-механические расчеты показывают, что p -орбитали имеют нулевое перекрытие только при строго ортогональном расположении. Величина перекрытия, а следовательно, и эффективность сопряжения зависят от торсионного угла между осями симметрии p -орбиталей. Конформационный фактор, связанный с неплоским строением макроцикла, способен оказать существенное влияние на степень ароматичности соединений. Кроме того, степень ароматичности молекул может также изменяться при заселении возбужденных состояний. Заселение нижнего триплетного T_1 состояния может сопровождаться как конформационными перестройками макроцикла, связанными с неплоскостными искажениями макроцикла, так и изменениями самой электронной структуры. Это приводит к изменению и конфигурации контура π -сопряжения электронов в макроцикле, и степени ароматичности макроцикла в целом. Определение степени ароматичности, а также возможность ее изменения с помощью внешних воздействий является важной научной задачей, направленной на создание новых органических соединений с заданными физико-химическими свойствами.

С использованием методов квантовой химии в настоящей работе нами выполнен сравнительный анализ степени ароматичности свободных оснований макроциклических тетрапиррольных соединений, различающихся природой соединительных мостиков между пиррольными фрагментами макроцикла, в основном синглетном S_0 и нижнем возбужденном триплетном T_1 состояниях.

Основная часть. Исследованные соединения (рис. 1) различаются архитектурой формирования макроцикла за счет различных типов соединительных мостиков и их чередования. Природа соединительных мостиков определяет характер электронной коммуникации между отдельными пиррольными фрагментами путем формирования условий для сопряжения π -электронов и образования делокализованной электронной системы. Кроме того, молекулы порфина и тетрагидропорфина различаются степенью насыщения C_b-C_b связей

в двух из четырех пиррольных колец. Гидрирование C_б–C_б связей приводит к снижению молекулярной симметрии макроцикла и оказывает существенное влияние на физико-химические характеристики молекулы [4].

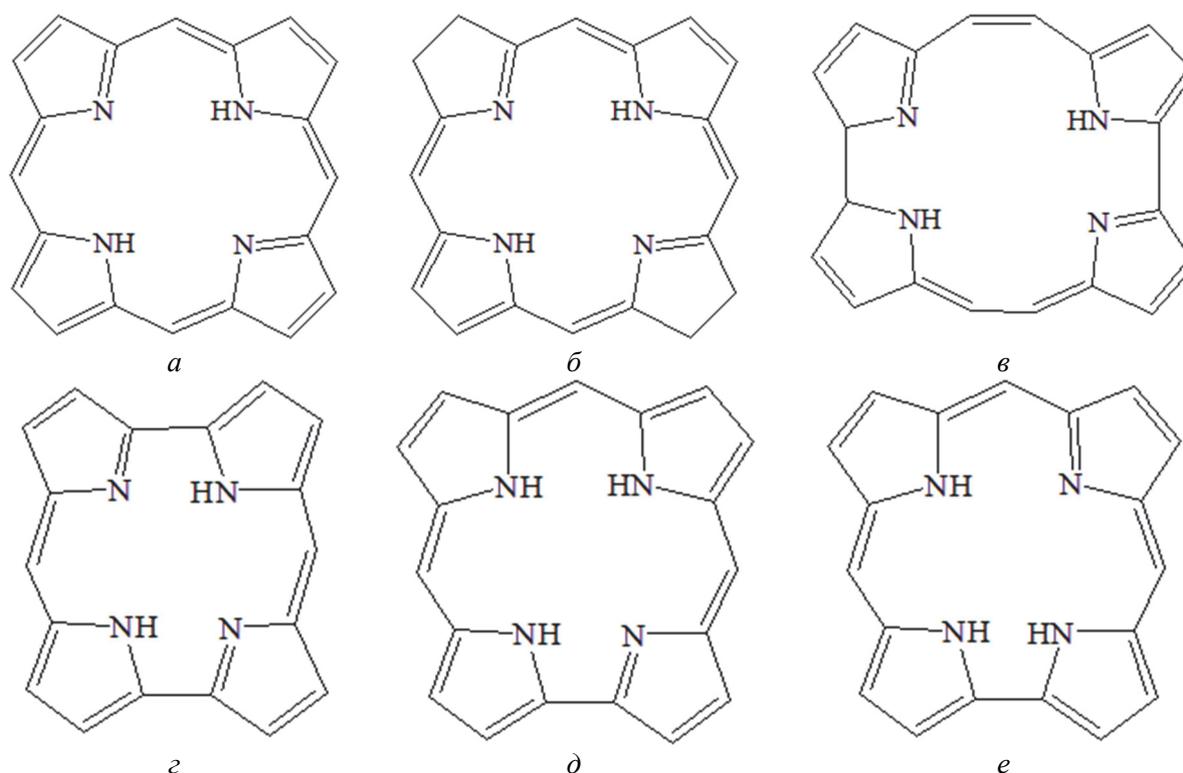


Рис. 1. Молекулярная структура изученных соединений:
a – порфирина; *б* – тетрагидропорфирин; *в* – порфицен;
г – норкоррол; *д* – коррол (T1 таутомер); *е* – коррол (T2 таутомер)

С использованием программного пакета для квантово-химических расчетов «Природа» методом функционала плотности (DFT) с обменно-корреляционным функционалом PBE и трехэкспоненциальным базисом 3z для всех соединений нами выполнена оптимизация молекулярной конформации в основном синглетном S₀ и нижнем возбужденном триплетном T₁ состояниях, а также рассчитан спектр нормальных колебаний. Отсутствие мнимых частот колебательных мод служило критерием достижения стационарной точки. Для оптимизированных структур рассчитаны энергии основного состояния и молекулярных орбиталей, определены длины связей между скелетными атомами макроциклов. Известно, что оптимизация конформации тетрапиррольных молекул методом функционала плотности с учетом электронной корреляции приводит к адекватным значениям длин связей, согласующимся со значениями, полученными методами рентгеноструктурного анализа [5].

Для оценки степени ароматичности молекул был использован структурный критерий НОМА (harmonic oscillator model of aromaticity), основанный на применении индекса ароматичности [6]:

$$I_{\text{НОМА}} = 1 - \sum_{i=1}^2 \frac{\alpha_i}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} (R_i^{\text{опт}} - R_j)^2, \quad (1)$$

где n_1 и n_2 – количество C–C и C–N связей в контуре сопряжения; α_1 и α_2 – эмпирические параметры, определяемые атомами, формирующими данную связь, и равные 257,7 и 93,52 соответственно для C–C связей и C–N связей; $R_1^{\text{опт}} = 1,388 \text{ \AA}$ и $R_2^{\text{опт}} = 1,334 \text{ \AA}$ – оптималь-

ные длины C–C и C–N связей; R_j – длина связи в контуре сопряжения. Применение индекса НОМА основано на степени выравнивания длин связи между атомами макроцикла при π -электронном сопряжении. В ароматических контурах сопряжения индекс НОМА близок к единице, а в неароматических является малым и может быть отрицательным. Индекс ароматичности $I_{\text{НОМА}}$ был вычислен для возможных контуров сопряжений исследованных молекул, удовлетворяющих правилу Хюккеля.

Молекулярная структура тетрапиррольных соединений, имеющих восемь точек ветвления, допускает несколько вариантов контура π -сопряжения, удовлетворяющих правилу Хюккеля. Макроциклы порфирина, тетрагидропорфирина и порфицена включают 26 π -электронов. Для них возможны контуры сопряжения, содержащие 18, 22 и 26 π -электронов, удовлетворяющих правилу Хюккеля при $n = 4, 5$ и 6 соответственно. Возможны четыре контура с 18 π -электронами, шесть контуров с 22 π -электронами и один контур, содержащий все 26 π -электронов. У норкоррола в макроцикле имеется 24 π -электрона, и правилу Хюккеля удовлетворяет пять контуров, имеющих 18 π -электронов, и 7 контуров, содержащих 22 π -электрона. Макроцикл корролов, как и макроцикл порфирина, содержит 26 π -электронов, и правилу Хюккеля удовлетворяют четыре контура с 18 π -электронами, три контура с 22 π -электронами и один контур, содержащий все 26 π -электронов. Мы вычислили индексы ароматичности $I_{\text{НОМА}}$ для всех возможных контуров сопряжения изученных молекул в основном синглетном S_0 и нижнем возбужденном триплетном T_1 состояниях.

Для порфирина наибольшими значениями индекса ароматичности НОМА как в основном S_0 , так и в нижнем триплетном T_1 состояниях обладают четыре контура сопряжения, показанные на рис. 2. Из них три контура содержат 18 π -электронов (Por-1, 2, 3) и один контур – 22 π -электрона (Por-4).

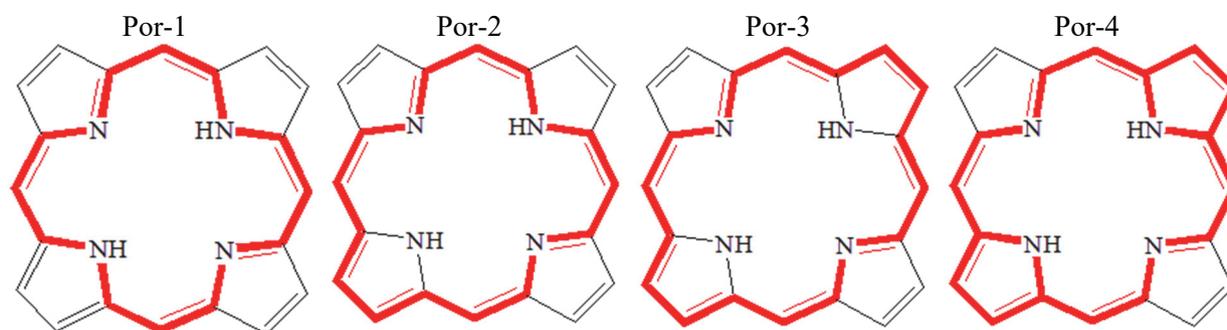


Рис. 2. Доминирующие контуры сопряжения в молекуле порфирина

Значения индекса ароматичности для этих контуров в основном и триплетном состояниях указаны в табл. 1. Для остальных возможных контуров сопряжения индекс ароматичности оказывается в более чем полтора раза меньше по сравнению с данными контурами. Заметим, что для контура Por-2 существует точно такой же контур, отличающийся от данного включением в контур противоположного атома азота. Индексы ароматичности для этих контуров являются одинаковыми. В основном состоянии наибольшим значением индекса ароматичности обладает 18-членный крестоподобный контур сопряжения Por-1, а наименьшим значением – 22-членный контур Шлейера Por-4. В триплетном состоянии ситуация меняется. Значения индексов ароматичности в триплетном состоянии для данных контуров выравниваются. Причем наибольшим значением обладает контур Шлейера Por-4, а наименьшим – крестоподобный контур Por-1. Из сравнения индексов ароматичности следует, что степень ароматичности порфирина в нижнем триплетном состоянии уменьшается по сравнению с основным состоянием.

Таблица 1. Индексы ароматичности $I_{\text{НОМА}}$ для контуров сопряжения порфирина, тетрагидропорфирина и порфицена

Контур сопряжения	Состояние	Молекула		
		Порфирин	Тетрагидропорфирин	Порфицен
Por-1	S_0 :	0,8264	0,8558	0,7707
	T_1 :	0,6547	0,8001	0,3944
Por-2	S_0 :	0,7325	0,8053	0,7054
	T_1 :	0,6656	0,7485	0,4683
Por-3	S_0 :	0,6894	0,8090	0,6747
	T_1 :	0,6685	0,7425	0,5158
Por-4	S_0 :	0,6672	0,7405	0,6607
	T_1 :	0,6756	0,6931	0,5041

Гидрирование C_b-C_b связей пирролиновых колец порфирина не затрагивает контуры сопряжения, изображенные на рис. 2. Поэтому для тетрагидропорфирина максимальными значениями индекса НОМА как для основного S_0 состояния, так и для нижнего триплетного T_1 состояния обладают те же контуры сопряжения табл. 1. По абсолютному значению они оказались больше, чем у молекулы порфирина. Причем в нижнем триплетном состоянии степень ароматичности тетрагидропорфирина, как и у порфирина, уменьшается. С другой стороны, индексы ароматичности, вычисленные для оставшихся контуров, содержащих гидрированные C_b-C_b связи, оказались отрицательными. Причем в основном состоянии они даже меньше, чем в триплетном состоянии. Это свидетельствует, что для этих контуров имеет место разупорядочивание длин связей, которое для основного состояния больше, чем для нижнего триплетного состояния. Как следствие, уменьшение проводимости вдоль участков, содержащих гидрированные C_b-C_b связи, привело к увеличению индексов ароматичности контуров, изображенных на рис. 2 по сравнению с порфирином.

У порфицена ситуация подобна молекуле порфирина. Наибольшими значениями индекса обладают аналогичные порфирину контуры сопряжения (рис. 2). Различие заключается в величине индекса ароматичности НОМА (табл. 1). Как для основного S_0 состояния, так и для нижнего триплетного T_1 состояния индексы ароматичности уменьшились для этих контуров по сравнению с порфирином. Причем для триплетного состояния это уменьшение более значимо, чем для основного состояния. Следует отметить, что для оставшихся возможных контуров сопряжения индексы ароматичности, наоборот, увеличились по сравнению с индексами для порфирина. Для основного состояния это увеличение оказалось более существенным.

Для норкоррола индексы ароматичности всех изученных контуров сопряжения, удовлетворяющих правилу Хюккеля, оказались меньше в основном состоянии, чем в нижнем триплетном состоянии. Доминирующим контуром в основном состоянии является контур, содержащий 18 π -электронов (рис. 3, а) с максимальным значением $I_{\text{НОМА}} = 0,3929$. По сравнению с контурами сопряжения порфирина (рис. 1) в данном контуре проводимость вдоль внешних C_b-C_b связей оказывается большей по сравнению с проводимостью вдоль связей, содержащих атомы азота. В триплетном состоянии проводимость вдоль этих связей увеличивается так, что доминирующим становится 18-электронный контур (рис. 3, б) с индексом ароматичности $I_{\text{НОМА}} = 0,4805$. При этом значение индекса увеличивается в 1,6 раза по сравнению со значением индекса в основном состоянии. Вторым по величине индекса НОМА является контур (рис. 3, а) с $I_{\text{НОМА}} = 0,4402$.

Для T_1 и T_2 таутомеров свободного основания коррола наибольшими значениями индекса ароматичности как в основном S_0 , так и в нижнем триплетном T_1 состояниях обладают контуры сопряжения, содержащие 18 π -электронов. На рис. 4 показаны возможные 18-электронные контуры сопряжения для T_1 и T_2 таутомеров коррола, а в табл. 2 приведены их индексы ароматичности. Доминирующие контуры сопряжения для двух таутомеров различаются как в основном S_0 , так и в нижнем триплетном T_1 состояниях.

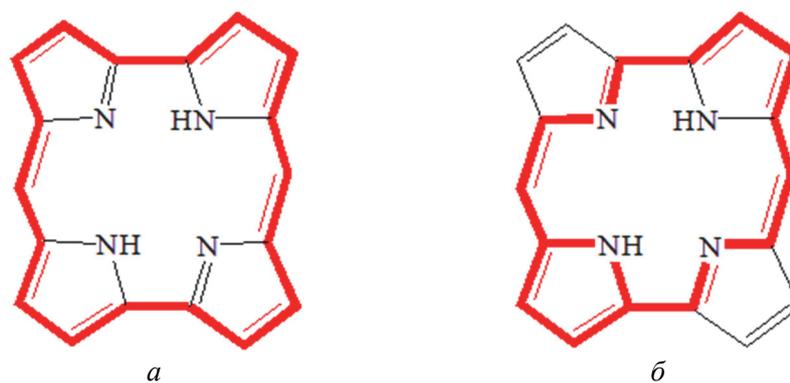


Рис. 3. Доминирующие контуры сопряжения в молекуле норкоррола

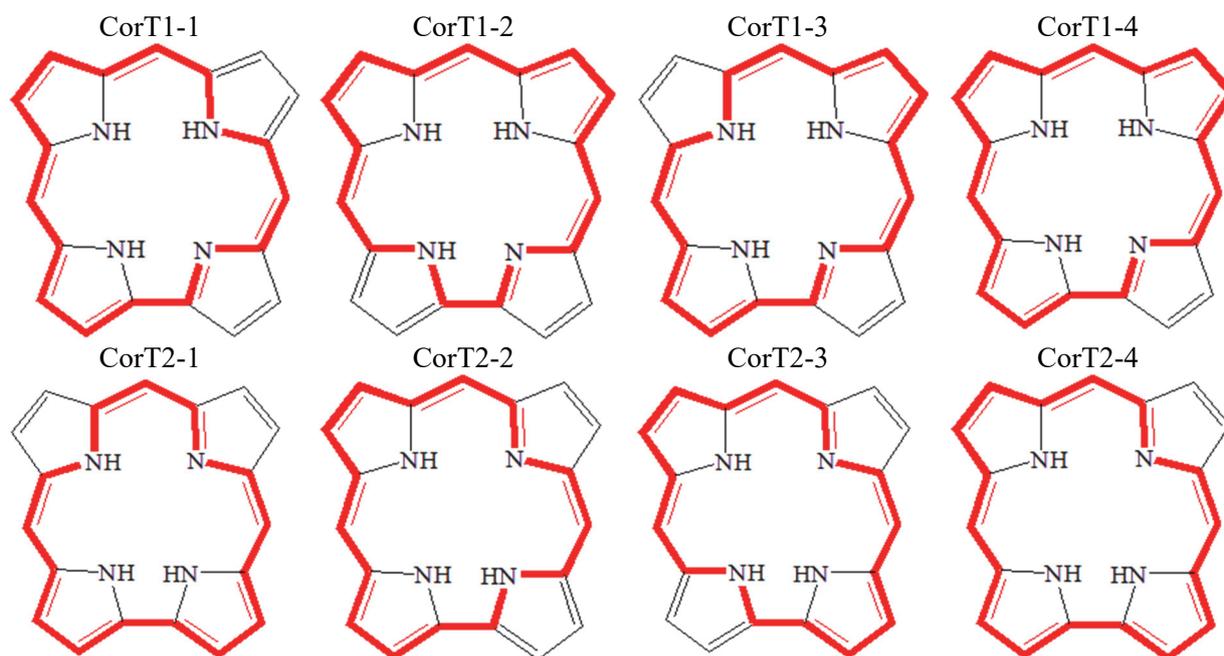


Рис. 4. Контурсы сопряжения, содержащие 18 π-электронов, в макроцикле T1 и T2 таутомеров свободного основания коррола

Таблица 2. Индексы ароматичности $I_{\text{НОМА}}$ для контурсов сопряжения NH-таутомеров T1 и T2 свободного основания коррола

CorT1-1	S_0 :	0,6491	CorT2-1	S_0 :	0,5839
	T_1 :	0,5220		T_1 :	0,4794
CorT1-2	S_0 :	0,6485	CorT2-2	S_0 :	0,6421
	T_1 :	0,4747		T_1 :	0,5474
CorT1-3	S_0 :	0,5033	CorT2-3	S_0 :	0,5598
	T_1 :	0,3522		T_1 :	0,4649
CorT1-4	S_0 :	0,6645	CorT2-4	S_0 :	0,5924
	T_1 :	0,5143		T_1 :	0,5238

У длинноволнового таутомера T1 в основном S_0 состоянии для трех контурсов сопряжения (CorT1-1, 2, 4) индекс ароматичности имеет приблизительно одинаковые значения, которые значительно превышают значение индекса для контура CorT1-3. Такое поведение индекса ароматичности можно объяснить различной проводимостью вдоль связей, содержащих атомы азота макроцикла. Включение в контур сопряжения CorT1-3 атома азота пиррольного кольца B, расположенного напротив пирроленинового, приводит к

значительному уменьшению индекса ароматичности по сравнению с оставшимися контурами сопряжения. Можно утверждать, что проводимость через внешние атомы углерода пиррольных колец больше проводимости через атомы азота этих колец. Кроме того, следует предположить, что проводимость через атом азота пиррольного кольца, которое расположено напротив пирроленинового, существенно меньше, чем через атомы углерода этого кольца, а проводимость через атомы азота пиррольных колец, соседних с пирролениновым, незначительно меньше проводимости через атомы углерода этих колец. По абсолютному значению индексы ароматичности близки к индексам ароматичности порфирина в триплетном T_1 состоянии.

У коротковолнового таутомера T_2 в основном S_0 состоянии имеется один доминирующий контур сопряжения $CoGT2-2$, для которого индекс ароматичности значимо превышает индексы для других контуров сопряжения. Как и для таутомера T_1 , включение в контур сопряжения $CoGT2-3$ атома азота пиррольного кольца, расположенного напротив пирроленинового, приводит к значительному уменьшению индекса ароматичности этого контура. Сравнение контуров сопряжения между собой показывает, что проводимость через атом азота пиррольного кольца B меньше, а через атом азота кольца D больше, чем через атомы углерода этих колец. По абсолютному значению индексы ароматичности оказались немного меньше, чем для T_1 таутомера.

В триплетном состоянии индексы ароматичности для всех контуров сопряжения уменьшаются по сравнению с основным состоянием. Для T_1 таутомера доминирующим становится контур $CoGT1-1$, а также контур $CoGT1-4$ с близким к нему значением индекса ароматичности. Это означает, что у T_1 таутомера в триплетном состоянии изменяется соотношение проводимости вдоль атома азота и внешних атомов углерода кольца по сравнению с основным S_0 состоянием. Вдоль атома азота кольца C проводимость становится больше, чем через атомы углерода этого кольца, а вдоль атома азота кольца B проводимость остается меньше, чем через атомы углерода этого кольца. Для T_2 таутомера в триплетном состоянии доминирующим остается контур $CoGT2-2$, как и в основном состоянии. Однако имеется контур $CoGT2-4$ с близким к нему значением индекса ароматичности. Таким образом, проводимость вдоль атома азота пиррольного кольца D становится сравнимой с проводимостью вдоль атомов углерода этого кольца. По абсолютному значению доминирующие индексы ароматичности T_2 таутомера в триплетном состоянии оказались немного больше, чем для T_1 таутомера.

Как и для основного S_0 состояния обоих таутомеров, проводимость вдоль атома азота пиррольного кольца, расположенного напротив пирроленинового, оказывается значительно меньше проводимости вдоль внешних атомов углерода кольца. Как следствие, индексы ароматичности контуров сопряжения $CoGT1-3$ и $CoGT2-3$ таутомеров имеют минимальные значения. Индекс ароматичности контура $CoGT1-3$ оказывается почти в 1,5 раза меньше доминирующего значения для таутомера T_1 , а индекс ароматичности контура $CoGT2-3$ всего лишь в 1,2 раза меньше доминирующего для T_2 таутомера. Причем для T_2 таутомера имеется контур сопряжения $CoGT2-1$ с близким значением индекса ароматичности к минимальному значению.

Таким образом, настоящее исследование показало, что в основном состоянии доминирующий вклад в общий ароматический путь порфирина вносят контуры, содержащие 18 π -электронов. В триплетном состоянии к данным контурам сопряжения добавляется 22-членный контур Шлейера. Причем его вклад становится доминирующим. Степень ароматичности молекулы в триплетном состоянии уменьшается, но это не приводит к искажению молекулярной конформации. Гидрирование $S_{\beta}-S_{\beta}$ связей пирролениновых колец порфирина приводит к слабым искажениям плоскостного строения молекулы, которые увеличиваются в триплетном состоянии и локализованы на пирролениновых фрагментах. Поскольку гидрирование не затрагивает доминирующие контуры сопряжения порфирина,

то для тетрагидропорфирина доминирующими остаются те же контуры. В нижнем триплетном состоянии степень ароматичности тетрагидропорфирина, как и у порфирина, уменьшается.

Молекула порфицена, являясь практически плоской, обладает теми же доминирующими контурами сопряжения, что и порфирин. Однако величина индекса ароматичности для доминирующих контуров сопряжения оказалась меньше, чем у порфирина, как в основном, так и в триплетном состояниях. Причем в триплетном состоянии индекс ароматичности в полтора раза меньше, чем в основном состоянии.

Из-за пирамидализации атомов азота у норкоролла доминирующим становится контур сопряжения, замыкающийся по внешним атомам углерода макроцикла и содержащий 18 π -электронов. Для него индекс ароматичности в два раза меньше, чем для молекулы порфирина. В триплетном состоянии пирамидализация атомов азота увеличивается, тем не менее проводимость через атомы восстанавливается, а индекс ароматичности доминирующего контура увеличивается по сравнению с основным состоянием.

Коррол по степени ароматичности занимает промежуточное положение между ароматичным порфирином и антиароматичным норкорролом. Из-за чередующего наклона пиррольных колец относительно средней плоскости макроцикла неплоскостные искажения молекулы коррола оказываются меньшими, чем у норкоррола, как в основном, так и в триплетном состояниях. Вследствие этого доминирующими контурами сопряжения оказываются контуры, содержащие 18 π -электронов. Поведение величины индекса ароматичности можно объяснить различным соотношением между проводимостью через атомы азота и через внешние атомы углерода пиррольных колец. Индексы ароматичности в триплетном состоянии уменьшаются по сравнению с основным состоянием как для T1, так и для T2 таутомера. По абсолютному значению индексы ароматичности в основном состоянии оказались больше для таутомера T1, а в триплетном состоянии для таутомера T2.

Заключение. Используя структурный критерий ароматичности, основанный на применении модели гармонического осциллятора НОМА, мы исследовали степень ароматичности семейства незамещенных тетрапиррольных соединений, различающихся типом соединительных мостиков, в основном синглетном S_0 и нижнем возбужденном триплетном T_1 состояниях. Проведенный анализ показал, что при заселении триплетного состояния конфигурация доминирующих контуров сопряжения, а также степень ароматичности макроцикла изменяется, что указывает на справедливость правила Берда об инверсии ароматичности в триплетном состоянии [7]: у ароматических соединений степень ароматичности в триплетном состоянии уменьшается по сравнению с основным состоянием, и наоборот, у неароматических соединений степень ароматичности увеличивается. Указанные изменения связаны как с изменением конфигурационного взаимодействия соединений, так и с конформационными перестройками в макроциклах.

Работа выполнена при финансовой поддержке Государственной программы научных исследований Республики Беларусь «Конвергенция-2025» (подпрограмма «Междисциплинарные исследования и новые зарождающиеся технологии», задание шифр 3.03.10 (НИР 2)).

Список литературы

1. Excited state aromaticity and antiaromaticity: opportunities for photophysical and photochemical rationalizations / M. Rosenberg [et al.] // Chem. Rev. 2014. Vol. 114. P. 5379–5425.
2. Fliegl H., Sundholm D. Aromatic Pathways of Porphins, Chlorins, and Bacteriochlorins // J. Org. Chem. 2012. Vol. 77, no. 7. P. 3408–34145.
3. Aromaticity from the viewpoint of molecular geometry: application to planar systems / T. M. Krygowski [et al.] // Chem. Rev. 2014. Vol. 114. P. 6383–6422.

4. Крук Н. Н. Структура и оптические свойства тетрапиррольных соединений. Минск: БГТУ, 2019. 216 с.
5. Senge M. O., MacGovan S. A., O'Brien J. Conformational control of cofactors in nature – the influence of protein-induced macrocycle distortion on the biological function of tetrapyrroles // *Chem. Commun.* 2015. Vol. 51, no. 96. P. 17031–17063.
6. Aromaticity as a guiding concept for spectroscopic features and nonlinear optical properties of porphyrinoids / T. Woller [et al.] // *Molecules.* 2018. Vol. 23, no. 6. 1333.
7. Baird N. C. Quantum organic photochemistry. II. Resonance and aromaticity in the lowest $3\pi\pi^*$ state of cyclic hydrocarbons // *J. Am. Chem. Soc.* 1972. Vol. 94, no. 14. P. 4941–4948.

References

1. Rosenberg M., Dahlstrand C., Kilsa K., Ottoson H. Excited state aromaticity and antiaromaticity: opportunities for photophysical and photochemical rationalizations. *Chem. Rev.* 2014. Vol. 114. P. 5379–5425.
2. Fliegl H., Sundholm D. Aromatic Pathways of Porphins, Chlorins, and Bacteriochlorins. *J. Org. Chem.*, 2012, vol. 77, no. 7, pp. 3408–34145.
3. Krygowski T. M., Szatyłowicz H., Stasyuk O. A., Domanikowka J., Palusiak M. Aromaticity from the viewpoint of molecular geometry: application to planar systems. *Chem. Rev.*, 2014, vol. 114, pp. 6383–6422.
4. Kruk M. M. *Stroyeniye i opticheskiye svoystva tetrapirrol'nykh soyedineniy* [Structure and optical properties of tetrapyrrolic compounds]. Minsk, BGTU Publ., 2019. 216 p. (In Russian).
5. Senge M. O., MacGovan S. A., O'Brien J. Conformational control of cofactors in nature – the influence of protein-induced macrocycle distortion on the biological function of tetrapyrroles. *Chem. Commun.*, 2015, vol. 51, issue 96, pp. 17031–17063.
6. Woller T., Geerling P., De Proft F., Champagne B., Alonso M. Aromaticity as a guiding concept for spectroscopic features and nonlinear optical properties of porphyrinoids. *Molecules*, 2018, vol. 23, no. 6. 1333.
7. Baird N. C. Quantum organic photochemistry. II. Resonance and aromaticity in the lowest $3\pi\pi^*$ state of cyclic hydrocarbons. *J. Am. Chem. Soc.*, 1972. vol. 94, no. 14. pp. 4941–4948.

Информация об авторах

Кленицкий Дмитрий Викентьевич – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры физики. Белорусский государственный технологический университет (ул. Свердлова, 13а, 220006, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: klen@belstu.by. SPIN-код: 9078-6126. Scopus ID: 57212376090. ORCID: 0009-0005-7442-7298.

Гладков Лев Львович – доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры физических и математических основ информатики. Белорусская государственная академия связи (ул. Ф. Скорины, 8/2, 220114, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: gladkovlev0@gmail.com. SPIN-код: 2562-2620. Scopus ID: 6603789755. ORCID: 0000-0001-9633-8943.

Вершиловская Ирина Вацлавовна – кандидат биологических наук, доцент кафедры физики. Белорусский государственный технологический университет (ул. Свердлова, 13а, 220006, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: vershilovskaya@belstu.by. SPIN-код: 5632-2186. Scopus ID: 14061581500. ORCID: 0009-0003-7156-564X.

Крук Николай Николаевич – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой физики. Белорусский государственный технологический университет (ул. Свердлова, 13а, 220006, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: m.kruk@belstu.by. SPIN-код: 1089-1902. Scopus ID: 7006350701. ORCID: 0000-0002-5214-8301.

Information about the authors

Klenitsky Dmitry Vikentievich – PhD (Physics and Mathematics), Associate Professor, Assistant Professor, the Department of Physics. Belarusian State Technological University (13a Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: klen@belstu.by. SPIN code: 9078-6126. Scopus ID: 57212376090. ORCID: 0009-0005-7442-7298.

Gladkov Lev L'vovich – DSc (Physics and Mathematics), Professor, Professor, the Department of Physical and Mathematical Foundations of Informatics. Belarusian State Academy of Communications (8/2 F. Skorina str., 220114, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: gladkovlev0@gmail.com. SPIN code: 2562-2620. Scopus ID: 6603789755. ORCID: 0000-0001-9633-8943.

Vershilovskaya Irina Vatslavovna – PhD (Biology), Assistant Professor, the Department of Physics. Belarusian State Technological University (13a Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: vershilovskaya@belstu.by. SPIN code: 5632-2186. Scopus ID: 14061581500. ORCID: 0009-0003-7156-564X.

Kruk Mikalai Mikalaevich – DSc (Physics and Mathematics), Professor, Head of the Department of Physics. Belarusian State Technological University (13a Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: m.kruk@belstu.by. SPIN code: 1089-1902. Scopus ID: 7006350701. ORCID: 0000-0002-5214-8301.

Поступила 16.01.2026

ИНФОРМАТИКА И ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ COMPUTER SCIENCE AND ENGINEERING SCIENCES

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ И УПРАВЛЕНИЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ MODELLING OF PROCESSES AND MANAGEMENT IN TECHNICAL SYSTEMS

УДК 620.165.29

**Д. А. Гринюк, В. И. Бакаленко, Т. А. Дейнека,
Н. М. Олиферович, И. Г. Сухорукова**

Белорусский государственный технологический университет

ИНФОРМАЦИОННЫЕ И УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ ДЛЯ ВЫРАЩИВАНИЯ РАСТЕНИЙ В ТЕПЛИЦАХ

В статье сделан анализ существующего уровня информационного обеспечения систем контроля и управления выращивания растений в теплицах. До сих пор можно встретить системы разных поколений. Автоматизация теплиц основана на использовании современных измерительных систем и датчиков, обеспечивающих мониторинг параметров среды и состояния растений в реальном времени. Основная задача таких систем заключается в создании оптимальных условий для роста культур при одновременном снижении затрат воды, энергии и удобрений. В теплицах применяются датчики климат-контроля, воды и орошения, состояния почвы, растений, а также внешние метеостанции. Ключевыми параметрами контроля являются температура, влажность воздуха, концентрация CO_2 и освещенность, поскольку они напрямую влияют на фотосинтез и урожайность. Значительное внимание уделяется датчикам температуры и влажности почвы, которые позволяют оптимизировать полив и предотвратить развитие заболеваний растений. Современные технологии включают как контактные, так и бесконтактные методы измерений, а также использование оптических, электрохимических и инфракрасных сенсоров. Развитие беспроводных сетей, IoT, машинного обучения и искусственного интеллекта способствует интеграции данных в интеллектуальные системы управления. Несмотря на высокую эффективность, многие датчики требуют регулярной калибровки и технического обслуживания. Сенсорные технологии тепличного хозяйства находятся в активной фазе развития и исследований для решения задач максимального использования всевозможных параметров, в первую очередь для научных исследований, а также поиска недорогих вариантов для применения в максимальном количестве прикладных приложений с разными финансовыми возможностями.

Ключевые слова: измерительные системы, климат-контроль, автоматизация теплиц.

Для цитирования: Гринюк Д. А., Бакаленко В. И., Дейнека Т. А., Олиферович Н. М., Сухорукова И. Г. Информационные и управляющие системы для выращивания растений в теплицах // Труды БГТУ. Сер. 3, Физико-математические науки и информатика. 2026. № 1 (302). С. 52–75.

DOI: 10.52065/2520-6141-2026-302-6.

**D. A. Hryniuk, V. I. Bakalenko, T. A. Deineka,
N. M. Oliferovich, I. G. Suhorukova**
Belarusian State Technological University

INFORMATION AND CONTROL SYSTEMS FOR GROWING PLANT GROWTH IN GREENHOUSES

This article analyzes the current level of information support for greenhouse plant growth monitoring and control systems. Systems of different generations can still be found. Greenhouse automation relies on modern measurement systems and sensors that monitor environmental parameters and plant health in real time. The primary objective of such systems is to create optimal conditions for crop growth while reducing water, energy, and fertilizer consumption. Greenhouses utilize climate control, water and irrigation sensors, soil and plant health sensors, and external weather stations. The most important control parameters are temperature, humidity, CO₂ concentration in the air and light, as they directly affect photosynthesis and crop yield. Considerable attention is paid to soil temperature and moisture sensors, which optimize irrigation and prevent plant diseases. Modern technologies include both contact and non-contact measurement methods, as well as optical, electrochemical, and infrared sensors. The development of wireless networks, IoT, machine learning, and artificial intelligence facilitates the integration of data into intelligent control systems. Despite their high efficiency, many sensors require regular calibration and maintenance. Greenhouse sensor technologies are actively developing and researching to maximize the use of all possible parameters, primarily for scientific research, as well as to find cost-effective solutions for use in a wide range of applications with varying budgets.

Keywords: Measuring systems, climate control, greenhouse automation.

For citation: Hryniuk D. A., Bakalenko V. I., Deineka T. A., Oliferovich N. M., Suhorukova I. G., Information and control systems for plant growing in greenhouses. *Proceedings of BSTU, issue 3, Physics and Mathematics. Informatics*, 2026, no. 1 (302), pp. 52–75 (In Russian).

DOI: 10.52065/2520-6141-2026-302-6.

Введение. Искусственные условия для выращивания растений создаются уже достаточно долго, но только в последние десятилетия началось интенсивное развитие систем управления по разработке условий максимального эффективного их произрастания. Первоначально системы решали примитивные задачи поддержания температуры и влажности. Однако это не всегда приводило к успешному результату. На сегодняшний день выделяют пять поколений систем управления (СУ) теплицами, развитие которых происходило с учетом последних достижений систем информации, накопления опыта и усложнения задач. Цель модернизации – повышение эффективности, сокращение трудозатрат и оптимизация здоровья растений.

Для первого поколения (до 1980-х годов) характерно было ручное управление – операторы использовали простейшие системы контроля, а регулирование температуры и влажности обычно осуществлялся путем открытия или закрытия вентиляционных отверстий, регулировки затеняющих сеток или ручного включения систем отопления. Данные обычно не фиксировались. Эффективность управления определялась способностью оператора накапливать и использовать полученный опыт, учитывать требования к освещенности, влажности и текущему состоянию растений.

Второе поколение (1980-е–1990-е г.) можно определить как полуавтоматическое, и оно характеризовалось уже наличием систем автоматического поддержания основных параметров температуры, влажности и орошения. СУ иногда могли учитывать состояние среды, отопления и вентиляции, реализовать программное управление с учетом фактора времени. Обработка данных велась редко, фиксация параметров могла осуществляться на бумажные носители. Человеческий фактор продолжал играть важную роль, особенно при настройке, мониторинге и корректировке.

Третье поколение (1990-е – 2000-е г.) характеризовалось резким увеличением возможностей компьютеризированных систем. Постепенно происходила полная компьютеризация,

автоматизация управления производилась с учетом взаимосвязи основных параметров технологии. Произошел качественный скачок в построении систем измерений. При управлении начался учет других параметров функционирования теплиц.

Использование централизованных СУ позволяет производить оптимизацию различных параметров, таких как температура, влажность, уровень CO₂, степень освещения и уровень орошения, улучшенный учет при управлении окружающей среды. Управление строится на базе систем реального времени с постоянной обработкой накапливаемых данных. Происходит внедрение сложных систем орошения с внесением дополнительных химических элементов, необходимых для растений в период их развития. Однако стоимость таких разработок значительна, что ограничивало их применение.

Четвертое поколение (2010-е – 2020-е г.) ознаменовалось внедрением технологий интернет-вещей (IoT) и облачных сервисов. Для данного поколения характерно использование автоматизации с удаленным доступом и интеграция IoT. Большинство измерительных систем и исполнительных механизмов разрабатывается с учетом использования IoT, беспроводных сетей, которые непрерывно собирают данные о различных факторах, включая влажность почвы, интенсивность света, температуру, влажность воздуха и даже уровень питательных веществ. Облачные сервисы вместе с машинным обучением позволяют улучшить прогнозирование оптимальных условий и соответствующую корректировку параметров окружающей среды.

Активно применяются технологии Big Data для выявления взаимосвязи параметров и дальнейшего повышения эффективности функционирования теплиц.

Системы четвертого поколения, как и третьего, требуют существенных инвестиций для создания инфраструктуры. Однако функционирование системы четвертого поколения требует меньше человеческих ресурсов. Наличие интернет-соединений не является сильной стороной таких систем в некоторых случаях.

Пятое поколение (2020-е – настоящее время) характеризуется переходом к использованию ИИ с предиктивной аналитикой. Кроме этого, активно используются машинное обучение и робототехника.

Предиктивная аналитика и передовые имитационные модели оптимизируют условия выращивания, сокращают потери и повышают урожайность за счет прогнозирования потребностей окружающей среды (например, когда требуется поливать, регулировать освещение или изменять температурные настройки). Автоматизация реализует управление технологическими параметрами, а робототехнику внедряют для таких задач, как сбор урожая, обрезка и посадка.

Обработка данных осуществляется в реальном времени, происходит мгновенное, автономное реагирование на корректировку температуры, освещения, влажности, CO₂ и орошения, обработку от болезней и т. д. Фактически происходит интегрирование всех систем в классическую пирамиду управления, где все наверху замыкается на ERP-систему предприятия.

Однако это еще больше увеличивает стоимость внедрения и повышает требования к квалификации персонала для эксплуатации и обслуживания. Возникают проблемы безопасности, которые характерны для всех высокоинтегрированных производств. Необходимость использования беспроводных систем только усугубляет эту проблему.

Следует отметить, что даже в рамках одной страны можно наблюдать эксплуатацию одновременно нескольких поколений систем управления для тепличных хозяйств.

Измерительные системы для теплиц. Автоматизация теплиц основана на использовании определенного набора датчиков и измерительных систем для получения первичной информации. В зависимости от поколения систем набор датчиков может варьироваться. Основная задача источников информации – отслеживать потребности растений и обеспечивать учет условий окружающей среды в режиме реального времени.

В литературе приводят примеры о широком использовании многопараметрического мониторинга с применением современных систем машинного обучения, фильтров Калмана,

упреждающего управления, систем компенсации возмущения, что иногда позволяет снизить потребление воды, минеральных удобрений и до 65% энергопотребление [1, 2].

Объекты с управляемым климатом характеризуются набором распределенных в пространстве и изменяющихся во времени параметров, имеющих сложные нелинейные взаимосвязи. Для их мониторинга и управления требуется большое количество датчиков, выпускаемых серийно, и специализированных решений для построения сенсоров, часто с нелинейными свойствами и ограниченной точностью. Как отмечено [3], разработка датчиков и измерительных систем занимает львиную долю исследований, которые посвящены системам управления теплицам и подобным объектам. Датчики часто расположены в рабочей зоне обслуживающего персонала теплиц, поэтому к ним предъявляются дополнительные требования по устойчивости к воздействию окружающей среды, бесшумности и надежности. Результаты разработки современных сенсоров превратили системы автоматизации для климат-контроля в передовой, интеллектуальный, работающий в режиме реального времени инструмент управления.

Датчики и измерительные системы удобно рассматривать по группам в зависимости от функционального назначения:

- датчики климат-контроля;
- датчики состояния почвы для орошения и питания;
- датчики для растений и культур;
- внешние метеостанции.

Датчики климат-контроля. Датчики первой группы можно также определить как датчики окружающей среды растений.

Датчики температуры. Датчики температуры играют ключевую роль в обеспечении условий произрастания и развития растений. Более того, большая часть энергозатрат (70–85%) в тепличной системе приходится на регулирование температуры [4]. Поэтому мониторинг и контроль температуры должны быть первостепенной функцией в теплице. Распределение температуры внутри теплицы в основном неравномерное (разность в различных точках может достигать 3,3°C) [5], при этом наибольшая изменчивость наблюдается в дневное время летнего сезона. Немаловажным является место установки датчиков, которые должны измерять температуру в месте расположения растений, а не в месте удобства монтажа. Существует оптимальное место установки датчика в каждом конкретном случае [6]. Датчики температуры и влажности могут быть представлены в одном конструктивном модуле. Теплицы различных климатических условий имеют разные температурные профили – это также необходимо учитывать при выборе их места установки. Температура почвы предоставляет важную информацию о жизни почвенной экосистемы. Температура листьев необходима для контроля здоровья растений [7, 8]. Обычно рекомендуются бесконтактный способ контроля листьев [9, 10]. Датчик температуры не должен подвергаться прямому воздействию солнечного излучения или системы отопления, вентиляции и сильному электромагнитному излучению.

Помимо этого, датчиками температуры измеряют параметры воздуха (внутри и снаружи), иногда температурные градиенты [11]. Используют разные типы температурных преобразователей: термисторы, терморезисторы, термопары [12] с аналоговыми и цифровыми выходами. Инфракрасные пирометры в основном применяют для бесконтактного контроля температуры растений или поверхности почвы. Современные решения от ведущих производителей обеспечивают точный контроль для оптимизации роста, особенно в коммерческих организациях, путем обнаружения тепловых сигналов и передачи данных в системы управления для автоматического обогрева/охлаждения, гарантирующих идеальные условия без прямого контакта, хотя ключевым моментом является калибровка под конкретные растения [13]. Использование таких средств требует соответствующего обслуживания приборов: избегать попадания на измерительные поверхности пыли, воды и т. д.

Достоинством использования пирометров является целенаправленный мониторинг объекта контроля. Например, поверхность листа растения, участка почвы корневой системы и т. д. Такой подход может позволить системе автоматизации теплиц повысить точность создания оптимальных параметров климата для растений. Это весьма важно для контроля микроклимата чувствительных культур и предотвращает перегрев или переохлаждение, что снижает риск потери урожая. Эффективность применения пирометров существенно зависит от правильности выбора длины волны для измерения. Для уменьшения влияния на точность показаний пыли, водяного пара или загрязнений на поверхности линзы лучше использовать двухцветные пирометры. Измерительный прибор следует размещать таким образом, чтобы получить точные показания о реальном воздействии растений на них, а не только на удаленные поверхности.

Кроме непосредственно климат-контроля, датчики температуры используются в системах отопления, охлаждения, защиты от заморозков и т. д.

Датчики влажности. Датчики влажности в теплицах (гигрометры) – это важнейшие устройства, измеряющие влажность воздуха и помогающие пользователям поддерживать идеальные условия для выращивания здоровых растений, оказывать влияние на дыхание, транспирацию и усвоение питательных веществ [14].

В самом простом случае производят контроль относительной влажности (RH). Более продвинутые системы измеряют также дефицит давления пара (VPD) [15, 16]. Иногда используют расчетное значение данного параметра по RH и температуре.

Этот параметр можно рассчитать как разность давлений насыщенных паров (SVP) и фактического давления пара (AVP). Если значение параметра высоко, то воздух сухой и растение теряет много влаги (устьица закрываются). При низком значении данного показателя (воздух влажный) растение плохо испаряет воду (устьица закрыты), а также падает поглощение CO₂.

Эти параметры широко используются для систем вентиляции и увлажнения в теплицах и гроубоксах. VPD также важен для профилактики заболеваний растений.

Знания истории изменений RH и VPD данных параметров позволяет выявить тенденции потребностей в отоплении и вентиляции для оптимизации последующих процессов.

Наиболее распространенными датчиками влажности являются емкостные по измерению диэлектрической проницаемости [3, 17]. Их популярность обеспечивают быстрое действие, высокая точность, стабильность и низкие затраты на обслуживание.

Еще одним распространенным типом датчиков влажности является резистивный, измеряющий влажность по изменению электрического сопротивления [18, 19].

Реже используется традиционный метод с измерением температуры влажного и сухого термометра – психрометрический [20].

Концентрация CO₂ – определяющий фактор влияния на фотосинтез растений. Листья растений поглощают CO₂ из атмосферы, корни получают питательные вещества из почвы вместе с водой, а световая энергия, поглощаемая хлорофиллом, необходима для завершения фотосинтеза. Концентрация CO₂ в открытом пространстве составляет приблизительно 400 ppm, но рост и урожайность растений увеличиваются при высоком уровне CO₂ (400–1000 ppm) [21]. При этом оптимальная концентрация существенно зависит от типа растений. На концентрацию CO₂ влияет время суток. Растения повышают его ночью и снижают днем. Процесс биологического разложения удобрений и биотоплива понижает концентрацию CO₂. Растение поглощает CO₂ через устьица, на которые оказывают сильное влияние температура и влажность. При управлении концентрацией CO₂ следует учитывать влияние вентиляции [22].

Следует отметить, что контроль и регулирование CO₂, как и температуры, существенно влияют на энергоэффективность теплиц. Управление концентрацией углекислого газа вместе с другими параметрами в режиме реального времени способствует оптимизации процесса роста растений.

Датчики CO₂ можно разделить на три основных класса в зависимости от принципов их работы: оптические датчики CO₂, электрохимические датчики CO₂ и датчики CO₂ на основе оксидов металлов [23].

Недисперсионные инфракрасные (NDIR) датчики обнаруживают CO₂ путем измерения поглощения инфракрасного света на определенных длинах волн. Молекулы CO₂ поглощают инфракрасный свет, и датчик рассчитывает концентрацию на основе количества поглощенного света. Они характеризуются хорошей точностью, надежностью и долговечностью, однако являются очень дорогими.

Электрохимические датчики (или датчики химической абсорбции) используют химическую реакцию для определения уровня углекислого газа. Вещество в датчике меняет цвет или другие свойства при взаимодействии с CO₂. Несомненным преимуществом их является невысокая стоимость и простота конструкции, однако для них свойственны низкая точность и частая калибровка.

Принцип работы емкостных или резистивных датчиков основан на измерении сопротивления или емкости материала при воздействии CO₂. Они также относительно просты и недороги и, как электрохимические, требуют регулярных калибровок, и еще они менее точны, чем датчики NDIR.

Высокая стоимость NDIR-датчиков и необходимость постоянных калибровок химических и резистивных решений ограничивают использование таких элементов контроля. Для некоторых датчиков характерна зависимость точности показаний от значения шкалы. Следует отметить, что на показания датчиков CO₂ оказывают влияние факторы окружающей среды: температура, влажность, присутствие аммиака и другие факторы. Это может влиять на точность датчика, т. е. приводить к ложным показаниям. Для датчиков углекислого газа также характерна существенная динамическая ошибка.

Некоторые производители предлагают комплексные измерители температуры, влажности и CO₂ [24].

Датчик освещенности. Для обеспечения оптимального процесса развития растений необходимо регулировать освещенность, не допуская как ее недостаток, так и избыток. Солнечная энергия является основным источником световой и тепловой энергии внутри теплицы. Часто освещенность из-за конструкции, расположения, качества и состояния изолирующих устройств бывает неравномерной. Однако рассеянный свет лучше влияет на фотосинтез растений, чем прямое освещение [25]. Кроме того, разные типы растений требуют разной освещенности.

При климат-контроле бывают различные варианты управления количеством света. В некоторых случаях используется только энергия солнца и регулируется только избыток света путем управления шторами затемнения. В других – солнечный свет сочетается с искусственным освещением [26]. В третьем варианте полагаются сугубо на искусственные источники света, в качестве которых в современных теплицах используются светодиодные светильники благодаря их энергоэффективности, долговечности и надежности.

Приборы для измерения освещенности в теплицах можно условно разделить на две категории [27]. Обычно в небольших теплицах используются светочувствительные резисторы (LDR). Квантовые датчики фотосинтетически-активного излучения (PAR) лучше определяют фактическое количество света, которое получают растения. Поскольку растения чувствительны к световому спектру 400–700 нм, квантовый датчик света измеряет интенсивность света в этом диапазоне и выражает ее в терминах плотности потока фотонов фотосинтеза (PPFD).

Датчики состояния почвы для орошения и питания. Контроль состояния почвы или субстанции является важнейшим фактором развития растений. Обеспечение влагой и питанием корневой системы растений занимало важное место на протяжении развития всех поколений систем управления в закрытых объектах выращивания.

Датчик влажности почвы. Хотя проникновение влаги в растение происходит разными путями, однако корневая система здесь занимает основное место. Вместе с влагой

через корневую систему происходит транспортировка необходимых питательных веществ. Влажность почвы – один из основных факторов развития растений. Ее избыток в почве может повлечь негативные последствия для растений, способствовать развитию заболеваний. При этом для ряда растений оптимальный диапазон может изменяться на различных этапах развития. Следует отметить, что часто системы с обратной связью в теплицах заменяются на программный полив на основании накопленного опыта [28]. Однако такой подход к системе полива не всегда благополучно влияет на конечный результат, поэтому полив по показаниям текущего значения влаги способен обеспечить более качественный урожай и экономии влаги. Пороговые значения оптимального диапазона влагосодержания почвы также зависят от ее текстуры, химического состава [29].

Датчики влажности почвы – это устройства, используемые для измерения количества воды, присутствующей в почве [30]. Данные с датчиков помогают определить оптимальные потребности сельскохозяйственных культур в воде, что обеспечивает устойчивое водопользование и эффективные методы орошения. Современные датчики предоставляют данные в реальном времени, позволяя пользователям удаленно отслеживать состояние почвы, что улучшает возможности принятия решений.

Разнообразие методов достаточно велико, развиваются альтернативные решения, которые могут прийти на смену традиционным. Одной из самых последних исследований в данном направлении является работа [31]. Авторы подразделяют все датчики контроля влажности почвы в первую очередь на контактные, которые функционируют с нарушением структуры почвы в процессе монтажа чувствительного элемента, и бесконтактные.

Среди бесконтактных выделены:

- датчики на основе микроволнового излучения (Microwave-based Sensors);
- датчики с использованием гамма-излучения (Gamma-ray Sensors);
- датчики на основе радиоакустических и сейсмических волновых явлений (Radio Acoustic, and Seismic Wave-based Approaches);
- сейсмоэлектрические датчики (Seismoelectric Sensors);
- датчики на основе космических лучей (Cosmic Ray-based Sensors);
- датчики на основе электромагнитной индукции (Electromagnetic induction);
- датчики видимого и ближнего инфракрасного диапазона (Near-Infrared Optical Approach);
- горадары (Ground Penetrating Radar)
- интерферометрическая рефлектометрия с использованием системы географического позиционирования (Geographical positioning system interferometric reflectometry).

Эти датчики и измерительные системы позволяют оценивать влажность почвы вблизи поверхности, когда растительный покров не создает значительных помех, но они не могут предоставить информацию обо всей корневой зоне почвы.

Контактные датчики имеют сейчас большой коммерческий потенциал для их использования в системах управления. Среди основных можно выделить:

- датчики матричного потенциала (Matrix Potential Sensors, MPS);
- микроструктурированное оптическое волокно (Microstructured Optical Fibre, MOF);
- нейтронные зонды (Neutron Probe, NP);
- волоконно-оптические датчики (Fibre Optic Sensors, FOC);
- радиочастотная идентификация (Radio Frequency Identification, RFID);
- датчики тепловых импульсов (Heat Pulse Sensors, HPSMS);
- датчики на основе гидрогеля (Hydrogel-based Sensors, HBS);
- микроэлектромеханические системы (Micro Electro-Mechanical System, MEMS);
- блоки теплоотвода (Thermal Dissipation Blocks, TDB);
- биоразлагаемые датчики (Biodegradable Sensors, BDS);
- диэлектрические датчики (Dielectric Sensors, DS).

Сенсоры MPS оценивают содержание почвенной влаги на основе энергетического состояния воды. Существует ряд решений, которые основаны на этом принципе, но использование тензиометров является самым распространенным способом для измерения силы, которую

растение должно приложить для извлечения воды из почвы, т. е. почвенного натяжения. Доступность, простота в использовании, точность и малое влияние колебаний температуры и солености почвы определили популярность данных сенсоров. Однако их эксплуатация требует мониторинга и технического обслуживания. Неоднородность почвы также может оказывать влияние на точность показаний. Как пример – тензиометры от Irrrometer модели 2001.

Энергетическое состояние воды можно оценивать и с помощью гипсовых блоков, в которых контроль сопротивления позволяет косвенно оценивать натяжение почвенной влаги. Кроме гипса применяют стекловолокно, керамику, нейлон. Их главное преимущество – экономичность и долговечность, что делает их пригодными для многократных длительных измерений в течение всего вегетационного периода. Примером могут быть блоки для измерения влажности почвы от Spectrum Technologies. Подобным вариантом являются гранулированные матричные датчики (GMS) влажности почвы Watermark (Irrrometer Company, Inc., США) [32].

Появились реальные успехи в использовании для измерения влажности почвы с помощью микроструктурированного оптического волокна (MOF). Оптическое волокно покрыто тонким слоем диоксида олова (SnO_2), в котором происходит адсорбция и десорбция молекул воды, что обеспечивает точное измерение влажности почвы. Однако неаккуратный монтаж, деградация и температурные дрейфы затрудняют пока использование данного подхода для автоматизации полива.

Нейтронные зонды (Neutron Probe, NP) контролируют количество атомов водорода и пересчитывают в количество молекул воды. Он считается наиболее точным методом ($\pm 1-2\%$ объемного содержания воды), надежным и быстрым (время отклика всего от 1 до 2 минут). Зонды NP имеют возможность оценивать влажность в большом объеме почвы и на разных глубинах и выпускаются с поверхностным и профильным чувствительными элементами. Необходимость ручных операций, высокая стоимость, риски для здоровья ограничивают применение в автоматизированных системах орошения. Основное применение приходится на научные исследования. Решение Vimprex с зондом Hydrosense может быть примером данного подхода.

Датчики влажности почвы FOC работают за счет обнаружения деформаций в специальном волокне при его нагревании. Эти системы привлекли значительное внимание благодаря своей способности обеспечивать высокоточные распределенные измерения. Последние разработки сосредоточены на повышении точности, чувствительности и практического применения этих датчиков при долговечности и мониторинге на больших расстояниях с хорошей динамикой.

В RFID используются пассивные (без батарей) или полупассивные RFID-метки в сочетании с инновационными наноматериалами и технологиями MEMS. Стоимость варьируется от менее 1 до 50 долларов США, что обеспечивает экономичное решение для мониторинга влажности почвы. Расстояния считывания около 2 м, что обуславливает их применение в питомниках на ранних стадиях выращивания растений. Измерительная система с двумя метками работает на основе анализа дифференциального минимального порога отклика (DMRT) между парами меток. Этот метод обеспечивает высокоточные измерения с погрешностью в пределах 5%.

Принцип действия датчиков HPSMS основан на влиянии влажности почвы на рассеивание тепла в почве. Основные преимущества включают высокую точность и минимальное влияние засоленности и температуры почвы. Хотя эти датчики надежны и достаточно точны, однако их производство не выведено на промышленную основу, установка остается технически сложной, калибровка специфична, относительно высокая стоимость, хрупкость, энергоемкость и большое время отклика.

Основной принцип HBS заключается в способности специальных полимеров поглощать в 10–1000 раз больше своего первоначального веса или объема воды за короткий период времени, что фиксируется тензоизмерительной системой или системой регулирования

прямого действия. Недостатком этих датчиков является сильное влияние температуры и засоленность почвы, высокая степень их деградации, легкость механических повреждений при многократных циклах установки, и время отклика может достигать 60 мин.

В основе MEMS лежат нанотехнологии с использованием микросенсоров, наносенсоров и актуаторов, управляемых микросхемами. Измерительная система компенсирует деформации влагочувствительной пленки и на базе этого формирует значение текущего количества влаги. Усовершенствованные с помощью нанотехнологий MEMS предлагают значительные преимущества, включая миниатюризацию, высокую чувствительность и низкое энергопотребление. Датчики на основе нанотехнологий обеспечивают повышенную точность и надежность по сравнению с традиционными методами измерения влажности почвы, но, несмотря на их потенциал, практическое применение датчиков влажности почвы на основе MEMS требует дальнейших исследований, особенно в отношении долговременной стабильности, калибровки для конкретных типов почвы и масштабируемости.

Датчики TDB, которые изготавливают из пористых керамических или металлических материалов со встроенным нагревателем, судят о влажности по скорости теплоотвода. Хотя TDB обеспечивают надежные измерения влажности, они требуют калибровки, специфичной для конкретного типа почвы, и, как правило, дороже, чем резистивные датчики, и более инерционные. Их преимущества включают устойчивость к засоленности, колебаниям температуры и долговременную стабильность.

Принцип биоразлагаемых датчиков BDS основан на нагреве посредством магнитных полей элементов датчика в почве и анализе результата с помощью тепловизионной съемки. Этот метод определяет содержание влаги и ее пространственное распределение. После завершения своей работы датчики можно оставить в земле, где они естественным образом разлагаются.

Большинство коммерчески доступных датчиков влажности почвы, включая многоуровневые, основаны на измерении электромагнитной относительной диэлектрической проницаемости почвы. Разнообразие датчиков DS по определению влажности через диэлектрическую проницаемость, достаточно велико и в работе [31] приводится следующая классификация:

- рефлектометрия во временной области (Time Domain Reflectometry, TDR);
- рефлектометрия в частотной области (Frequency Domain Reflectometry, FDR);
- трансмиттометрия во временной области (Time Domain Transmittometry, TDT);
- трансмиттометрия в пространственно-частотной области (Spatial Frequency Domain Transmittometry, SFDT);
- осциллятор линии передачи (Transmission Line Oscillator, TLO);
- рефлектометрия в амплитудной области (Amplitude Domain Reflectometry, ADR);
- коэффициент стоячей волны (Standing Wave Ratio, SWR);
- на основе емкости (Capacitance-based);
- на основе сопротивления (Resistance-based).

Диэлектрическая постоянная воды существенно превышает значение данного параметра воздуха и твердых веществ. Действительная и мнимая части диэлектрической постоянной, которая определяется при измерениях, зависят от рабочей частоты преобразователя, температуры, солености, объемного содержания воды в почве, отношения связанной воды к общему содержанию воды в почве, плотности почвы, формы частиц почвы, пористости и т. д. Для более точного измерения влажности используют различные варианты рефлектометров: рефлектометрию во временной области (TDR), рефлектометрию в частотной области (FDR), коэффициент стоячей волны (SWR), рефлектометрию в амплитудной области (ADR) и передачу во временной области (TDT), которые работают на таких принципах, как емкость, сопротивление, отражение во временной и частотной областях и стоячие волны.

Одним из главных преимуществ технологии TDR является высокая точность и динамика измерения влажности почвы, а также воспроизводимость результатов. Несмотря на меньшую чувствительность по сравнению с другими методами, датчики TDR подвержены влиянию

засоленности почвы при большой влажности. Датчики TDR широко используют для точной настройки орошения [33]. Примером промышленных решений являются датчики TRIME и CS616.

Приборы на принципе FDR выступают альтернативой более дорогим и сложным датчикам TDR. Однако по сравнению с датчиками TDR они более подвержены ошибкам измерения из-за параметров почвы и окружающей среды, неточности монтажа, электромагнитных помех, однако часто применяются в современных системах управления в реальном времени. В практических приложениях датчики FDR оказались особенно ценными для управления орошением в реальном времени [34].

Технология построения на принципе TDT приобрела больший интерес в области точного земледелия. Некоторые решения обеспечивают высокую точность измерения количества влаги в почве. Некоторые решения позволяют одновременно измерять влажность почвы, электропроводность, температуру и матричный (капиллярно-сорбционный) потенциал. Существует много решений с поддержкой беспроводного обмена.

Пространственно-частотная трансмиттометрия SFDT имеет преимущества в сравнении с TDR и FDR и гораздо меньше подвержена влиянию электропроводности почвы, засоленности, различий в текстуре или воздушных зазорах. Достоинством метода является линейная зависимость сигнала от объемного содержания воды, что упрощает калибровку. Отсутствие промышленных прототипов, большие зонды, высокое энергопотребление сдерживают применение SFDT в системах управления.

Анализ отраженного сигнала в методе TLO обеспечивает достаточно высокую точность, однако на точность могут влиять внешние факторы, особенно температура. Методы TLO и FDR обеспечивают частотные характеристики, указывающие на различные уровни влажности, и превосходят TDR и емкостные датчики по диапазону глубины и точности, а TDR по экономической эффективности. Для повышения точности производители рекомендуют производить калибровку на месте применения. На рынке представлено несколько измерительных систем данного типа: CS655 (Campbell Scientific Inc., США), Hydra (Stevens Water, США), Theta (Delta-T Devices Ltd., Великобритания).

Амплитудная рефлектометрия ADR, в отличие от TDR, проще и экономичнее. Имеет более компактные и надежные датчики, меньшее энергопотребление, позволяет использовать в системах непрерывного мониторинга, однако на точность показаний влияет текстура почвы, температура и соленость.

Контроль образования стоящей волны лежит в основе датчиков влажности SWR. Эти датчики, благодаря своей технологической простоте, стоят дешевле, чем TDR и FDR. Однако динамические характеристики хуже, при замене преобразователей необходима калибровка. Точность измерения около $\pm 3,5\%$. В некоторых почвах они превосходят TDR и FDR (особенно при сильно засоленности), а других показывают сравнимые результаты. В целом, датчики SWR обладают значительными преимуществами благодаря низкому энергопотреблению, что делает их совместимыми с сетями мониторинга на основе IoT, а также меньшей чувствительности к колебаниям температуры и солености по сравнению с датчиками FDR, однако требуют проведения калибровки в местах применения.

Контроль диэлектрической постоянной путем измерения емкости – один из старейших и надежных способов определения содержания влаги в почве. По сравнению с другими технологиями измерения влажности почвы емкостные датчики обладают явными преимуществами и ограничениями. Они дают погрешность примерно в два раза выше зондов TDR. Однако требуют постоянной калибровки на рабочей почве или субстрате. Различные примеры использования емкостных датчиков в сельском хозяйстве доказали свою высокую эффективность в управлении орошением. В некоторых случаях емкостные датчики использовались для оценки уровня питательной среды субстрата (объемное содержание азота, фосфора и калия) [35]. Вариантов промышленных датчиков, различающихся по точности и стоимости, очень много: зонды ECH2O с датчиками EC-5 (Meter Group, США); CS616 TDR (Campbell

Scientific Inc., США); TEROS10 и TEROS12 (Meter Group, США), SMT50 (Truebner GmbH, Германия), Scanntronik (Scanntronik Mugrauer GmbH, Германия); SKU:SEN0308 и SKU:SEN0193 (DFRobot, Китай) и т.д.

Самыми простыми и дешевыми являются контактные резистивные датчики RB с контролем проводимости. Иногда для улучшения точности используют матричное построение. Они являются одними из самых распространенных детекторов влажности почвы, но и самых проблемных для точного контроля влажности. Низкая стоимость часто выступает решающим фактором при необходимости контроля влажности в множестве точек, например питомниках. На RB сильно влияет проводимость почвы, засоленность почвы. Контактная система датчиков подвержена влиянию электрохимических реакций на поверхности. В засоленных или сильно удобренных почвах этот эффект может сделать датчики ненадежными в течение одного вегетационного сезона. Данный принцип используют промышленные решения, например, YL100, YL69, датчики Rika Sensors, Vegetronix VH400 [36, 37].

Измерение влажности почвы, в отличие от влажности воздуха, является сложным процессом, и точность измерений в значительной степени зависит от типа датчика, калибровки, условий окружающей среды, свойств почвы и финансовой доступности. Выбор технологии измерения влажности почвы зависит от конкретных условий применения: окружающей среды, типа почвы/субстрата, засоленности почвы, свойств воды, энергопотребления, экономических факторов, интеграции с платформами IoT и т. д.

Датчики уровня питательных веществ (ДУПВ). Несмотря на то, что контроль количества питательных веществ является фундаментом успешного развития и роста растений, возможностью долгосрочного управления качеством почвы, за рамки лабораторий данные измерительные системы стали выходить относительно недавно. Здоровье и плодородие почвы определяются сбалансированным наличием макроэлементов, таких как азот (N), фосфор (P) и калий (K), наряду с микроэлементами, включая железо, цинк и медь, которые играют решающую роль в метаболизме растений и урожайности сельскохозяйственных культур [38].

Датчики ДУПВ можно поделить на электрохимические, оптические и биологические.

Электрохимические датчики наиболее широко представлены благодаря их широкой применимости и экономичности, а также возможности быстрого и автоматического определения различных питательных веществ в почве.

Они строятся с применением ионоселективных мембран (ISM), ионоселективных полевых транзисторов (ISFET), потенциометрических, вольтметрических и амперметрических сенсоров. ISM и ISFET позволяют определять NPK, pH и другие важные параметры почвы при высокой точности и в реальном времени в полевых условиях. Высокой чувствительностью, быстродействием и экономичностью обладают потенциометрические и вольтметрические датчики. Селективность амперметрических датчиков высока, однако они подвержены деградации измерительных электродов.

Показания биосенсоров достаточны для определения состояния питательных веществ NPK в почве, что позволяет выбирать соответствующую норму внесения удобрений.

Оптические датчики, в основе которых лежит использование характеристик отраженного света, достаточно молодое направление для определения питательных веществ. Оно быстро развивается, но пока применяется лишь в лабораторных условиях. Датчики с использованием УФ-видимого, рамановского и ИК-спектроскопического анализа позволяют измерять органическое вещество почвы (ОВП), доступный калий (AK) и другие компоненты почвы без ее разрушения.

Недостатки датчиков для определения концентрации питательных веществ в почве является высокая первоначальная стоимость, необходимость калибровки и техническое обслуживание. Для некоторых из них, как было отмечено выше, характерна деградация из-за воздействия химических веществ почвы, влаги и механических нагрузок. Как и многие датчики влажности почвы, ДУПВ чувствительны к свойствам почвы, окружающей среды и многие из них имеют ограниченный диапазон определяемых веществ. Для прикладного

использования из-за сложности и большого количества результатов измерения необходимо привлекать технологии ИИ, машинного обучения и BigData. На текущем этапе такие измерительные системы доступны больше для крупных компаний, однако в процессе развития они могут получить широкое применение.

Следует отметить, что данный показатель, в отличие от датчиков влажности и температуры воздуха, влажности почвы, необязателен для постоянного контроля. Вполне возможным рациональным будет наличие мобильной системы на автономном ходу наподобие робота-газонокосильщика, которая будет проводить периодические исследования на площади с привязкой по координатам и времени для больших закрытых площадей, или ручного анализатора для параметров контейнера для рассады со считыванием его идентификационного номера.

Датчики рН. Кислотность почвы играет большую роль в развитии растений. Этот показатель имеет решающее значение в определении доступности необходимых питательных веществ для растений, а также общего состояния почвы. Мониторинг рН позволяет оптимизировать рост сельскохозяйственных культур для получения хорошего урожая и поддерживать здоровье почвы (предотвращая проблему блокировки питательных веществ или токсичности). При необходимости рН регулируют путем внесения, например, извести. Хотя шкала рН варьируется от 0 до 14, большинство растений хорошо растут в почве с диапазоном рН от 6,0 до 7,5. Но оптимальное значение этого параметра для разных культур свое. Поддержание идеального уровня рН повышает доступность питательных веществ для растений, что приводит к более эффективному внесению удобрений и уменьшению потерь питательных веществ и, следовательно, способствует экономному использованию ресурсов.

Следует отметить, что есть два подхода к контролю рН. Один предполагает забор проб и анализ с использованием классических подходов, другой непосредственно установку датчика в почву [39]. В первом случае обеспечивается высокая точность, однако требуются большие временные, организационные и финансовые траты. Во втором случае следует учитывать влияние на показания температуры и ее распределение в почве, влагосодержания и других окружающих факторов.

Эти датчики строятся на электрохимическом принципе с двумя электродами, один из которых эталонный замкнутый, другой – со специальной мембраной, которая пропускает ионы водорода, что влияет на потенциал на электроде и обеспечивает измерение рН. Они остаются наиболее распространенными.

Альтернативой являются сенсоры с фотометрическим детектированием, кондуктометрические датчики рН на основе рН-чувствительных гидрогелей, ионно-чувствительные датчики рН на основе полевых транзисторов, модифицированные электроды, напечатанные на трафарете (SPE). Чаще всего рассматривают электроимпедансную спектроскопию (ЭИС) и квадратно-волновую вольтамперометрию (КВВ) [39].

Хотя датчики рН не такие дорогие и более доступные в отличие от системы измерения количества питательных веществ, но этот показатель не меняется в почве быстро. Регистрацию рН можно также организовать с помощью мобильных станций, ручного контроля без существенной потери эффективности использования данного параметра в системах мониторинга и управления.

Конкретные характеристики датчиков рН почвы могут различаться в зависимости от конструкции, технологии и области применения. Существуют варианты (как правило, электрохимические), которые обеспечивают непрерывные или периодические показания, что позволяет своевременно корректировать рН. Современные решения обеспечивают автоматическую калибровку, что снижает необходимость ручной настройки и гарантирует точность измерений. Они достаточно долговечны и дают возможность эксплуатации в широком диапазоне влажности, температуры и параметров почвы. Некоторые производители используют беспроводной способ передачи данных для уменьшения ручного труда, удаленного мониторинга и анализа. Достаточно распространенным решением является включение рН

в системы комплексного контроля почвы наряду с датчиками влажности, температуры, питательных веществ и т. д.

Несмотря на то, что датчики рН являются доступными как для крупных, так и для небольших хозяйств, в то же время большинство датчиков требует частых калибровок и технического обслуживания. Долговечность стеклянного электрода ограничена и требует периодической замены. Текущее техническое обслуживание, включая очистку и повторную калибровку, может увеличить стоимость использования этих датчиков с течением времени. Как отмечалось выше, на показания датчиков рН может оказывать влияние высокая соленость, большое содержание глины или наличие некоторых органических веществ, колебания влажности. Динамические характеристики сенсоров также зависят от структуры почвы. В глинистых почвах получаемые данные будут иметь большую динамическую ошибку. Качественное использование текущих показаний рН для принятия решений по управлению возможно при анализе вместе с другими параметрами, как, например, уровнем питательных веществ, влажностью, текстурой почвы и типом растения, требует большого опыта или применения экспертных систем.

Следует отметить, что параметр рН может быть использован для подготовки питательных растворов в системах управления теплицами [40].

Датчики физиологических параметров растений и культур. Данная группа датчиков начала применяться только в последних поколениях систем мониторинга и управления.

Датчики температуры листьев. Контроль температуры листьев на сегодняшний день в основном изучается в научных работах. С помощью температуры листьев можно контролировать водный статус растения, тепловой стресс и устьичную проводимость. Когда растения испытывают водный стресс, устьица закрываются, транспирация падает и температура листьев повышается. Это позволяет точно планировать полив растений.

Однако температура листьев может характеризовать не только физиологические, энергетические изменения растений и транспирацию, но и отражать состояние здоровья культуры. Урожайность культур напрямую связана с температурой листьев [41].

В то же время температура листьев является косвенным индикатором, и для каждой культуры есть свои значения.

Подходы к построению измерительной системы контроля весьма разнообразны.

Термисторы и терморезисторы (RTD) крепятся непосредственно к поверхности листа с помощью зажимов, ленты или клейких подушечек. Датчики стараются максимально облегчить для уменьшения воздействия на растения с подключением тонкими проводами без натяжения. Недостатком использования таких датчиков является высокая вероятность повреждения листьев растения. Кроме этого, меняется естественный теплообмен, что может приводить к искажениям. Для сбора достаточного количества информации требуются большое число датчиков.

Другим подходом является использование инфракрасных датчиков, которые позволяют контролировать температуру бесконтактно по тепловому излучению. Есть примеры привлечения для этих целей дронов. Недостатком является узкое поле зрения и необходимость калибровки по излучению листа. Кроме одноточечных иногда привлекают тепловизоры. Тепловизоры, или датчики на дронах, позволяют реализовать общий мониторинг на значительных территориях. Однако солнечный свет, отражения с поверхностей и другие помехи могут вносить свои коррективы в показания датчиков. Стоимость выше, чем у контактных систем.

Следует отметить, что интерпретировать результаты измерения температуры листа часто бывает сложно, так как она может повышаться не только из-за нарушения водного баланса, но и по причине высокой внешней температуры или патогенов. Для эффективного использования необходим комплексный анализ с привлечением других параметров [42, 43].

Датчики хлорофилла и нормализованного вегетационного индекса (NDVI). Содержание хлорофилла связано с количеством питательных веществ, в первую очередь азота,

фотосинтетической способностью и общим состоянием здоровья растения. Флуоресценция хлорофилла является прямым отражением преобразования и рассеивания энергии в процессе фотосинтеза растений, особенно во время реакций в фотосистеме, где энергия, не использованная для фотохимических реакций, повторно высвобождается в виде флуоресценции. Технология флуоресценции хлорофилла, как неинвазивный инструмент мониторинга в реальном времени, может предоставить важную информацию о поглощении световой энергии, скорости переноса электронов (ETR), фотохимической квантовой эффективности и нефотохимическом тушении (NPQ). Эти параметры не только показывают эффективность фотосинтеза растений и распределение энергии, но и обеспечивают важную основу для изучения механизма реакции растений в стрессовых условиях, таких как свет, температура, засуха и засоление [44]. Уже существуют множественные примеры применения данного показателя для прикладных задач управления развитием растений. Основные ограничения применения данного показателя на практике связаны с воздействием окружающей среды на результаты, сложностью и высокой стоимостью оборудования [45].

Измерительные системы контроля хлорофилла находятся в стадии активного развития. Некоторые системы строятся с помощью оптических датчиков пропускания со светодиодом и фотодиодным детектором, которые анализируют прохождение спектров света (например, красный (~650 нм) и ближний инфракрасный (~940 нм)) через лист. К примеру, устройства типа SPAD. Другим подходом измерения хлорофилла является анализ спектра отраженного света от поверхности листа. Иногда используют непосредственно специфические флуоресцентные датчики, которые реагируют на флуоресценцию хлорофилла, испускаемую после возбуждения. Последний вариант самый дорогой и информативный.

Датчики хлорофилла демонстрируют быстрое и неинвазивное определение состояния растения, косвенный контроль содержания азота и возможность оптимального внесения количества удобрений. Устоявшегося регламента использования информации с этих датчиков еще нет. Внешние факторы, такие как пыль, наружная освещенность, вода, изменение параметров листьев в процессе развития, являются достаточно сильными помехами, что требует частых калибровок.

Нормализованный разностный индекс растительности (NDVI), один из первых аналитических продуктов дистанционного зондирования, используемый для упрощения сложных многоспектральных изображений, в настоящее время является наиболее популярным индексом для оценки растительности. Широкое применение связано с тем, что NDVI может быть рассчитан с помощью любого многоспектрального датчика с видимым и ближним ИК-диапазоном. Более низкая стоимость и вес многоспектральных датчиков позволяют устанавливать их на спутниках, летательных аппаратах и, все чаще, на беспилотных летательных аппаратах (БПЛА). Хотя исследования показали, что NDVI эффективен для выражения состояния растительности и количественной оценки ее характеристик, его широкое использование, особенно в приложениях для БПЛА, несет в себе риски неправильного применения конечными пользователями, не имеющими необходимого образования в области дистанционного зондирования. Поэтому многие результаты применения NDVI, полученные с помощью БПЛА, требуют исследований по адаптации для эффективного использования на практике.

В отличие от высококлассных спутниковых систем, которые прошли тщательную калибровку, многие коммерческие датчики БПЛА, способные считывать многоспектральные NDVI, могут содержать существенные геометрические и радиометрические ошибки, которые необходимо уменьшить путем калибровки. Однако калибровка БПЛА – это непростой процесс [46].

Примером приборов NDVI может быть портативный прибор GreenSeeker, который используется как активный оптический датчик, измеряющий биомассу растений и отображающий ее в виде нормализованного разностного индекса растительности. Он используется для оценки состояния или жизнеспособности урожая. Датчик излучает красный и инфракрасный

свет, а затем измеряет количество каждого типа света, отраженного обратно на датчик. Интенсивность обнаруженного света является показателем состояния здоровья растения. Датчик отображает значение NDVI, которое затем используется для расчета рекомендуемой нормы внесения удобрений в данном месте [47]. Следует отметить, что прибор NDVI предназначен для оценки характеристик растительности на больших площадях с использованием спутников, самолетов и БПЛА.

Датчики роста. Среди них можно выделить датчики диаметра стебля, высоты растений. Датчики позволяют наблюдать за динамикой роста и выявлять неблагоприятное, стрессовое состояние растения [48]:

- датчики диаметра стебля (дендрометры). Измеряют изменения толщины стебля в микрометровом масштабе. Могут быть датчики контактными (на основе деформации, LVDT) и бесконтактными. В основе может лежать механическое или электронное детектирование;
- датчики удлинения листьев или побегов. Для их построения используют датчики линейных перемещений, которые обычно прикрепляют к растущим органам;
- датчики роста на основе изображений. Для этого используют различные варианты видеокамер. Развитие данного решения происходит интенсивно под влиянием современных технологий. Помимо контроля динамики роста, может производиться оценка урожайности, выявления стресса, фенотипирования, контроль болезней.

Проблемой использования первых двух типов датчиков, которые строятся на контактном принципе, является то, что рост биомассы может приводить к искажениям результатов измерений. В большинстве своем их интеграция в измерительные системы нуждается в большом количестве ручного труда. Использование видео требует высокой стоимости и квалификации специалиста для обработки данных, учета изменения освещенности и пр.

Датчики защиты растений и культур. К этому классу можно отнести измерительные системы, которые разрабатываются для отслеживания самых популярных болезней и вредителей. Они редко бывают универсальные, но часто необходимы при условии интенсивного выращивания для обеспечения урожайности.

Датчики мониторинга вредителей и болезней. Раннее обнаружение вредителей и болезней имеет решающее значение для предотвращения повреждения урожая. Отметим самые популярные направления:

- акустические датчики, которые обнаруживают звуки, издаваемые вредителями, например насекомыми, когда они питаются растениями или передвигаются по почве;
- датчики-ловушки насекомых или грызунов;
- датчики летучих органических соединений (ЛОС), которые измеряют изменения химического состава выбросов растений, которые могут указывать на стресс или нападение вредителей.
- видеослежение. Развитие искусственного интеллекта и машинного обучения способствует применению видеоаналитики для анализа болезней и состояния растений.

Датчики погоды и функционирования систем управления. Следует отметить, что существует большое количество вспомогательных датчиков, с использованием которых реализуются функции защиты и управления.

Датчики погоды. Анемометры служат для контроля скорости ветра, в первую очередь с целью предотвращения повреждения растений и ограждений.

Дождемеры предназначены для решения задач планирования рационального орошения и управления водными ресурсами.

Барометры позволяют прогнозировать погодные тенденции, особенно экстремальные.

Датчики орошения. Управление водными ресурсами – один из основных вопросов получения необходимой динамики роста и урожая. Помимо измерительных систем оценки потребности во влаге, которые были указаны выше, для точного дозирования могут быть использованы серийные промышленные приборы (расходомеры, датчики уровня, дозаторы и т. д.).

Датчики испарения. Для контроля баланса распределения влаги и оптимального полива используют датчики испарения. Испарение происходит двумя путями: выделение влаги из почвы или субстанции и транспирация растений. Это объединяют понятием «эвапотранспирация». Обычно оценка производится косвенно.

Атмометры (испарители), оценивают потери влаги, которые проходят через керамическую пластину из резервуара. Простое решение, которое доступно многим, но требует технического обслуживания ввиду только ручного варианта исполнения.

Лизиметры отслеживают фактическую потерю влаги путем контроля веса либо путем измерения водного баланса [49, 50, 51]. По удобству и точности они считаются самым удачным вариантом [52]. Их недостатком является дороговизна и сложность. Как правило, обычно такой подход используется в лабораториях, для калибровки.

Для контроля этого параметра иногда используют испарительные поддоны, где понижение уровня выступает индикатором интенсивности испарения. Этот подход является одним из самых простых, но малоточным и годится только для примерной оценки.

Производить оценку испарения можно также на основе датчиков температуры, относительной влажности, солнечной радиации или освещения и скорости воздуха. Использование известной модели Пенмана – Монтейта позволяет провести оценку испарения. Существуют два варианта: энергетический и объемный:

$$\lambda_v E = \frac{\Delta(R_n - G) + \rho_a c_p (e_s - e_a) g_a}{\Delta + \gamma \left(1 + \frac{g_a}{g_s}\right)} \quad (1)$$

или

$$ET = \frac{\Delta(R_n - G) + \rho_a c_p (e_s - e_a) g_a}{\left(\Delta + \gamma \left(1 + \frac{g_a}{g_s}\right)\right) L_v}, \quad (2)$$

где λ_v – скрытая теплота испарения (энергия, необходимая на единицу массы испаренной воды); E – массовая скорость испарения воды; Δ – зависимость давления насыщенного пара от температуры; R_n – чистая облученность, внешний источник потока энергии; G – тепловой поток от грунта (обычно трудно измерить); ρ_a – плотность сухого воздуха; c_p – удельная теплоемкость воздуха; $(e_s - e_a)$ – дефицит давления паров в воздухе; g_a – совокупная поверхностная и аэродинамическая проводимость; γ – психрометрическая постоянная; g_s – устьичная проводимость; ET – объем испаренной воды; L_v – объемная скрытая теплота испарения.

Может быть вариант формул с использованием сопротивления вместо проводимости:

$$g_a = \frac{1}{r_a}; \quad (3)$$

$$g_s = \frac{1}{r_s} = \frac{1}{r_c}; \quad (3)$$

где r_c – сопротивление потоку от растительного покрова до определенного пограничного слоя.

Атмосферная проводимость g_a учитывает аэродинамические эффекты, такие как высота смещения нулевой плоскости и длина шероховатости поверхности. Устьичная проводимость g_s

учитывает влияние плотности листьев (индекс листовой поверхности), водного стресса и концентрации CO₂ в воздухе, то есть реакцию растения на внешние факторы. Существуют различные модели, связывающие устьичную проводимость с этими характеристиками растительности, например, модели Джарвиса, Джейкобса и др.

Датчики вентиляции. Воздухообмен является важной составляющей обеспечения роста растений. Он может участвовать в обеспечении влагой, температурных режимов и концентрации CO₂. При управлении вентиляцией используют датчики атмосферного давления, анемометры, флюгеры.

Датчики энергетических систем. Энергоэффективность является важнейшим аспектом современных производств. В закрытых системах выращивания теплиц используют измерители мощности или счетчики электроэнергии, датчики тока и напряжения, датчики положения клапанов и приводов.

Обсуждение. Проведенный анализ источников получения информации для управления эффективности ростом растений в теплицах показывает множество существующих технических решений с учетом стоимости и потребности в точности. На данном этапе происходит интенсивное развитие информационных систем контроля выращивания растений как в открытых, так и в закрытых системах типа теплиц, парников и т. д. Это обусловлено проблемой производства продовольствия, переходом под влиянием демографических и других проблем в сельском хозяйстве к активной автоматизации, развитием нанотехнологий и биосенсорики, возможностью внедрения машинного обучения и искусственного интеллекта в более широкие области применения.

Большое количество работ по данной теме посвящено интеграции отдельных датчиков в каналы передачи информации в облачные решения, стандарты беспроводных решений (например, Zigbee, LoRaWAN, NB-IoT и т. д. Идет дискуссия по использованию стационарных и подвижных систем. Разработано и уже опробовано на практике множество наносенсоров на базе химических и биологических подходов [53].

При проектировании датчиков часто приходится решать вопрос между стоимостью и долговечностью. Важной частью разработки является энергоэффективность, особенно при применении беспроводных систем.

За редким исключением, проблемой эффективного использования датчиков являются необходимость частой калибровки и высокая доля ручного труда.

Заключение. Использование датчиков преобразует сельское хозяйство, так как они обеспечивают более интеллектуальные, эффективные и устойчивые методы его ведения. От мониторинга окружающей среды и почвы до качества урожая и борьбы с вредителями датчики предоставляют данные, необходимые для принятия обоснованных решений и оптимизации ресурсов. По мере развития технологий сельскохозяйственные датчики будут все больше интегрироваться в сельскохозяйственную практику, делая точное земледелие более доступным, экономически эффективным и выгодным как для фермеров, так и для окружающей среды.

Список литературы

1. Multi-Sensor Monitoring, Intelligent Control, and Data Processing for Smart Greenhouse Environment Management / E. Vicamumakuba [et al.] // *Sensors*. 2025. Vol. 25 (19). P. 6134. DOI: 10.3390/s25196134
2. Эффективность работы комбинированных систем регулирования. I. Общий анализ // Д. А. Гринюк [и др.] // *Труды БГТУ. Сер. 3, Физико-математические науки и информатика*. 2025. № 2 (296). С. 58–75. DOI: 10.52065/2520-6141-2025-296-9.
3. Sensor Systems for Greenhouse Microclimate Monitoring and Control: a Review / A. Bhujel [et al.] // *J. Biosyst. Eng.* 2020. Vol. 45. P. 341–361. DOI: 10.1007/s42853-020-00075-6.

4. Ahamed M. S., Guo H., Tanino K. Energy saving techniques for reducing the heating cost of conventional greenhouses // *Biosystems Engineering*. 2019. Vol. 178. P. 9–33. DOI: 10.1016/j.biosystemseng.2018.10.017.
5. Wireless sensor networks for greenhouse climate and plant condition assessment / K. P. Ferentinos [et al.] // *Biosystems Engineering*. 2017. Vol. 153. P. 70–81. DOI: 10.1016/j.biosystemseng.2016.11.005.
6. Nelson P. V. Greenhouse operation and management. New York: Prentice Hall. 2011. 607 p.
7. Liang-Ying, Guo Y. F., Zhao-Wei. Greenhouse environment monitoring system design based on WSN and GPRS networks // 2015 IEEE International Conference on Cyber Technology in Automation, Control and Intelligent Systems, IEEE-CYBER. Shenyang, 2015. P. 795–798. DOI: 10.1109/CYBER.2015.7288044.
8. A decision support system based on multisensor data fusion for sustainable greenhouse management / G. Aiello [et al.] // *Journal of Cleaner Production*. 2018. Vol. 172. P. 4057–4065. DOI: 10.1016/j.jclepro.2017.02.197.
9. Zafar M., Wei B. Comparison Analysis of Thermistor and RTD for Energy Transfer Station Application // 2023 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM). Seattle, WA, USA. 2023. P. 800–805. DOI: 10.1109/AIM46323.2023.10196150.
10. Huynh T. Thermal sensors // *Smart Sensor Systems*. Berlin: Springer, 2015. P. 5–42. <https://doi.org/10.1002/9780470866931.ch6>.
11. Perret J., Al-Ismaïli A., Sablani S. Humidification-dehumidification system in a greenhouse for sustainable crop production // *Sharm El-Sheikh*. 2005. P. 840–860.
12. A Method for measuring Greenhouse Cover Temperature using a Thermocouple / A. M. Abdel-Ghany [et al.] // *Biosystems Engineering*. 2006. Vol. 95 (1). P. 99–109. DOI: 10.1016/j.biosystemseng.2006.05.014.
13. Esen M., Yuksel T. Experimental evaluation of using various renewable energy sources for heating a greenhouse // *Energy Build*. 2013. Vol. 65. P. 340–351.
14. Review of optimum temperature, humidity, and vapour pressure deficit for microclimate evaluation and control in greenhouse cultivation of tomato: A review / R. R. Shamshiri [et al.] // *International Agrophysics*. 2018. Vol. 32 (2). P. 287–302. DOI: 10.1515/intag-2017-0005.
15. Microclimate control in greenhouses / Y. Mukazhanov [et al.] // *International Multi-disciplinary Scientific GeoConference Surveying Geology and Mining Ecology Management, SGEM*. 2017. Vol. 17 (62). P. 699–704. DOI: 10.5593/sgem2017/62/S27.089.
16. Fuzzy modeling vapor pressure deficit to monitoring microclimate in greenhouses / J. C. Ramos-Fernández [et al.] // *IFAC-PapersOnLine*. 2016. Vol. 49 (16). P. 371–374. DOI: 10.1016/j.ifacol.2016.10.068.
17. Quan V. M., Sen Gupta G., Mukhopadhyay S. Review of sensors for greenhouse climate monitoring // 2011 IEEE Sensors Applications Symposium, San Antonio, TX, USA, 2011. P. 112–118. DOI: 10.1109/SAS.2011.5739816.
18. Yin T., Feng W., Li Z. Temperature and humidity wireless sensing and monitoring systems applied in greenhouse // *Proceedings of 2011 International Conference on Computer Science and Network Technology*. Harbin, China, 2011. P. 857–861. DOI: 10.1109/ICCSNT.2011.6182097.
19. A resistive sensor for humidity detection based on cellulose/polyaniline/ I. Ragazzinia // *RSC Adv*. 2022. Vol. 12. P. 28217–28226. DOI: 10.1039/D2RA03982F.
20. Zhang W., Ma H., Yang S. X. An Inexpensive, Stable, and Accurate Relative Humidity Measurement Method for Challenging Environments // *Sensors*. 2016. Vol. 16 (3). P. 398. DOI: 10.3390/s16030398.
21. Greenhouses for CO₂ sequestration from atmosphere / J. Bao [et al.] // *Carbon Resources Conversion*. 2018. Vol. 1 (2). P. 183–190. DOI: 10.1016/j.crcon.2018.08.002.
22. Design of ecological CO₂ enrichment system for greenhouse production using TBAB + CO₂ semi-clathrate hydrate / S. Takeya [et al.] // *Energies*. 2017. Vol. 10 (7). P. 1–11. DOI: 10.3390/en10070927.

23. Neethirajan S., Jayas D. S., Sadistap S. Carbon Dioxide (CO₂) Sensors for The Agri-food Industry – A Review // *Food and Bioprocess Technology*. 2009. Vol. 2 (2). P. 115–121. DOI: 10.1007/s11947-008-0154-y.
24. Regression analysis to estimate morphology parameters of pepper plant in a controlled greenhouse system / J. K. Basak [et al.] // *Journal of Biosystems Engineering*. 2019. Vol. 44 (2). P. 57–68. DOI: 10.1007/s42853-019-00014-0.
25. Li T., Yang Q. Advantages of diffuse light for horticultural production and perspectives for further research // *Frontiers in Plant Science*. 2015. Vol. 6. P. 1–5. DOI: 10.3389/fpls.2015.00704.
26. Adding blue to red supplemental light increases biomass and yield of greenhouse-grown tomatoes, but only to an optimum / E. Kaiser [et al.] // *Frontiers in Plant Science*. 2019. Vol. 9. P. 1–11. DOI: 10.3389/fpls.2018.02002.
27. Wilson J. S. *Sensor Technology Handbook*. Burlington: Elsevier Inc., 2005. 691 p.
28. Bonachela S., González A. M., Fernández M. D. Irrigation scheduling of plastic greenhouse vegetable crops based on historical weather data // *Irrigation Science*. 2006. Vol. 25 (1). P. 53–62. DOI: 10.1007/s00271-006-0034-z.
29. Khotimah E. L., Putri R. A., Winata R. A. Precision Agriculture: Soil Moisture-based IoT Drip Irrigation System to Optimize Water Usage for Aglaonema in Greenhouse Environment // *International Journal of Horticultural Science and Technology*. 2025. Vol. 12 (4). P. 1219–1228. DOI: 10.22059/ijhst.2025.376832.852.
30. Измерение проводимости почвы / Д. А. Гринюк [и др.] // *Химическая технология и техника: материалы 89-й науч.-техн. конф. проф.-преподават. состава, науч. сотрудников и аспирантов (с междунар. участием), Минск, 3–18 февр. 2025 г. Минск: БГТУ, 2025. С. 327–329.*
31. Soil Moisture Sensing Technologies: Principles, Applications, and Challenges in Agriculture / D. Loconsole [et al.] // *Agronomy*. 2025. Vol. 15 (12). P. 2788. DOI: 10.3390/agronomy15122788.
32. Larson G. F. 1985. Electrical sensor for measuring moisture in landscape and agricultural soils. U. S. Patent 4 531 087. Date issued: 23 July.
33. Walczak A., Lipiński M., Janik G. Application of the TDR sensor and the parameters of injection irrigation for the estimation of soil evaporation intensity // *Sensors*. 2021. Vol. 21. P. 2309.
34. Smith J.B., Kean J.W. Long-Term Soil-Water Tension Measurements in Semiarid Environments: A Method for Automated Tensiometer Refilling // *Vadose Zone J.* 2018. Vol. 17. P. 1–5.
35. Strooboscher Z. J., Athelly A., Guzmán S. M. Assessing capacitance soil moisture sensor probes' ability to sense nitrogen, phosphorus, and potassium using volumetric ion content // *Front. Agron.* 2024. Vol. 6. P. 1346946.
36. Review of research progress on soil moisture sensor technology / L. M. Yu [et al.] // *Int. Journal of Agricultural and Biological Engineering*. 2021. Vol. 14. P. 32–42. DOI: 10.25165/ijabe.20211404.6404.
37. Datta S., Taghvaeian S. Soil water sensors for irrigation scheduling in the United States: A systematic review of literature // *Agricultural Water Management*. 2023. Vol. 278. P. 108148. DOI: 10.1016/j.agwat.2023.108148.
38. Sobhy D. M., Anandhi A. Soil Nutrient Monitoring Technologies for Sustainable Agriculture: A Systematic Review // *Sustainability*. 2025. Vol. 17 (18). P. 8477. DOI: 10.3390/su17188477.
39. Espial: Electrochemical Soil pH Sensor for In Situ Real-Time Monitoring / M. A. Eldeeb [et al.] // *Micromachines*. 2023. Vol. 14 (12). P. 2188. DOI: 10.3390/mi14122188.
40. Automated agricultural greenhouse with PV energy using IoT-based monitoring system / N. Watjanatepin [et al.] // *Int. J. Re-new. Energy Res.* 2023. Vol. 13. P. 1581–1591.
41. A Review on Leaf Temperature Sensor: Measurement Methods and Application / Yu L. [et al.] // *Advances in Information and Communication Technology*. 2016. Vol. 478. DOI: 10.1007/978-3-319-48357-3.

42. Kerbler S. M., Wigge P. A. Temperature Sensing in Plants // *Annual Review Plant Biology*. 2023. Vol. 74. P. 341–366. <https://doi.org/10.1146/annurev-arplant-102820-102235>.
43. Бакаленко В. И., Дейнека Т. А., Бровенко А. Л. Контроль температуры листовых пластин растений с помощью сенсоров MLX 90614 // *Химическая технология и техника: материалы 85-й науч.-техн. конф. проф.-преподават. состава, науч. сотрудников и аспирантов (с междунар. участием), Минск, 29 янв. – 16 фев. 2024 г. Минск: БГТУ, 2024. С. 319–322.*
44. Chlorophyll fluorescence sensing for smart agriculture / L. Ma [et al.] // *Sensors and Actuators A: Physical*. 2025. Vol. 394. P. 116930. DOI: 10.1016/j.sna.2025.116930.
45. Estimation of Chlorophyll Fluorescence at Different Scales: A Review / Z. Ni [et al.] // *Sensors*. Vol. 19 (13). P. 3000. DOI: 10.3390/s19133000.
46. A commentary review on the use of normalized difference vegetation index (NDVI) in the era of popular remote sensing / S. Huang [et al.] // *J. For. Res.* 2021. Vol. 32. P. 1–6. DOI: 10.1007/s11676-020-01155-1.
47. Greenhouse gas mitigation benefits and profitability of the GreenSeeker Handheld NDVI sensor: evidence from Mexico / D. S. Lapidus [et al.] // *Precision Agric.* 2022. Vol. 23. P. 2388–2406. DOI: 10.1007/s11119-022-09925-z.
48. PlantRing: A high-throughput wearable sensor system for decoding plant growth, water relations, and innovating irrigation / T. Sun [et al.] // *Plant Communications*. 2025. Vol. 6 (5). P. 101322. DOI: 10.1016/j.xplc.2025.101322.
49. Shahrajabian M. H., Sun W. A Review of Lysimeter Studies and Experiments by Considering Agricultural Production // *J. of Stress Physiology & Biochemistry*. 2024. Vol. 20. P. 114–132.
50. Dabrowska D., Wojciech R. A Review of Lysimeter Experiments Carried Out on Municipal Landfill Waste // *Toxics*. 2021. Vol. 9 (2). P. 26. DOI: 10.3390/toxics9020026.
51. Бакаленко В. И., Дейнека Т. А. Автоматический весовой потометр // *Автоматический контроль и автоматизация производственных процессов: материалы Междунар. науч.-техн. конф., Минск, 26–31 дек. 2024 г. Минск: БГТУ, 2024. С. 16–17.*
52. Irrigation of Greenhouse Crops / G. Nikolaou [et al.] // *Horticulturae*. 2019. Vol. 5 (1). P. 7. DOI: 10.3390/horticulturae5010007.
53. A review on the application of advanced soil and plant sensors in the agriculture sector / Y. Faqir [et al.] // *Computers and Electronics in Agriculture*. 2024. Vol. 226. P. 109385. DOI: 10.1016/j.compag.2024.109385.

References

1. Bicamumakuba E., Md Nasim R., Hongbin J., Samsuzzaman K.-H. L., Sun-Ok C. Multi-Sensor Monitoring, Intelligent Control, and Data Processing for Smart Greenhouse Environment Management. *Sensors*, 2025, vol. 25 (19), p. 6134. DOI: 10.3390/s25196134.
2. Hryniuk D. A., Dubikovskaya E. V., Suhorukova I. G., Oлиферович N. M., Orobei I. O. Efficiency of feedforward and feedback control systems. I. General analysis. *Trudy BGTU [Proceedings of BSTU]*, issue 3, Physics and Mathematics. Informatics, 2025, no. 2 (296), pp. 58–75. DOI: 10.52065/2520-6141-2025-296-9 (In Russian).
3. Bhujel A., Basak J. K., Khan F., Arulmozhi E., Jaihuni M., Sihalath T., Lee D., Park J., Kim H. T. Sensor Systems for Greenhouse Microclimate Monitoring and Control: A Review. *J. Biosyst. Eng.*, 2020, vol. 45, pp. 341–361. DOI: 10.1007/s42853-020-00075-6.
4. Ahamed M. S., Guo H., Tanino K. Energy saving techniques for reducing the heating cost of conventional greenhouses. *Biosystems Engineering*, 2019, vol. 178, pp. 9–33. DOI: 10.1016/j.biosystemseng.2018.10.017.
5. Ferentinos K. P., Katsoulas N., Tzounis A., Bartzanas T., Kittas C. Wireless sensor networks for greenhouse climate and plant condition assessment. *Biosystems Engineering*, 2017, vol. 153, pp. 70–81. DOI: 10.1016/j.biosystemseng.2016.11.005.

6. Nelson P. V. Greenhouse operation and management. New York, Prentice Hall Publ., 2011. 607 p.
7. Liang-Ying, Guo Y. F., Zhao-Wei. Greenhouse environment monitoring system design based on WSN and GPRS networks. In *2015 IEEE International Conference on Cyber Technology in Automation, Control and Intelligent Systems, IEEE-CYBER 2015*. Shenyang, 2015, pp. 795–798. DOI: 10.1109/CYBER.2015.7288044.
8. Aiello G., Giovino I., Vallone M., Catania P., Argento A. A decision support system based on multisensor data fusion for sustainable greenhouse management. *J. of Cleaner Production*, 2018, vol. 172, pp. 4057–4065. DOI: 10.1016/j.jclepro.2017.02.197.
9. Zafar M., Wei B. Comparison Analysis of Thermistor and RTD for Energy Transfer Station Application. *2023 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM)*, Seattle, WA, USA, 2023, pp. 800–805. DOI: 10.1109/AIM46323.2023.10196150.
10. Huynh T. Thermal sensors. *Smart Sensor Systems*. Berlin, Springer Publ., 2015, pp. 5–42. DOI: 10.1002/9780470866931.ch6.
11. Perret J., Al-Ismaili A., Sablani S. Humidification-dehumidification system in a greenhouse for sustainable crop production. *Sharm El-Sheikh*, 2005, pp. 840–860.
12. Abdel-Ghany A.M., Ishigami Y., Goto E., Kozai T. A Method for measuring Greenhouse Cover Temperature using a Thermocouple. *Biosystems Engineering*, vol. 95 (1), 2006, pp. 99–109, DOI: 10.1016/j.biosystemseng.2006.05.014.
13. Esen M., Yuksel T. Experimental evaluation of using various renewable energy sources for heating a greenhouse. *Energy Build*, 2013, vol. 65, pp. 340–351.
14. Shamshiri R. R., Jones J. W., Thorp K. R., Ahmad D., Man H. C., Taheri S. Review of optimum temperature, humidity, and vapour pressure deficit for microclimate evaluation and control in greenhouse cultivation of tomato: A review. *International Agrophysics*, 2018, vol. 32 (2), pp. 287–302. <https://doi.org/10.1515/intag-2017-0005>.
15. Mukazhanov Y., Kamshat Z., Assel O., Shayhmetov N., Alimbaev C. Microclimate control in greenhouses. *International Multidisciplinary Scientific GeoConference Surveying Geology and Mining Ecology Management, SGEM*, 2017, vol. 17 (62), pp. 699–704. DOI: 10.5593/sgem2017/62/S27.089.
16. Ramos-Fernández J. C., Balmat J. F., Márquez-Vera M. A., Lafont F., Pessel N., Espinoza-Quesada E. S. Fuzzy modeling vapor pressure deficit to monitoring microclimate in greenhouses. *IFAC-PapersOnLine*, 2016, vol. 49 (16), pp. 371–374. DOI: 10.1016/j.ifacol.2016.10.068.
17. Quan V. M., Gupta G. S., Mukhopadhyay S. Review of sensors for greenhouse climate monitoring. *2011 IEEE Sensors Applications Symposium, San Antonio, TX, USA*, 2011, pp. 112–118, DOI: 10.1109/SAS.2011.5739816.
18. Yin T., Feng W., Li Z. Temperature and humidity wireless sensing and monitoring systems applied in greenhouse. *Proceedings of 2011 International Conference on Computer Science and Network Technology*. Harbin, China, 2011, pp. 857–861. DOI: 10.1109/ICCSNT.2011.6182097.
19. Ragazzinia I., Castagnolia R., Gualandi I., Cassani M. C., Nanni D., Gambassia F., Scavettaabc E., Bernardiac E., Ballarin B. A resistive sensor for humidity detection based on cellulose/polyaniline. *RSC Adv.*, 2022, vol. 12, pp. 28217–28226. DOI: 10.1039/D2RA03982F.
20. Zhang W., Ma H., Yang S. X. An Inexpensive, Stable, and Accurate Relative Humidity Measurement Method for Challenging Environments. *Sensors*, 2016, vol. 16 (3), pp. 398. DOI:10.3390/s16030398.
21. Bao J., Lu W.-H., Zhao J., Bi X. T. Greenhouses for CO₂ sequestration from atmosphere. *Carbon Resources Conversion*, 2018, vol. 1 (2), pp. 183–190. DOI: 10.1016/j.crcon.2018.08.002.
22. Takeya S., Muromachi S., Maekawa T., Yamamoto Y., Mimachi H., Kinoshita T., Murayama T., Umeda H., Ahn D. H., Iwasaki Y., Hashimoto H., Yamaguchi T., Okaya K., Matsuo S. Design of ecological CO₂ enrichment system for greenhouse production using TBAB + CO₂ semi-clathrate hydrate. *Energies*, 2017, vol. 10 (7), pp. 1–11. DOI: 10.3390/en10070927.

23. Neethirajan S., Jayas D. S., Sadistap S. Carbon dioxide (CO₂) sensors for the agri-food industry – A review. *Food and Bioprocess Technology*, 2009, vol. 2 (2), pp. 115–121. DOI: 10.1007/s11947-008-0154-y.
24. Basak J. K., Qasim W., Okyere F. G., Khan F., Lee J., Park J., Kim H. T. Regression analysis to estimate morphology parameters of pepper plant in a controlled greenhouse system. *J. of Biosystems Engineering*, 2019, vol. 44 (2), pp. 57–68. DOI: 10.1007/s42853-019-00014-0.
25. Li T., Yang Q. Advantages of diffuse light for horticultural production and perspectives for further research. *Frontiers in Plant Science*, 2015, vol. 6, pp. 1–5. DOI: 10.3389/fpls.2015.00704.
26. Kaiser E., Ouzounis T., Giday H., Schipper R., Heuvelink E., Marcelis L. F. M. Adding blue to red supplemental light increases biomass and yield of greenhouse-grown tomatoes, but only to an optimum. *Frontiers in Plant Science*, 2019, vol. 9, pp. 1–11. DOI: 10.3389/fpls.2018.02002.
27. Wilson J. S. *Sensor Technology Handbook*. Burlington, USA, Elsevier Inc. Publ., 2005. 691 p.
28. Bonachela S., González A. M., Fernández M. D. Irrigation scheduling of plastic greenhouse vegetable crops based on historical weather data. *Irrigation Science*, 2006, vol. 25 (1), pp. 53–62. DOI: 10.1007/s00271-006-0034-z.
29. Khotimah E. L., Putri R. A., Winata R. A. Precision Agriculture: Soil Moisture-based IoT Drip Irrigation System to Optimize Water Usage for Aglaonema in Greenhouse Environment. *International J. of Horticultural Science and Technology*, 2025, vol. 12 (4), pp. 1219–1228. DOI: 10.22059/ijhst.2025.376832.852.
30. Hryniuk D. A., Bakalenko V. I., Bylina M. D., Zakhvey I. A. Measuring soil conductivity. *Khimicheskaya tekhnologiya i tekhnika: materialy 89-y nauch.-tekhn. konf. prof.-prepodovat. sostava, nauch. sotrudnikov i aspirantov (s mezhdunar. uchastiyem)* [Chemical Technology and Engineering: Proceedings of the 89th Scientific and Technical Conference of Faculty, Researchers and Postgraduates (with International Participation)]. Minsk, 2025, pp. 327–329 (In Russian).
31. Loconsole D., Elia M., Conversa G., De Lucia B., Cristiano G., Elia A. Soil Moisture Sensing Technologies: Principles, Applications, and Challenges in Agriculture. *Agronomy*, 2025, vol. 15 (12), pp. 2788. DOI: 10.3390/agronomy15122788.
32. Larson G. F. 1985. Electrical sensor for measuring moisture in landscape and agricultural soils. U. S. Patent 4 531 087. Date issued: 23 July.
33. Walczak A., Lipiński M., Janik, G. Application of the TDR sensor and the parameters of injection irrigation for the estimation of soil evaporation intensity. *Sensors*, 2021, vol. 21, pp. 2309.
34. Smith J. B., Kean J. W. Long-Term Soil-Water Tension Measurements in Semiarid Environments: A Method for Automated Tensiometer Refilling. *Vadose Zone J.*, 2018, vol. 17, pp. 1–5.
35. Strooboscher Z. J. Athelly A., Guzmán S. M. Assessing capacitance soil moisture sensor probes' ability to sense nitrogen, phosphorus, and potassium using volumetric ion content. *Front. Agron*, 2024, vol. 6, pp. 1346946.
36. Yu L. M., Gao W. L., Shamshiri R. R., Tao S, Ren Y. Z., Zhang Y. J., Su G. Review of research progress on soil moisture sensor technology. *International J. of Agricultural and Biological Engineering*, 2021, vol. 14, pp. 32–42. DOI: 10.25165/j.ijabe.20211404.6404.
37. Datta S., Taghvaeian S. Soil water sensors for irrigation scheduling in the United States: A systematic review of literature. *Agricultural Water Management*, 2023, vol. 278, pp. 108148, DOI: 10.1016/j.agwat.2023.108148.
38. Sobhy D. M., Anandhi A. Soil Nutrient Monitoring Technologies for Sustainable Agriculture: A Systematic Review. *Sustainability*, 2025, vol. 17 (18), pp. 8477. DOI:10.3390/su17188477.
39. Eldeeb M. A., Vikram N. D., Anirban P., Sriram M., Shalini P. Espial: Electrochemical Soil pH Sensor for In Situ Real-Time Monitoring. *Micromachine*, 2023, vol. 14 (12), pp. 2188. DOI: 10.3390/mi14122188.
40. Watjanatepin N., Srisongkram W., Wongsuriya W., Sukthang K., Boonmee C., Kiatsookkanatorn P. Automated agricultural greenhouse with PV energy using IoT-based monitoring system. *Int. J. Re-new. Energy Res.*, 2023, vol. 13, pp. 1581–1591.

41. Yu L., Wang W., Zhang X., Zheng W. A Review on Leaf Temperature Sensor: Measurement Methods and Application. *Computer and Computing Technologies in Agriculture IX. CCTA 2015. IFIP Advances in Information and Communication Technology*, 2016, vol. 478. DOI: 10.1007/978-3-319-48357-3.
42. Kerbler S. M., Wigge P. A. Temperature Sensing in Plants. *Annual Review Plant Biology*, 2023, vol. 74, pp. 341–366. DOI: 10.1146/annurev-arplant-102820-102235.
43. Bakalenko V. I., Deineka T. A., Brovenko A. L. Monitoring the temperature of plant leaf blades using MLX 90614 sensors. Kontrol' temperatury listovykh plastin rasteniy s pomoshch'yu sensorov MLX 90614. *Khimicheskaya tekhnologiya i tekhnika: materialy 88-y nauch.-tekhn. konf. prof.-prepodovat. sostava, nauch. sotrudnikov i aspirantov (s mezhdunar. uchastiyem)* [Chemical Technology and Engineering: Proceedings of the 88th Scientific and Technical Conference of Faculty, Researchers and Postgraduates (with International Participation)]. Minsk, 2024, pp. 319–322 (In Russian).
44. Ma L., Yin M., Chen X., Wan Z., Zhang R., Yang Z., Xiao X.-Q. Chlorophyll fluorescence sensing for smart agriculture. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2025, vol. 394, pp. 116930, DOI: 10.1016/j.sna.2025.116930.
45. Ni Z., Lu Q., Huo H., Zhang H. Estimation of Chlorophyll Fluorescence at Different Scales: A Review. *Sensors*, 2019, vol. 19 (13), pp. 3000. DOI: 10.3390/s19133000.
46. Huang S., Tang L., Hupy J. P., Wang Y., Shao G. A commentary review on the use of normalized difference vegetation index (NDVI) in the era of popular remote sensing. *J. For. Res.*, 2021, vol. 32, pp. 1–6. DOI: 10.1007/s11676-020-01155-1.
47. Lapidus D. S., Salem M. E., Beach R. H., Zayed S., Ortiz-Monasterio I. Greenhouse gas mitigation benefits and profitability of the GreenSeeker Handheld NDVI sensor: evidence from Mexico. *Precision Agric.*, 2022, vol. 23, pp. 2388–2406. DOI: 10.1007/s11119-022-09925-z.
48. Sun T., Lu C., Shi Z., Zou M., Bi P., Xu X., Xie Q., Jiang R., Liu Y., Cheng R., Xu W., Wang H., Zhang Y., Xu P., PlantRing: A high-throughput wearable sensor system for decoding plant growth, water relations, and innovating irrigation. *Plant Communications*, 2025, vol. 6 (5), pp. 101322, DOI:10.1016/j.xplc.2025.101322.
49. Shahrajabian M. H., Sun W. A Review of Lysimeter Studies and Experiments by Considering Agricultural Production. *J. of Stress Physiology & Biochemistry*, 2024, vol. 20, pp. 114–132.
50. Dabrowska D., Wojciech R. A Review of Lysimeter Experiments Carried Out on Municipal Landfill Waste. *Toxics*, 2021, vol. 9 (2), pp. 26. DOI: 10.3390/toxics9020026.
51. Bakalenko V. I., Deyneka T. A. Automatic weigh counter (Lysimeter). *Avtomaticheskij kontrol' i avtomatizatsiya proizvodstvennykh protsessov: materialy Mezhdunar. nauch.-tekhn. konf.* [Automatic control and automation of production processes: materials of the International scientific and technical conference, Minsk, December 26–31, 2024]. Minsk, 2024, pp. 16–17 (In Russian).
52. Nikolaou G., Neocleous D., Katsoulas N., Kittas C. Irrigation of Greenhouse Crops. *Horticulturae*, 2019, vol. 5 (1), pp. 7. DOI: 10.3390/horticulturae5010007.
53. Faqir Y., Qayoom A., Erasmus E., Schutte-Smith M., Visser H. G. A review on the application of advanced soil and plant sensors in the agriculture sector. *Computers and Electronics in Agriculture*, 2024, vol. 226, pp. 109385. DOI: 10.1016/j.compag.2024.109385.

Информация об авторах

Гринюк Дмитрий Анатольевич – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры автоматизации производственных процессов и электротехники. Белорусский государственный технологический университет (ул. Свердлова, 13а, 220006, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: hryniukda@gmail.com. SPIN-код 3877-2521. Scopus ID: 56725779200. ORCID: 0000-0003-4427-3943. ResearcherID: GLT-1372-2022.

Бакаленко Владимир Иванович – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры автоматизации производственных процессов и электротехники. Белорусский государственный

технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: vibakalenko.w@gmail.com. SPIN-код: 9246-6190. Scopus ID: 7801664083.

Дейнека Татьяна Александровна – старший преподаватель кафедры автоматизации производственных процессов и электротехники. Белорусский государственный технологический университет (ул. Свердлова, 13а, 220006, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: tdein@rambler.ru.

Олиферович Надежда Михайловна – старший преподаватель кафедры автоматизации производственных процессов и электротехники. Белорусский государственный технологический университет (ул. Свердлова, 13а, 220006, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: oliferovich@belstu.by. SPIN-код: 6932-1738. Scopus ID: 56725765100. ORCID: 0009-0007-1324-0192.

Сухорукова Ирина Геннадьевна – старший преподаватель кафедры программной инженерии. Белорусский государственный технологический университет (ул. Свердлова, 13а, 220006, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: irina_x@rambler.ru. SPIN-код: 5395-8253. Scopus ID: 56725781000. ORCID: 0009-0000-9642-1077.

Information about the authors

Hryniuk Dzmitry Anatol'yevich – PhD (Engineering), Associate Professor, Assistant Professor, the Department of Automation of Production Processes and Electrical Engineering. Belarusian State Technological University (13a Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: hryniukda@gmail.com. SPIN code: 3877-2521. Scopus ID: 56725779200. ORCID: 0000-0003-4427-3943. ResearcherID: GLT-1372-2022.

Bakalenko Vladimir Ivanovich – PhD (Engineering), Associate Professor, Assistant Professor, the Department of Automation of Production Processes and Electrical Engineering. Belarusian State Technological University (13a Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: vibakalenko.w@gmail.com. SPIN code: 9246-6190. Scopus ID: 7801664083.

Deineka Tatiana Aleksandrovna – Senior Lecturer, the Department of Automation of Production Processes and Electrical Engineering. Belarusian State Technological University (13a Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: tdein@rambler.ru.

Oliferovich Nadezhda Mikhaylovna – Senior Lecturer, the Department of Automation of Production Processes and Electrical Engineering. Belarusian State Technological University (13a Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: oliferovich@belstu.by. SPIN code: 6932-1738. Scopus ID: 56725765100. ORCID: 0009-0007-1324-0192.

Suhorukova Irina Gennad'yevna – Senior Lecturer, the Department of Software Engineering. Belarusian State Technological University (13a Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: irina_x@rambler.ru. SPIN code: 5395-8253. Scopus ID: 56725781000. ORCID: 0009-0000-9642-1077.

Поступила после доработки 15.12.2025

УДК 004.885

Б. А. Ассанович¹, Е. В. Косарева², Н. Н. Бич³¹Гродненский государственный университет имени Янки Купалы²Университет кардинала Стефана Вышинского, Польша³Гродненский государственный медицинский университет

МЕТОДИКА СОЗДАНИЯ ДЕТЕКТОРА ПАДЕНИЯ ПОЖИЛЫХ ЛЮДЕЙ НА ОСНОВЕ МАШИННОГО ЗРЕНИЯ И ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПРИЗНАКОВ ДВИЖЕНИЯ ОБЪЕКТА

Предлагается новая методика создания детектора падений на основе машинного зрения, которая использует инструмент tsfresh для генерации признаков с учетом параметров движения ограничивающей области объекта рамки и выполняет классификацию в режиме скользящего окна. Демонстрируется эффективность сгенерированных tsfresh признаков по сравнению с первичными признаками. Определяется наилучшая модель обнаружения падений человека с использованием библиотеки «auto-sklearn» и обобщенного набора данных из датасетов «UR Fall Detection и CAUCAFall». Модель, основанная на классификаторе методом gradient boosting, реализует точность детектирования 96% на основе образованных tsfresh вторичных признаков. Разделимость классов с использованием анализа главных компонент показала, что для вторичных признаков 99% дисперсии приходится на первые 4 главных компонента, в то время как для первичных признаков первые 10 главных компонент содержат только 80% дисперсии данных. Рассмотрена практическая применимость предлагаемого подхода в системах мониторинга человека в реальном времени. Время обработки для генерации вторичных признаков и прогнозирования составляет не более 3 с на последовательность, что подтверждает практическую применимость предлагаемого подхода в системах мониторинга падений в реальном времени.

Ключевые слова: машинное зрение, скользящее окно, падение человека, модель классификации, tsfresh, auto-sklearn.

Для цитирования: Ассанович Б. А., Косарева Е. В., Бич Н. Н. Методика создания детектора пожилых людей на основе компьютерного зрения и преобразования признаков движения объекта // Труды БГТУ. Сер. 3, Физико-математические науки и информатика. 2026. № 1 (302). С. 76–86.

DOI: 10.52065/2520-6141-2026-302-7.

B. A. Assanovich¹, E. V. Kosareva², N. N. Bich³¹Yanka Kupala State University of Grodno²University of Cardinal Stefan Wyszyński, Poland³Grodno State Medical University

METHOD FOR CREATING A FALL DETECTOR FOR ELDERLY PEOPLE BASED ON MACHINE VISION AND TRANSFORMATION OF OBJECT MOTION FEATURES

A new method for creating a computer vision-based fall detector is proposed. It uses the tsfresh tool to generate features based on the motion parameters of the object's bounding box and performs classification in a sliding window mode. The effectiveness of the generated tsfresh features is demonstrated compared to primary parameters. The best model for human fall detection is determined using the auto-sklearn library and a generalized dataset from the UR Fall Detection and CAUCAFall datasets. The model, based on a gradient boosting classifier, achieves 96% detection accuracy based on secondary features generated by tsfresh. Class separability using principal component analysis showed that for secondary features, 99% of the variance is accounted for by the first 4 principal components, while for primary features, the 10 first principal components contain only 80% of the data variance. The practical applicability of the proposed approach to real-time human monitoring systems is discussed. The processing time for generating secondary features and prediction is no more than 3 seconds per sequence, which confirms the practical applicability of the proposed approach in real-time fall monitoring systems.

Keywords: machine learning, sliding window, human fall detection, classification model, tsfresh, auto-sklearn.

For citation: Assanovich B. A., Kosareva E. V., Bich N. N. Method for creating a fall detector for elderly people based on machine vision and transformation of object motion features. *Proceedings of BSTU, issue 3, Physics and Mathematics. Informatics*, 2026, no. 1 (302), pp. 76–86 (In Russian).

DOI: 10.52065/2520-6141-2026-302-7.

Введение. Мониторинг активности пожилых людей привлекает значительное внимание в последние годы. Одной из серьезных проблем для людей старше 70 лет является потеря равновесия и падение, что особенно опасно для одиноко проживающих, поскольку они могут не получить своевременную помощь. Эта проблема вызвала всплеск исследований, посвященных дистанционному обнаружению падений, позволяющему быстро и качественно помочь пожилым людям. Падения действительно представляют собой серьезную проблему общественного здравоохранения, особенно среди пожилого населения. По данным Всемирной организации здравоохранения, падения являются второй по значимости причиной смерти от травм во всем мире среди людей в возрасте 65 лет и старше [1]. Системы обнаружения падений могут использоваться как инвазивные, созданные на носимых сенсорных устройствах, так и неинвазивные методы, базирующиеся на компьютерном зрении (КЗ) или так называемых технологиях, основанных на зрительном восприятии. Очевидно, что во многих практических ситуациях дистанционное управление КЗ предпочтительнее. Кроме того, система обнаружения падений на основе зрительного восприятия может обеспечить обратную связь и обучение людей для улучшения их равновесия и снижения риска падений. Эта технология обладает огромным потенциалом для революционного изменения контроля падений и улучшения жизни уязвимых людей.

Комплексный обзор многих опубликованных работ по этой тематике был проведен в работе Гутьерреса и других [2], где были описаны основные характеристики более чем 80 аналогичных систем, включая их классификацию и производительность. В его обзоре было проанализировано почти 500 работ, большинство из которых основаны на машинном обучении и использовании нейронных сетей. Недавно Алам и другие [3] представили исследование методов обнаружения падений на основе глубокого обучения, в котором они оценивают производительность систем обнаружения падений, их показатели производительности и соответствующие наборы данных. Анализ этих публикаций показал, что многие современные системы характеризуются вероятностью обнаружения падений более 90%. В целом, детекторы падений включают три основных этапа:

- 1) предварительная обработка видеосигнала, включая преобразование изображения и его сегментацию;
- 2) извлечение признаков (дескрипторов) путем выделения локальных или глобальных характеристик изображения;
- 3) фактическое обнаружение падений на основе полученных признаков и алгоритмов классификации [3].

В настоящее время применение новых компьютерных технологий позволило улучшить алгоритмы обработки данных о ключевых точках человека, что подтверждается реализацией ряда моделей YOLO, включающих специально обученные структуры для обнаружения падений [4]. Однако данные модели довольно сложны и ресурсоемки.

Для сокращения времени процесса обнаружения падений эффективен алгоритм скользящего окна, широко используемый в машинном обучении в сочетании с инженерией признаков. В работах [5, 6] показано его применение не только для определения состояния человека с помощью носимых датчиков, но и для диагностики аномального состояния объектов, например элементов машин. Однако по-прежнему эта техника недостаточно представлена исследователями в области визуального мониторинга, например, активности пожилых людей. В публикации [7] рассматривается применение визуального мониторинга для обнаружения

падений. Однако, несмотря на хорошие результаты, необходимо было расширить исследования и провести их верификацию на большем по объему датасете.

Кроме того, появилась возможность использования нового инструмента машинного обучения AutoML (Automated Machine Learning), применимого для обнаружения падений. Каусар и другие провели анализ данных с носимых датчиков [8] и заявили, что можно детектировать падения у пожилых людей с точностью около 99%. Однако результирующая точность их метода составляла все же 95–97% [3]. В связи с этим принято решение проверить использование технологии AutoML для обнаружения падения на основе машинного зрения и предложить методологию построения детектора на ее базе с использованием библиотеки tsfresh (Time Series Feature extraction based on scalable hypothesis tests).

Новизна проведенного исследования характеризуется рядом составляющих. Во-первых, был предложен алгоритм скользящего окна для увеличения объема как обучающих, так и тестовых данных и ускорения обнаружения падений в течение нескольких секунд. Во-вторых, был подготовлен набор данных CAUCAFall для обучения и тестирования предложенного алгоритма, на основе которого обобщен датасет, объединяющий также последовательно из набора данных UR Fall. И в-третьих, был применен подход для автоматического выбора наиболее эффективного алгоритма классификации с его оптимальными гиперпараметрами с использованием библиотеки auto-sklearn для обнаружения падений на основе видеоданных.

Основная часть. Теоретические сведения о физике падения описывают положение центра масс (ЦМ) тела человека, что очень важно для поддержания его равновесия как в положении стоя, так и в движении. Изменение положения человека при падении – это динамический процесс, определяемый переходом из устойчивого в неустойчивое состояние. Однако момент падения неопределен: тело человека может быть неустойчивым из-за воздействия внешних сил, или равновесие может быть нарушено по вине самого человека. Падение происходит непрерывно и изменчиво во времени: после падения поза тела динамически меняется, и каждая часть тела может изменить положение по-своему. Модель тела человека может быть представлена скелетной структурой, состоящей из соединенных линий, проходящих через ключевые точки (КТ). Исследования показали, что динамическая устойчивость человека при ходьбе определяется крестцовым маркером (точкой, расположенной у основания позвоночника), который с достаточно высокой точностью может быть заменен ЦМ. Согласно представлению о человеческом теле, состоящем из отдельных элементов, расположенных вокруг ЦМ, каноническая форма объекта определяется внешними силами, действующими на него. Однако на практике учет всех внешних сил практически невозможен, и в этом случае применяется расчет косвенных параметров, таких как скорость и ускорение ЦМ. В то же время, на основе технологии КЗ, местоположение человека может быть определено с предположением, что его тело находится внутри ограничивающей рамки (ОР). Чтобы упростить разработку практической модели контроля падений, в данном исследовании выполняется анализ падения человека, геометрический центр которого совпадает с центром масс, что характерно для простых и симметричных фигур [9] и называется их центроидом. Вычисление скорости центроида и отношения сторон ограничивающей рамки (ОР) и определяет основные подходы к обнаружению падений, описанные ниже.

Методы описываемого исследования опираются на использование известных наборов данных и их «очистки». Датасет для обнаружения падений UR [10], широко известный как UR Fall, массово используется в машинном обучении и представляет особую ценность для тех, кто занимается распознаванием человеческой активности, особенно в здравоохранении и уходе за пожилыми людьми. Этот набор данных содержит 70 последовательностей (30 падений и 40 других активностей activity of daily life (ADL)). Падения фиксируются с помощью двух камер Microsoft Kinect вместе с соответствующими данными акселерометра, в то время как события ADL регистрируются с помощью только одного устройства (камера 0) и акселерометра.

Набор данных включает файлы с признаками, извлеченными из карт глубины, сохраненные в формате CSV. Каждая строка представляет собой выборку данных, соответствующую одному изображению глубины, и включает: название последовательности (например, «fall-01», «adl-01»), номер кадра, метку («-1» означает, что человек не лежит, «1» означает, что человек лежит на земле, «0» указывает на временную позу во время падения) и ряд других параметров. Наиболее значимым параметром является отношение высоты к ширине OP , который называется как $HeightWidthRatio$ или $Aspect Ratio (AR)$ и используется для анализа. Дополнительную информацию о наборе данных можно найти в работах Кволека и Кепски [10], а также в работе Идего и других [11]. Характеристики, извлеченные из видео, имеют решающее значение для различения падений и иных активностей. CAUCAFall [12] – это база данных, предназначенная для распознавания падений человека в неконтролируемых домашних условиях, с различными условиями, такими как окклюзии, изменения освещения, различие в одежде, изменение фона, различные углы падения и расстояние от камеры. Она включает метки сегментации для каждого изображения, что облегчает реализацию методов распознавания падений человека с использованием детекторов YOLO. Набор данных включает моделирование пяти различных типов падений и пяти других движений. Падения обозначены как «падение», а эти движения — как «без падения». Данные структурированы в 10 основных каталогах, каждый соответствует отдельной теме. В каждом каталоге находится 10 папок, относящихся к различным действиям, выполняемым участниками. Каждая папка содержит видео соответствующего действия в формате .avi, изображения действий в формате .png и метки сегментации кадра в формате .txt. Для набора данных UR Fall были объединены записи в один фрейм данных, к которому добавлена переменная-индикатор «Падение», принимающая значения true/false для записей с падениями и без них соответственно. Каждый кадр в наборе данных помечен как -1; 0; 1, это определяет, что человек «не лежит», «лежит» и «падает/лежит» соответственно. Также проведена «очистка» данных. Во-первых, для видео ADL были обрезаны последовательности, где метка 0 появлялась после метки 1, что указывает на то, что человек встал после лежания, поскольку система должна немедленно выдавать сигнал о падении, не дожидаясь окончания записи. Во-вторых, последовательности с пропущенными кадрами также были найдены, как только была применена нумерация кадров для расчета скорости OP . В проведенных экспериментах параметр «FrameSpeed» и являлся вторым значимым параметром и рассчитывался за одну миллисекунду по следующей формуле:

$$\text{FrameSpeed} = \frac{fps}{1000df} \sqrt{dx^2 + dy^2}, \quad (1)$$

где dx , dy определяют соответствующее изменение координат центра OP ; df – приращение номера видеокadra при нумерации (в видео могут быть пропущены кадры); fps – частота кадров, для датасета UR Fall составляет 30 кадров в секунду.

Для набора данных CAUCAFall информация из файлов всех папок была объединена в один набор данных, и переменной «fall» было присвоено значение true для видеозаписей с падениями. Затем координаты OP каждого кадра были преобразованы из формата YOLO в абсолютные значения. Два признака $HeightWidthRatio$ и $FrameSpeed$ были рассчитаны для $fps = 23$ в этом наборе данных. Для видеозаписей набора данных CAUCAFall для последовательностей, соответствующих процессу падения (папки набора данных «fall»), было выбрано начало скользящего окна, начиная с 5-го кадра, поскольку визуальный анализ и расчет стандартного отклонения параметра $FrameSpeed$ в серии предварительных экспериментов показал 3-кратное превышение над его стационарным значением в первых 4 кадрах с начала записи. Это объяснимо наличием разброса параметров из-за артефактов при регистрации. Затем была выполнена процедура преобразования скользящего окна, аналогично той, которая использовалась для набора данных UR Fall. В нашей работе проведены эксперименты

по обучению вышеуказанной модели с использованием первичных признаков видео (HightWidthRatio и FrameSpeed) и вторичных признаков, сгенерированных библиотекой tsfresh [13], которая используется для систематического проектирования признаков из временных рядов. Далее, для подготовки данных к настройке параметров детектора падения (рис.1) необходимо было преобразовать все записи в выходные последовательности определенной длины.

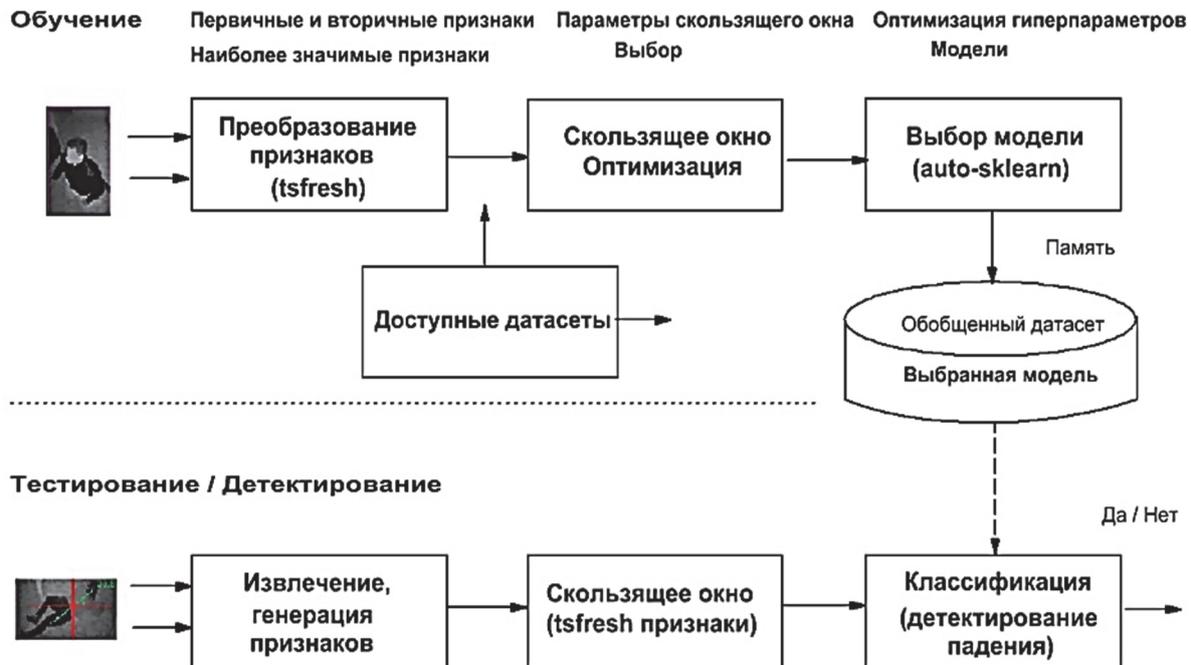


Рис. 1. Обработка данных в детекторе падения

Для этого использовался алгоритм скользящего окна с заданными параметрами:

Window – ширина скользящего окна (равная длине последовательности);

Stride – шаг преобразования кадров;

Fall_Frames – количество кадров с падениями (элементов в выходной последовательности, помеченных как 0).

Работа метода для Window=5, Stride=2, Fall_Frames=2 показана на рис. 2. В этом примере разработанный алгоритм преобразования возвращает только те последовательности длиной 5, в которых хотя бы 2 элемента имеют метку 0 (падение).

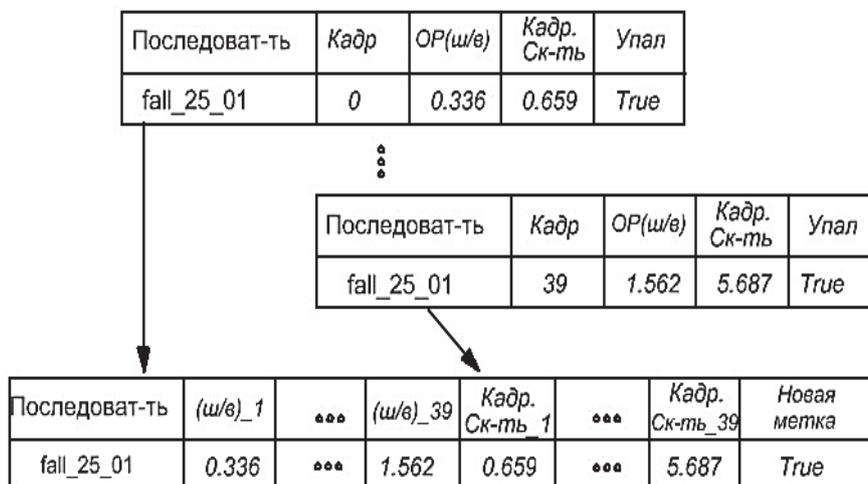


Рис. 2 Склейка данных из видеокадров

Опишем конфигурацию параметров скользящего окна. Для выбора значений параметров Window, Stride, Fall_Frames была обучена модель случайного леса с использованием перекрестной проверки. Значения параметров выбирались из следующих диапазонов: Window = (30, 40, 50), Stride = (3, 5, 7, 10), Fall_Frames = (10, 15, 20). Использовался метод полного перебора для поиска оптимальной совокупности параметров. Для каждой комбинации применялось скользящее окно к данным, базирующееся на значениях параметров Window, Stride и Fall_Frames на основе генерации нескольких последовательностей. Поскольку количество последовательностей «без падения» было значительно больше количества последовательностей «с падением» (в некоторых комбинациях параметров отношение случайных чисел к падению достигало 4 к 1), применялось выравнивание данных. Затем для каждой полученной последовательности добавлялась к вектор-строке признаков метка класса «Новая метка», которая соответствовала событию – «падение» в этой последовательности кадров.

Таким образом, был получен набор данных, в котором каждая последовательность представлена вектором длины $2 \cdot \text{Window} + 1$ (рис. 2). Затем данные были разделены на обучающий и тестовый наборы в соотношении 4 : 1.

Для оценки эффективности каждой комбинации параметров Window, Stride и Fall_Frames был обучен классификатор Random Forest и использован поиск по сетке для определения наилучшего количества оценщиков (деревьев) с 5-кратной перекрестной проверкой. Лучшая комбинация была выбрана на основе эффективности обученной модели RandomForest на тестовых данных. Лучшие параметры представлены в табл. 1 (худшая эффективность выделена курсивом, а лучшая — жирным шрифтом). Для обобщенного набора данных с первичными признаками выбраны параметры, гарантирующие, чтобы количество выходных последовательностей для наборов данных UR Fall и CAUCAFall не было слишком малым и чтобы точность детектирования падения оставалась высокой. Поэтому для обобщенного набора данных были установлены значения Window = 40, Stride = 3, Fall_Frames = 20.

Таблица 1. Лучшие параметры для первичных признаков

Размер окна	Шаг	Кол-во кадров	Точность %	Кол-во послед-тей
40	3	20	95	100
40	3	15	94	124
30	7	20	97	30
50	3	20	92	<i>104</i>
50	3	15	93	120
40	3	20	81	272
40	3	15	72	<i>119</i>
30	7	20	80	304
50	3	20	83	272
50	3	15	82	304

Далее была выполнена процедура выбора наилучших параметров Window, Stride, Fall_Frames для вторичных признаков, извлеченных из последовательностей, сгенерированных скользящим окном, с помощью библиотеки tsfresh. В этом случае вектор вторичных признаков был сгенерирован автоматически для каждой последовательности. Для генерации вторичных признаков были оставлены только параметры HeightWidthRatio и FrameSpeed, поскольку предыдущие исследования [7, 14] показали, что эти признаки оказывают наибольшее влияние на точность классификации. Наилучшие параметры представлены в табл. 2.

Для набора данных CAUCAFall с Window ≥ 40 и любыми значениями Stride, Fall_Frames удалось обучить модель с получением 100%-ной точности детектирования на тестовом наборе. Для обобщенного набора данных с вторичными признаками приняли оптимальные значения: Window = 40, Stride = 3, Fall_Frames = 20.

Таблица 2. Лучшие параметры для вторичных признаков

Размер окна	Шаг	Кол-во кадров	Точность %	Кол-во послед-тей
40	3	20	96	77
40	3	20	95	100
30	3	15	94	120
50	3	10	91	138
50	3	10	93	143
40	3	20	85	272
40	3	15	100	272
30	7	20	90	304
50	3	20	100	284
50	3	15	100	275

Анализ первичных и вторичных признаков. Корреляционный анализ показал, что первичные и вторичные признаки слабо коррелируют с классом данных («падение»/«не падение»): максимальное значение корреляции для вторичных признаков составляет 0,55, а для первичных признаков – 0,5. В то же время, как и ожидалось, для первичных признаков значения HeightWidthRatio и FrameSpeed в более поздних кадрах последовательности сильнее коррелируют с меткой класса. Кроме того, чтобы проверить гипотезу о том, что вторичные признаки лучше первичных для разделения классов, проведен их анализ на основе главных компонент (PCA). В наборе данных с вторичными признаками 99% дисперсии приходилось на первые четыре главных компонента, тогда как для первичных признаков первые десять главных компонентов составляют только 80% дисперсии. Это указывает на то, что вторичные признаки лучше объясняют поведение целевой переменной, чем первичные признаки.

Обучение и выбор лучшей модели с помощью auto-sklearn. Для достижения данной цели создавались 2 отдельных набора данных с первичными и вторичными признаками, как описано выше. После применения построения набора данных и балансировки классов было получено 2 набора данных размером 1856 последовательностей каждый, где 498 последовательностей были из датасета UR Fall, а 1358 – из датасета CAUCAFall. Набор данных с первичными признаками содержит 80 признаков, сгенерированных самим скользящим окном, а набор данных с вторичными признаками содержит 585 признаков, сгенерированных с помощью инструмента tsfresh от каждой исходной последовательности. Наборы данных были разделены на обучающую и тестовую выборки в соотношении 80% к 20%. Для выбора лучшей модели из ансамбля использовалась библиотека auto-sklearn, которая предоставляет готовые контролируемые машинные методы обучения [15], с автоматизацией полного цикла построения моделей.

В результате применения инструментов Auto-sklearn были найдены оптимальные алгоритмы как для первичных, так и для вторичных наборов данных и оптимизированы их гиперпараметры.

Оптимальной моделью, обученной на основном наборе данных признаков, является VotingClassifier, использующий алгоритм gradient boosting sklearn, а именно HistGradient BoostingClassifier, со следующими гиперпараметрами:

```
early_stopping=False,
l2_regularization=0.0015999096167997723,
learning_rate=0.024544266632179432,
max_iter=512, max_leaf_nodes=28,
min_samples_leaf=5,
random_state=1, validation_fraction=None, warm_start=True.
```

Модель реализует точность детектирования 80% на тестовом наборе. Для набора данных вторичных признаков та же архитектура модели была признана наилучшей, но со скорректированными гиперпараметрами:

```
early_stopping=True,  
l2_regularization=2.22710531072698e-08,  
learning_rate=0.02095996930896952,  
max_iter=512, max_leaf_nodes=20,  
min_samples_leaf=1,  
random_state=1,  
validation_fraction=None, warm_start=True.  
Модель достигла точности тестирования 96%.
```

Обсуждение результатов. В данной работе изучена эффективность первичных и вторичных признаков при обнаружении падений с применением метода скользящего окна для увеличения размера и вариативности обучающих данных. Наборы данных были созданы путем сегментации последовательностей из датасетов UR Fall и CAUCAFall, что привело к получению двух наборов признаков: первичных с 80 признаками, сгенерированными непосредственно скользящим окном, и вторичных из 585 признаков, сгенерированных с помощью инструмента tsfresh.

В работе представлена реализация автоматического извлечения признаков с помощью библиотек tsfresh и scikit-learn, которые затем используются для решения задач классификации, регрессии или кластеризации с помощью классических моделей машинного обучения, таких как Gradient Boosting или Random Forest.

После предварительной обработки и балансировки данных был применен подход AutoML с помощью библиотеки auto-sklearn для выбора оптимальных моделей для обоих наборов данных. Этот подход оказался эффективным: наилучшая модель для первичного набора признаков достигла 80% точности детектирования падений с использованием HistGradientBoostingClassifier. Для вторичных признаков та же настройка модели с скорректированными гиперпараметрами повысила точность до 96%, что демонстрирует преимущества извлечения вторичных признаков.

Заключение. В данной работе показано, что предложенная методика создания детектора, использующего скользящее окно для преобразования данных, является эффективной. Полученные результаты доказывают, что применение инструмента tsfresh, генерирующего новые вторичные признаки только из двух первичных, связанных с параметрами ОР, позволяет построить ансамбль хороших моделей машинного обучения. Дальнейшее использование инструмента auto-sklearn дает возможность выбрать наилучшую модель из классификаторов gradient boosting на основе гистограмм и достичь точности детектирования 0,96, что несколько лучше по сравнению с использованием аналогичной модели для датчиков в работе Нишиямы и др. [16], в которой средняя точность составила 0,936.

В представленном исследовании эффективность инструментов tsfresh и auto-sklearn подтверждается с использованием данных из двух датасетов: UR Fall Dataset и CAUCAFall Dataset, а также их комбинации. Проведенные эксперименты показывают, что вторичные признаки описывают поведение целевой переменной лучше, чем первичные, а также что время обработки для генерации вторичных признаков занимает не более 3 с на последовательность, что подчеркивает практическую применимость этого подхода в системах мониторинга падений в реальном времени.

Выбор между моделями детектирования падений определяется условиями эксплуатации и допустимыми временными затратами. Модель на основе первичных признаков (точность 80%) целесообразно применять в системах, где критически важна мгновенная скорость реакции (миллисекунды) — например, на носимых устройствах или микрокомпьютерах с ограниченными ресурсами, обрабатывающих потоковый видеосигнал без задержек. В свою очередь, высокоточная модель на вторичных признаках (96%) требует дополнительных затрат (до 3 с на генерацию признаков), однако эта задержка является приемлемой в сценариях, в которых приоритетом является достоверность детектирования: в медицинских

учреждениях или при постобработке данных на серверной инфраструктуре, где цена пропуска события существенно превышает требования к мгновенному оповещению. Кроме того, данное исследование подтверждает потенциал комбинирования метода скользящего окна с автоматизированными методами извлечения признаков, что позволяет унифицировать пайплайн обработки для обоих типов признаков и масштабировать систему мониторинга падений без потери качества детектирования.

Дальнейшим исследованием может быть интеграция детектора падений с трекингом объектов на основе алгоритма SORT (Simple Online and Realtime Tracking) и фильтра Калмана, что принципиально расширяет возможности и повышает надежность и масштабируемость системы [17]. Кроме того, использование IoU-метрики (Intersection over Union) позволяет системе одновременно отслеживать состояние множества людей в кадре, предотвращая смешивание их траекторий [18].

Список литературы

1. World Health Organization. Falls. website. URL: <https://www.who.int/news-room/fact-sheets/detail/falls> (дата обращения: 05.09.2025).
2. Gutiérrez J., Rodríguez V., Martín S. Comprehensive review of vision-based fall detection systems // *Sensors*. 2021. No. 21 (3). 947 p.
3. Vision-based human fall detection systems using deep learning: A review / E. Alam [et al.] // *Computers in Biology and Medicine*. 2022. Vol. 7. 146 p.
4. Yolo-fall: A novel convolutional neural network model for fall detection in open spaces / D. Zhao [et al.] // *IEEE Access*. 2024. Vol. 12. P. 26137–26149.
5. Yhdego H., Paolini C., Audette M. Toward real-time, robust wearable sensor fall detection using deep learning methods: A feasibility study. *Applied // Sciences*. 2023. Vol. 13 (8). 4988 p. <https://doi.org/10.3390/app13084988>.
6. Enhancing gearbox fault diagnosis through advanced feature engineering and data segmentation techniques / K. Shukla [et al.] // *Machines*. 2024. Vol. 12 (4). 261 p.
7. Kosarava K., Assanovich B. A simple indoor fall control system for the elderly based on the analysis of object bounding box parameters // *Proceedings of the International Conference on Pattern Recognition and Information Processing, Minsk, 21–24 September 2021. Minsk, 2021. P. 92–96.*
8. Automated machine learning based elderly fall detection classification / F. Kausar [et al.] // *Procedia Computer Science*. 2022. Vol. 203 (9). P. 16–23.
9. Gahramanova A. Locating centers of mass with image processing // *Undergraduate Journal of Mathematical Modeling: One+ Two*. 2019. Vol. 10 (1). P. 14–25.
10. Kwolek B., Kepski M. Human fall detection on embedded platform using depth maps and wireless accelerometer // *Computer Methods and Programs in Biomedicine*. 2014. Vol. 17 (3). P. 489–501.
11. Yhdego H., Paolini C., Audette M. Toward real-time, robust wearable sensor fall detection using deep learning methods: A feasibility study // *Applied Sciences*. 2023. Vol. 13 (8). 4988 p.
12. Dataset CAUCAFall / J. Eraso [et al.] // *Mendeley Data*. 2022. Vol. 4. 489 p.
13. Overview on extracted features. URL: https://tsfresh.readthedocs.io/en/latest/text/list_of_features.html (дата обращения: 05.09.2025).
14. Assanovich B., Kosarava K. Vision-Based Fall Detector for Elderly Based on Sliding Window Approach and Feature Engineering // *Journal of Data Science and Intelligent Systems*. 2025. Vol. 3 (1). P. 27–34.
15. Auto-sklearn 2.0: Hands-free AutoML via meta learning / M. Feurer [et al.] // *Journal of Machine Learning Research*. 2022. Vol. 23 (261). P. 1–61.
16. Accurate fall risk classification in elderly using one gaitcycle data and machine learning / D. Nishiyama [et al.] // *Clinical Biomechanics*. 2024. Vol. 115. 62 p.

17. Simple online and realtime tracking / A. Bewley [et al.] // IEEE International Conference on Image Processing (ICIP). Phoenix, AZ, USA, 2016. P. 3464–3468.

18. Wojke N., Bewley A. and Paulus D. Simple online and realtime tracking with a deep association metric. 2017 IEEE International Conference on Image Processing (ICIP). Beijing, China, 2017. P. 3645–3649.

References

1. World Health Organization. Falls. website. Available at: <https://www.who.int/news-room/fact-sheets/detail/falls> (accessed 05.09.2025).

2. Gutiérrez J., Rodríguez V., Martín S. Comprehensive review of vision-based fall detection systems. *Sensors*, 2021, no. 21 (3). 947 p.

3. Alam E., Sufian A., Dutta P., & Leo M. Vision-based human fall detection systems using deep learning: A review. *Computers in Biology and Medicine*, 2022, vol. 7. 146 p.

4. Zhao D., Song T., Gao J., Li D., & Niu Y. Yolo-fall: A novel convolutional neural network model for fall detection in open spaces. *IEEE Access*, 2024, vol. 12, pp. 26137–26149.

5. Yhdego H., Paolini C., Audette M. Toward real-time, robust wearable sensor fall detection using deep learning methods: A feasibility study. *Applied Sciences*, 2023, vol. 13 (8), pp. 4988 p. <https://doi.org/10.3390/app13084988>.

6. Shukla K., Holderbaum W., Theodoridis T., & Wei G. Enhancing gearbox fault diagnosis through advanced feature engineering and data segmentation techniques. *Machines*, 2024, vol. 12 (4). 261 p.

7. Kosarava K., Assanovich B. A simple indoor fall control system for the elderly based on the analysis of object bounding box parameters. *Proceedings of the International Conference on Pattern Recognition and Information Processing*, Minsk, 2021, pp. 92–96.

8. Kausar F., Awadalla M., Mesbah M., & AlBadi T. Automated machine learning based elderly fall detection classification. *Procedia Computer Science*, 2022, vol. 203 (9), pp. 16–23.

9. Gahramanova A. Locating centers of mass with image processing. *Undergraduate Journal of Mathematical Modeling: One+ Two*, 2019, vol. 10 (1), pp. 14–25.

10. Kwolek B., Kepski M. Human fall detection on embedded platform using depth maps and wireless accelerometer. *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, 2014, vol. 17 (3), pp. 489–501.

11. Yhdego H., Paolini C., Audette M. Toward real-time, robust wearable sensor fall detection using deep learning methods: A feasibility study. *Applied Sciences*, 2023, vol. 13 (8). 4988 p.

12. Eraso J. C., Munoz E., Munoz, M., Pinto J. Dataset CAUCAFall. *Mendeley Data*, 2022, vol. 4. 489 p.

13. Overview on extracted features. Available at: https://tsfresh.readthedocs.io/en/latest/text/list_of_features.html (accessed 05.09.2025).

14. Assanovich B., Kosarava K. Vision-Based Fall Detector for Elderly Based on Sliding Window Approach and Feature Engineering. *Journal of Data Science and Intelligent Systems*, 2025, vol. 3 (1), pp. 27–34.

15. Feurer M., Eggenberger K., Falkner S., Lindauer M., Hutter F. Auto-sklearn 2.0: Hands-free AutoML via meta learning. *Journal of Machine Learning Research*, 2022, vol. 23 (261), pp. 1–61.

16. Nishiyama D., Arita S., Fukui D., Yamanaka M., & Yamada H. Accurate fall risk classification in elderly using one gaitcycle data and machine learning. *Clinical Biomechanics*, 2024, vol. 115. 62 p.

17. Bewley A., Ge Z., Ott L., Ramos F., and Uppcroft B. Simple online and realtime tracking. *IEEE International Conference on Image Processing (ICIP)*, Phoenix, Sep. 25–28 2016. Phoenix, Arizona, USA, 2016, pp. 3464–3468.

18. Wojke N., Bewley A., Paulus D. Simple online and realtime tracking with a deep association metric. *IEEE International Conference on Image Processing (ICIP)*. Beijing, China, 2017, pp. 3645–3649.

Информация об авторах

Ассанович Борис Алиевич – кандидат технических наук, доцент кафедры информационных систем и технологий. Гродненский государственный университет имени Янки Купалы (ул. Поповича, 50, 230024, г. Гродно, Республика Беларусь). E-mail: bas@grsu.by. SPIN-код: 1837-9308. Scopus ID: 23003590900. ORCID: 0000-0003-0418-9595. ResearcherID: U-4926-2018.

Косарева Екатерина Владимировна – кандидат физико-математических наук, доцент Института информатики факультета математики и естественных наук. Университет кардинала Стефана Вышинского, Варшава (ул. Девайтис, 5 01-815, Варшава). E-mail: k.kosarava@uksw.edu.pl. SPIN-код: 8822-9228. Scopus ID: 57226374685. ORCID: 0000-0001-7326-5307. ResearcherID: LZG-4251-2025.

Бич Наталья Николаевна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры медицинской и биологической физики. Гродненский государственный медицинский университет (ул. М. Горького, 80, 230009, г. Гродно, Республика Беларусь). E-mail: nadaliya@mail.ru. SPIN-код: 5435-9008.

Information about the authors

Boris Assanovich – PhD (Engineering), Assistant Professor, the Department of Information Systems and Technologies. Yanka Kupala State University of Grodno (50 Popovicha str., 230024, Grodno, Republic of Belarus). E-mail: bas@grsu.by. SPIN code: 1837-9308. Scopus ID: 23003590900. ORCID: 0000-0003-0418-9595. ResearcherID: U-4926-2018.

Ekaterina Kosareva – PhD (Physics and Mathematics), Assistant Professor. Institute of Computer Science at the Faculty of Mathematics and Natural Sciences. University of Cardinal Stefan Wyszyński of Warsaw (Devaitis str., 5 01-815, Warsaw). E-mail: k.kosarava@uksw.edu.pl. SPIN code: 8822-9228. Scopus ID: 57226374685. ORCID: 0000-0001-7326-5307. ResearcherID: LZG-4251-2025.

Natalia Bich – Ph.D (Physics and Mathematics), Assistant Professor, the Department of Medical and Biological Physics. Grodno State Medical University (80 M. Gorky str., 230009, Grodno, Republic of Belarus). E-mail: nadaliya@mail.ru. SPIN code: 5435-9008.

Поступила после доработки 15.12.2025

ОБРАБОТКА И ПЕРЕДАЧА ИНФОРМАЦИИ

PROCESSING AND TRANSMISSION OF INFORMATION

УДК 003.26+004.56+004.627

Н. В. Попеня, Д. М. Романенко

Белорусский государственный технологический университет

МЕТОД АДАПТИВНОЙ ВИДЕОСТЕГАНОГРАФИИ ДЛЯ H.264-СЖАТЫХ ВИДЕОПОТОКОВ НА ОСНОВЕ МОДУЛЯЦИИ DCT-КОЭФФИЦИЕНТОВ И АНАЛИЗА СТАБИЛЬНОСТИ СЦЕН

Статья посвящена разработке и исследованию робастного метода видеостеганографии, предназначенного для работы с видеосигналами, подверженными сжатию с потерями по стандарту H.264/AVC. Предлагаемый метод решает проблему низкой устойчивости классических подходов, таких как LSB (Least Significant Bit), путем встраивания данных в частотной области. Основой метода является модуляция индекса квантования (Quantization Index Modulation, QIM) для коэффициентов дискретного косинусного преобразования (DCT) в канале яркости (Y) цветового пространства YCrCb. Для повышения скрытности и надежности применяется гибридный адаптивный подход. Ключевым элементом является двухпроходный алгоритм: на первом проходе выполняется анализ видеопотока для построения «плана встраивания» без внесения изменений. В ходе анализа идентифицируются стабильные кадры с помощью алгоритма Лукаса – Канаде, и для каждого кадра вычисляется коэффициент надежности, на основе которого адаптивно подбирается шаг квантования для QIM. Дополнительно, с помощью фильтра Лапласа, анализируется текстура кадра для выбора только наиболее подходящих для модификации блоков. На втором проходе выполняется непосредственное встраивание данных. Проведенные эксперименты демонстрируют высокую устойчивость: итоговый коэффициент битовых ошибок (BER) составляет менее 10–20% даже после сжатия кодеком H.264 (libx264, 10000 кбит/с). Анализируются компромиссы между емкостью, устойчивостью и скрытностью путем варьирования ключевых параметров (порога текстурности и шага квантования). Обосновывается необходимость применения кодов коррекции ошибок (ECC) для достижения безошибочного извлечения.

Ключевые слова: видеостеганография, DCT, QIM (модуляция индекса квантования), адаптивный метод, анализ движения, алгоритм Лукаса – Канаде, анализ текстур, H.264-сжатие, устойчивость к сжатию.

Для цитирования: Попеня Н. В., Романенко Д. В. Метод адаптивной видеостеганографии для H.264-сжатых видеопотоков на основе модуляции DCT-коэффициентов и анализа стабильности сцен // Труды БГТУ. Сер. 3, Физико-математические науки и информатика. 2026. № 1 (302). С. 87–99.

DOI: 10.52065/2520-6141-2026-302-8.

N. V. Popenya, D. M. Romanenko
Belarusian State Technological University

AN ADAPTIVE VIDEO STEGANOGRAPHY METHOD FOR H.264-COMPRESSED VIDEO BASED ON DCT COEFFICIENT MODULATION AND SCENE STABILITY ANALYSIS

This article is dedicated to the development and research of a robust video steganography method designed for operation with video signals subjected to lossy compression under the H.264/AVC standard. The proposed method addresses the issue of low robustness found in classical approaches, such as the

Least Significant Bit (LSB), by embedding data in the frequency domain. The core of the method is Quantization Index Modulation (QIM) applied to the Discrete Cosine Transform (DCT) coefficients within the luminance (Y) channel of the YCrCb color space. To enhance stealth and reliability, a hybrid adaptive approach is employed. A key element is a two-pass algorithm: the first pass involves analyzing the video stream to construct an "embedding plan" without making any modifications. During this analysis, stable frames are identified using the Lucas-Kanade algorithm, and a reliability score is calculated for each frame, which is then used to adaptively select the quantization step for QIM. Additionally, the frame's texture is analyzed using a Laplacian filter to select only the most suitable blocks for modification. In the second pass, the data is embedded directly according to the plan. Experimental results demonstrate high robustness, achieving a Bit Error Rate (BER) of less than 10–20% even after compression with the H.264 codec (libx264, 10,000 kbps). The trade-offs between capacity, robustness, and stealth are analyzed by varying key parameters (texture threshold and quantization step). The necessity of employing Error Correction Codes (ECC) to achieve error-free extraction is substantiated.

Keywords: video steganography, DCT, QIM (Quantization Index Modulation), adaptive method, motion analysis, Lucas-Kanade algorithm, texture analysis, H.264 compression, compression robustness.

For citation: Popenya N. V., Romanenko D. M. An adaptive video steganography method for H.264-compressed video streams based on DCT coefficient modulation and scene stability analysis. *Proceedings of BSTU, issue 3, Physics and Mathematics. Informatics*, 2026, no. 1 (302), pp. 87–99 (In Russian). DOI: 10.52065/2520-6141-2026-302-8.

Введение. Развитие мультимедийных технологий повышает требования к методам защиты информации. Помимо криптографических средств, обеспечивающих конфиденциальность содержимого, значительный интерес представляет стеганография, задачей которой является сокрытие самого факта передачи данных путем их встраивания в цифровые контейнеры [1]. Среди различных типов контейнеров видеофайлы выделяются благодаря своей высокой информационной емкости и сложной структуре, что делает их подходящей средой для скривтия значительных объемов данных [2].

Однако практическая реализация видеостеганографии сталкивается с фундаментальным препятствием – доминированием форматов сжатия с потерями, таких как стандарт H.264/AVC [3]. Алгоритмы, лежащие в основе этого стандарта, целенаправленно удаляют визуальную избыточность, что приводит к необратимым изменениям в пиксельном представлении видеокадров. Это делает классические стеганографические методы, оперирующие в пространственной области, например модификацию наименее значащих бит (LSB), практически неприменимыми. Процесс квантования, являющийся ядром сжатия, разрушает информацию, закодированную в младших битах, делая канал связи полностью неработоспособным.

Для достижения робастности (устойчивости) к сжатию необходимо перенести процесс встраивания из пространственной области в область преобразования. Поскольку стандарт H.264 основан на дискретном косинусном преобразовании (DCT) [4], модификация DCT-коэффициентов представляет собой фундаментальный подход к построению робастных стегосистем, так как позволяет оперировать данными в той же области представления, в которой происходят основные потери при компрессии. Существуют различные методы работы в DCT-области, среди которых модуляция индекса квантования (Quantization Index Modulation, QIM) обладает преимуществом, заключающимся в обеспечении доказуемой помехоустойчивости к аддитивному шуму, вносимому в процессе квантования [5].

Обеспечение высокой робастности является необходимым, но недостаточным условием для создания стегосистемы. Важным свойством является скрытность, которая определяется как статистическая и перцептивная неразличимость стегоконтейнера от оригинала. Произвольное встраивание данных, даже в DCT-области, без учета локальных характеристик контента, может привести к возникновению двух типов уязвимостей: появление визуальных артефактов, особенно заметных в гладких, низкочастотных областях кадра, где зрительная система человека (Human Visual System, HVS) наиболее чувствительна к искажениям [6], и статистических аномалий в распределении DCT-коэффициентов, которые могут быть обнаружены методами современного стегоанализа [2].

Предлагаемый в данной работе метод является гибридным, сочетающим устойчивость DCT-QIM с интеллектуальным выбором мест для встраивания. Для повышения скрытности встраивание производится только в визуально сложные («текстурные») области кадра, где модификации менее заметны для зрительной системы человека [7]. Кроме того, для минимизации артефактов движения используются только стабильные, малоподвижные кадры, идентифицируемые с помощью анализа оптического потока по методу Лукаса – Канаде [8].

Применение адаптивных стратегий вводит фундаментальное требование к синхронизации между процессами встраивания и извлечения, особенно в «слепых» сценариях, где декодер не имеет доступа к исходному контейнеру. Сжатие с потерями является нелинейной и деструктивной операцией, которая изменяет статистические и перцептивные свойства медиасигнала. В результате этого характеристики, на основе которых принималось решение о встраивании (градиенты яркости для оценки текстуры или векторы оптического потока для оценки движения), подвергаются значительным искажениям. Это явление, известное как деградация или декорреляция признаков, приводит к тому, что при анализе стегоконтейнера на этапе извлечения идентифицируется иное множество подходящих для стеганографии локаций, что делает точное восстановление данных невозможным.

Целью данной статьи является разработка и экспериментальное исследование адаптивного метода видеостеганографии, обеспечивающего повышенную устойчивость к H.264-сжатию и высокую скрытность за счет комбинации DCT-QIM, анализа межкадрового движения и внутрикадровой текстуры.

Основная часть. Предложенный метод представляет собой многокомпонентную систему, в основе которой лежат три ключевых принципа, обеспечивающих его эффективность и научную новизну.

Во-первых, для достижения робастности используется встраивание в DCT-область методом QIM, однако, в отличие от статических подходов, параметры встраивания динамически адаптируются к содержимому контейнера. Для этого применяется двухуровневый анализ: на межкадровом (temporal) уровне оценивается стабильность сцены для модуляции шага квантования Δ_k , а на внутрикадровом (spatial) – текстурная сложность для выбора оптимальных для модификации блоков 8×8 пикселей.

Во-вторых, для решения проблемы десинхронизации используется двухпроходная архитектура. Сжатие с потерями является нелинейной операцией, изменяющей перцептивные свойства сигнала. Деградация признаков приводит к тому, что при анализе стегоконтейнера на этапе извлечения идентифицируется иное множество подходящих для стеганографии локаций по сравнению с исходным видео. Двухпроходная модель разделяет процесс на неразрушающий аналитический этап (рис. 1, а) и этап модификации (рис. 1, б), позволяя сформировать исчерпывающий план действий до внесения изменений.

В-третьих, для предотвращения каскадных ошибок, вызванных потерей части адресного пространства после сжатия, применяется канонический (растровый) порядок обработки блоков. Это гарантирует синхронизацию для всех успешно идентифицированных локаций.

Процесс реализации метода включает несколько последовательных этапов, обеспечивающих как подготовку данных, так и их адаптивное встраивание, и начинается с предварительной подготовки скрываемого сообщения, включающей его шифрование (например, AES-GCM [9]) и применение кодов коррекции ошибок ECC [10] для повышения целостности.

На этапе предварительного анализа и формирования плана встраивания производится всесторонний анализ исходного видеосигнала V_{in} с целью сбора метаданных, необходимых для последующего встраивания. Этот проход является неразрушающим, то есть осуществляется только чтение и анализ исходного контейнера без внесения каких-либо модификаций.

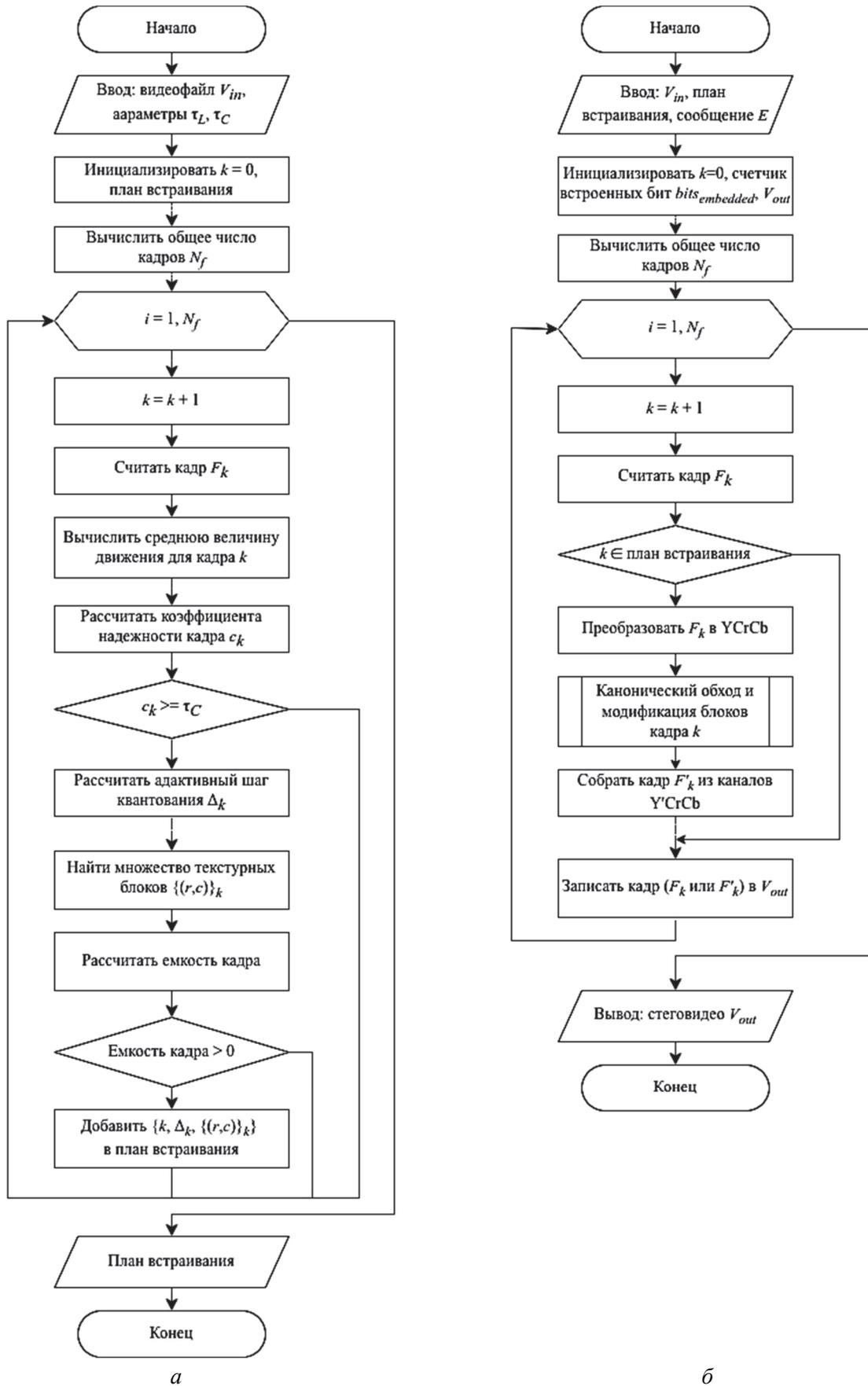


Рис. 1. Схема предложенного метода:
 а – неразрушающий аналитический проход для формирования плана встраивания;
 б – модифицирующий проход для встраивания данных согласно плану

Анализ межкадрового движения основан на вычислении оптического потока между парой последовательных кадров $\{F_{(k-1)}, F_k\}$. Множество характерных точек $P_0 = \{p_{(0,1)}, p_{(0,2)}, \dots, p_{(0,N)}\}$ на кадре $F_{(k-1)}$ определяется с использованием алгоритма Ши – Томаси [9]. Затем, для каждой точки $p_{(0,i)}$ ищется ее соответствующее положение $p_{(0,i)}$ на кадре F_k путем минимизации суммы квадратов разностей яркостей в локальной окрестности Ω по вектору смещения $d = [d_x, d_y]^T$:

$$\varepsilon(d) = \sum_{\{x,y \in \Omega\}} [I_{\{k-1\}}(x,y) - I_{k(x+dx,y+dy)}]^2 \rightarrow \min, \quad (1)$$

где $I_{k(x,y)}$ – интенсивность пикселя в кадре k . Решение этой задачи находится итерационно методом Лукаса – Канаде [8]. Средняя величина движения для кадра k вычисляется как среднее евклидово расстояние смещения для всех успешно отслеженных точек.

Вместо бинарной классификации «стабильный/динамичный», вводится понятие коэффициента надежности кадра, $c_k \in [0, 1]$, как убывающей функции от среднего евклидова расстояния, где τ_L – верхний порог допустимого движения. Этот «мягкий» подход позволяет более гибко оценивать пригодность кадра. Кадры с $c_k < \tau_C$ (где τ_C – порог уверенности) полностью исключаются. Для оставшихся кадров вычисляется адаптивный шаг квантования Δ_k для QIM. Зависимость Δ_k от c_k является обратной:

$$\Delta_k = \Delta_{\max} - (\Delta_{\max} - \Delta_{\text{base}}) \cdot c_k, \quad (2)$$

где Δ_{base} и Δ_{\max} – минимальный и максимальный шаги квантования соответственно. Эта модель обеспечивает применение более сильного (робастного) встраивания (большая Δ_k) для менее надежных, но все еще приемлемых кадров.

Например, при инвариантных параметрах $\tau_L = 5,0$, $\tau_C = 0,2$, $\Delta_{\text{base}} = 10,0$ и $\Delta_{\max} = 20,0$, работа адаптивного механизма для трех гипотетических кадров будет следующей:

1) статичный кадр. Средняя величина движения для кадра равняется 0,5. Коэффициент надежности $c_k = 1 - (0,5 / 5,0) = 0,9$. Поскольку $0,9 \geq 0,2$, кадр используется. Адаптивный шаг квантования $\Delta_k = 20 - (20 - 10) \cdot 0,9 = 11,0$. Для высоконадежного кадра применяется «нежное» встраивание с малым шагом Δ ;

2) умеренная динамика. Средняя величина движения для кадра равняется 4,0. Коэффициент надежности $c_k = 1 - (4,0 / 5,0) = 0,2$. Поскольку $0,2 \geq 0,2$, кадр все еще используется. Адаптивный шаг $\Delta_k = 20 - (20 - 10) \cdot 0,2 = 18,0$. Для кадра на грани стабильности применяется более агрессивное, робастное встраивание с большим шагом Δ ;

3) динамичный кадр. Средняя величина движения для кадра равняется 6,0. Коэффициент надежности $c_k = 1 - (6,0 / 5,0)$, что меньше нуля, следовательно, $c_k = 0$. Поскольку $0 < 0,2$, кадр отбрасывается и не используется для встраивания.

Результаты работы алгоритма анализа межкадрового движения и формирования параметров адаптации для тестовой видеопоследовательности комплексно представлены на рис. 2.

На верхнем графике видны четкие пики, соответствующие динамичным сценам (например, в диапазоне кадров 20–80), где величина движения значительно превышает пороговое значение $\tau_L = 5,0$. На среднем графике этим пикам соответствуют области, где коэффициент надежности c_k падает до нуля.

Алгоритм идентифицирует несколько протяженных стабильных участков (например, в диапазонах ~90–400 и ~430–630 кадров), где движение опускается ниже порога τ_L . В этих областях коэффициент надежности c_k поднимается выше порога – $\tau_C = 0,2$. Именно эти сегменты выбираются системой как пригодные для дальнейшего анализа.

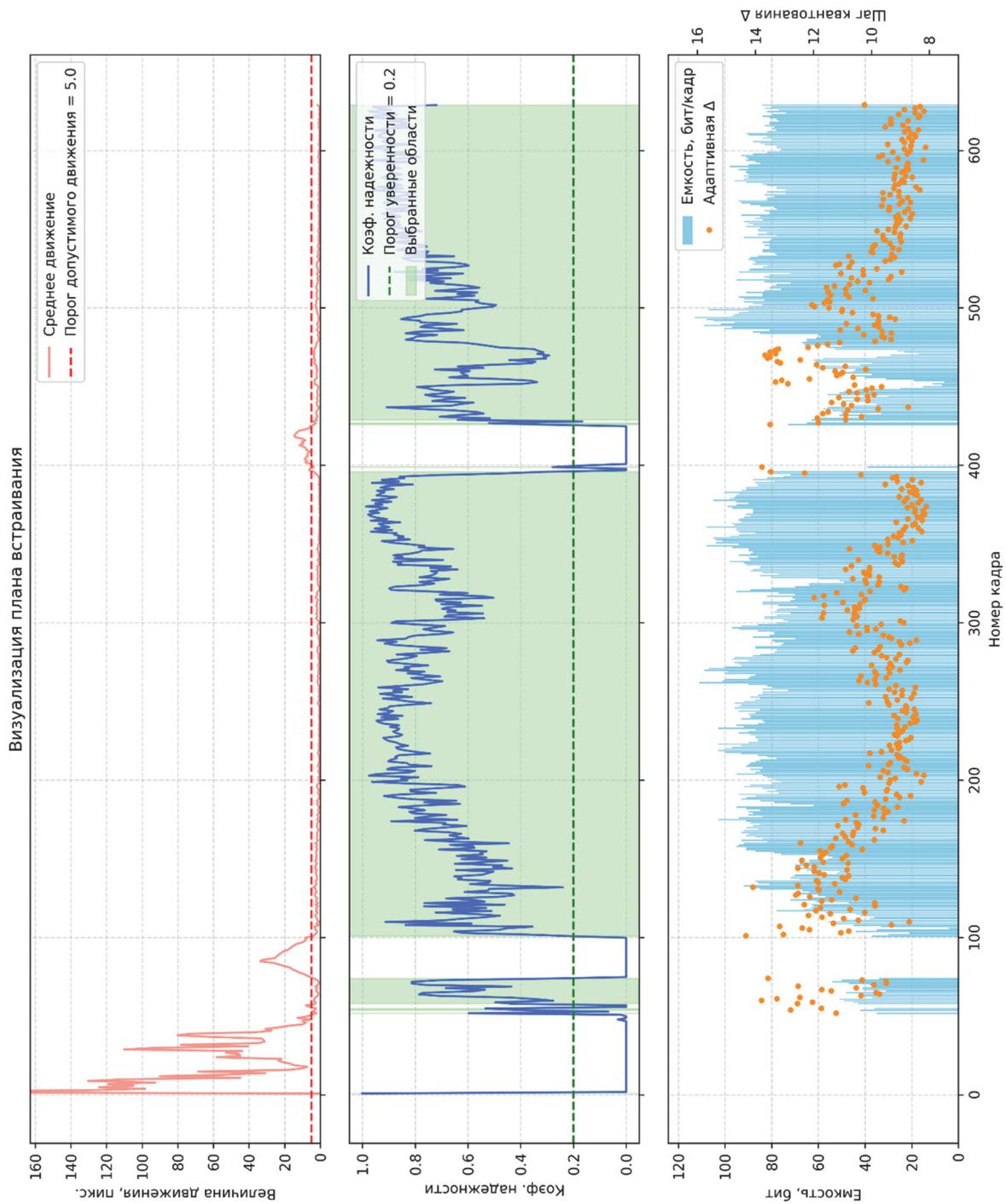


Рис. 2. Визуализация формирования плана встраивания для тестовой видеопоследовательности

Нижний график визуализирует итоговый план встраивания для этих выбранных областей. Высота столбцов, представляющих емкость каждого кадра в битах (определяется количеством найденных текстурных блоков), значительно варьируется в зависимости от сложности содержимого. Оранжевыми точками показан адаптивный шаг квантования Δ_k . Наглядно прослеживается обратная зависимость, описанная в формуле (2): в наиболее стабильных участках с c_k , близких к 1,0 (например, кадры 150–400), применяется минимальный шаг Δ , обеспечивающий максимальную скрытность. В то же время в пограничных областях с более низкой надежностью (например, у кадров ~ 90 , ~ 430) значение Δ автоматически увеличивается для повышения робастности.

Таким образом, на этапе аналитического прохода формируется детализированный план, адаптированный как к межкадровой динамике, так и к внутрикадровому содержанию видеопотока.

Для повышения скрытности встраивание ограничивается только текстурными областями кадра F_k , где вносимые изменения менее заметны для зрительной системы человека. Кадр преобразуется в цветовое пространство YCrCb, что позволяет отделить информацию о яркости (Y-канал) от информации о цвете (Cr, Cb). Все модификации производятся только в Y-канале для минимизации цветowych артефактов. Для канала яркости Y_k строится карта текстурности T_k с использованием дискретного оператора Лапласа ∇^2 :

$$T_{k(x,y)} = |\nabla^2 Y_{k(x,y)}|. \quad (3)$$

Оператор Лапласа, являясь детектором границ второго порядка, эффективно реагирует на высокочастотные изменения, характерные для текстур [7]. Y-канал Y_k разбивается на неперекрывающиеся блоки $B_{(r,c)}$ размером 8×8 пикселей. Блок считается текстурным и пригодным для встраивания, если среднее значение его карты текстурности превышает порог τ_l .

На практике это означает, что выбор блоков происходит на основе их визуальной сложности. Блок из гладкой области (например, стена) будет иметь очень низкие значения на карте текстурности, и его среднее значение карты текстурности может быть равно, например, 5,4. При $\tau_l = 15$, условие $5,4 > 15$ не выполняется, и блок игнорируется.

Блок с контура объекта (например, элемент декора крыши) будет содержать яркие пиксели на карте текстурности, соответствующие резким перепадам яркости. Его среднее значение карты текстурности может достигать 45,6. Условие $45,6 > 15$ выполняется, и блок добавляется в список подходящих для встраивания.

Таким образом, данный этап эффективно фильтрует локации внутри кадра, оставляя только те, которые обеспечивают лучшую перцептивную скрытность.

Множество координат (r, c) всех текстурных блоков для кадра k сохраняется в плане встраивания. Пример работы детектора текстур для одного из кадров тестовой последовательности представлен на рис. 3.

Такой подход позволяет концентрировать стеганографические модификации в тех участках изображения, где они с наибольшей вероятностью будут замаскированы естественной визуальной сложностью контента.

Результатом аналитического прохода является структура данных «план встраивания». Для каждого кадра k , признанного подходящим, в плане сохраняется вычисленное значение Δ_k и множество координат текстурных блоков. Также вычисляется общая стеганографическая емкость видео как сумма емкостей всех подходящих кадров.

На втором проходе производится модификация исходного видеопотока в соответствии со сформированным планом. Исходное сообщение M проходит последовательную обработку: шифрование (AES-GCM), добавление служебного заголовка H (содержащего метаданные, например, длину сообщения) и кодирование кодом коррекции ошибок (ECC), в результате чего формируется битовая последовательность E для встраивания.



Рис. 3. Этапы анализа внутрикадровой текстуры:
 а – оригинальный кадр; б – карта текстурности, полученная с помощью оператора Лапласа; в – итоговая бинарная маска

Встраивание происходит в каноническом порядке для обеспечения синхронизации. Вместо того чтобы обрабатывать текстурные блоки в том порядке, в котором они были обнаружены, алгоритм выполняет полный растровый обход (raster scan) всех возможных позиций блоков $B_{\{r,c\}}$ в кадре (сверху вниз, слева направо).

Для каждой текущей координаты (r, c) производится проверка ее принадлежности к множеству подходящих текстурных блоков, сформированных на аналитическом этапе. Если блок с данными координатами признан подходящим, он используется для встраивания одного очередного бита из последовательности E . В противном случае блок пропускается. Такой подход гарантирует, что i -й встраиваемый бит всегда будет ассоциирован с i -й подходящей локацией в канонической последовательности обхода. Это локализует ошибки, вызванные потерей блоков при сжатии, и предотвращает каскадную десинхронизацию.

После выбора подходящего блока $B_{\{r,c\}}$ из Y -канала производится его извлечение и последующее преобразование с помощью DCT. Для выбора целевого DCT-коэффициента для модификации применяется детерминированный генератор псевдослучайных чисел (PRNG). Для обеспечения уникальности и невозможности предсказания последовательности без знания секрета PRNG инициализируется начальным значением (seed), которое является криптографически безопасной функцией от глобального секрета S , номера кадра k и физических координат текущего блока (r, c) . Эта зависимость от абсолютных координат гарантирует, что для одного и того же блока $B_{\{r,c\}}$ в кадре k будет сгенерирована идентичная псевдослучайная последовательность как при встраивании, так и при извлечении, независимо от того, какие блоки были обработаны до него.

Далее, PRNG используется для выбора одного индекса j из заранее определенного множества $M_{\{mid\}}$, соответствующего среднечастотным АС-коэффициентам. Выбор именно

этой частотной области является компромиссом: низкочастотные коэффициенты слишком важны для визуального качества, а высокочастотные с высокой вероятностью будут обнулены (квантованы в ноль) при сжатии, что приведет к потере данных [10].

Модификация выбранного DCT-коэффициента C_j выполняется методом модуляции индекса квантования (QIM) с адаптивным шагом Δ_k . Суть метода заключается в принудительном отображении исходного значения коэффициента C_j на одну из двух дизъюнктивных (непересекающихся) решеток квантования, где выбор решетки определяется значением встраиваемого бита b_i . Для бинарного встраивания ($b_i \in \{0, 1\}$) эти решетки L_0 и L_1 задаются множествами:

$$L_0 = \{q \mid q = 2n \times \Delta_k, n \in \mathbb{Z}\};$$

$$L_1 = \{q \mid q = (2n + 1) \cdot \Delta_k, n \in \mathbb{Z}\}.$$

Модифицированный коэффициент C'_j находится путем поиска ближайшего к C_j значения в решетке, соответствующей биту b_i .

Описанное преобразование обеспечивает устойчивость метода, поскольку даже после внесения аддитивного шума в процессе сжатия значение коэффициента при извлечении с высокой вероятностью остается в пределах зоны принятия решения для исходной решетки. После модификации коэффициента к обновленной матрице DCT $'_{\{r,c\}}$ применяется обратное дискретное косинусное преобразование (IDCT), и полученный блок пикселей $V'_{\{r,c\}}$ заменяет исходный в Y-канале. Процесс извлечения данных является симметричным: он включает повторный аналитический проход по стежоконтейнеру, за которым следует декодирование бит путем определения принадлежности принятого коэффициента к одной из решеток – L_0 или L_1 .

Для количественной оценки эффективности и устойчивости разработанного метода была проведена серия вычислительных экспериментов. В качестве тестового контейнера использовался видеофрагмент с разрешением 1280×720 , частотой 29.97 кадров/с и длительностью 200 кадров, содержащий как статичные, так и динамичные сцены с разнообразными текстурами. Все модифицированные стежоконтейнеры сохранялись с принудительным перекодированием с использованием кодека H.264/AVC (программная реализация libx264). Для обеспечения сжатия с потерями при сохранении высокого визуального качества был установлен целевой средний битрейт 10 000 кбит/с. Программная реализация метода выполнена на языке Python с использованием библиотек OpenCV для обработки видеокадров и MoviePy для мультиплексирования медиапотоков.

Целью экспериментальной апробации являлась количественная оценка влияния ключевых параметров метода на его итоговые характеристики: емкость, устойчивость и скрытность. Для этого была проведена серия из четырех тестовых запусков, в каждом из которых варьировалась определенная комбинация параметров. Во всех экспериментах использовался набор инвариантных (неизменяемых) настроек, обеспечивающих идентичные базовые условия для сравнения: верхний порог движения (τ_L), порог надежности (τ_C) и длина тестовой последовательности.

Верхний порог движения установлен на уровне 5,0 пикселей. Это значение было выбрано эмпирически, как компромисс, позволяющий эффективно отсекаать кадры со значительной динамикой (панорамирование, быстрое движение объектов), но при этом сохранять для анализа сцены с медленным движением.

Порог надежности установлен на уровне 0,2. Кадры, чей коэффициент надежности оказывался ниже этого значения, полностью исключались из рассмотрения. Этот порог позволяет отфильтровать кадры, находящиеся на грани стабильности, для которых предсказать влияние сжатия особенно сложно.

Варьируемые параметры, нацеленные на калибровку метода, были сгруппированы в четыре конфигурации для тестирования. Основными величинами являлись шаг квантования Δ и порог текстурности τ_L .

Диапазон шага квантования (Δ_k), определяемый Δ_{base} и Δ_{max} , напрямую влияет на степень искажения DCT-коэффициентов и, как следствие, на робастность. Были исследованы две конфигурации: базовый диапазон Δ (Δ_k варьируется в диапазоне [10,0, 18,0]) и расширенный диапазон Δ (Δ_k варьируется в диапазоне [15,0, 25,0], что предполагает более сильное воздействие на коэффициенты).

Порог текстурности (τ_T) контролирует, какие блоки внутри кадра считаются достаточно сложными для скрытного встраивания. Он напрямую влияет на стеганографическую емкость. Были исследованы три уровня: низкий порог ($\tau_T = 10$, детектор менее строгий, выбирается большее количество блоков, что приводит к увеличению емкости), средний порог ($\tau_T = 15$, сбалансированная конфигурация) и высокий порог ($\tau_T = 25$, детектор строгий, выбираются только наиболее контрастные и «шумные» блоки, что повышает скрытность, но снижает емкость).

Данные конфигурации были применены в ходе вычислительных экспериментов для количественной оценки их влияния на итоговую эффективность метода.

В качестве метрик оценки использовались: емкость, потеря блоков и коэффициент битовых ошибок. Емкость – общее количество бит, которое потенциально можно встроить в видеофрагмент при данной конфигурации согласно результатам первого аналитического прохода. Потеря блоков – доля блоков, которые были идентифицированы как подходящие для встраивания на исходном видео, но не были найдены при повторном анализе сжатого видео. Эта метрика характеризует стабильность признаков, используемых для адресации. BER (найденный) – коэффициент битовых ошибок, вычисленный только для тех бит, чьи блоки-носители были успешно найдены и до, и после сжатия. Эта метрика показывает устойчивость механизма DCT-QIM к искажениям, вносимым сжатием. BER (общий) – итоговый коэффициент ошибок, учитывающий как ошибки типа «стирание» (потерянные блоки), так и ошибки типа «инверсия» (неверно извлеченные биты).

Во всех сценариях для анализа встраивалась псевдослучайная последовательность E длиной 5000 бит, за исключением теста 4, где общая емкость контейнера (560 бит) была меньше этого значения, в данном случае встраивались все 560 бит. Сводные результаты представлены в таблице. Анализ полученных данных позволяет сделать ряд ключевых выводов. Сравнение теста 1 и теста 2 наглядно демонстрирует влияние параметра Δ на устойчивость. Увеличение шага квантования привело к радикальному снижению BER (найденные) с 11,14% до всего 1,80%. Это подтверждает высокую робастность самого механизма QIM. При достаточном шаге квантования он успешно противостоит искажениям DCT-коэффициентов, вносимым кодеком. Сравнение теста 1 и теста 3 показывает влияние порога текстурности. Снижение τ_T с 15 до 10 привело к увеличению стеганографической емкости более чем в четыре раза (с ~8000 до ~33500 бит). Примечательно, что это не привело к значительному ухудшению надежности: BER (общий) даже незначительно снизился. Это свидетельствует о том, что для тестируемого видеоконтейнера даже слабо текстурированные области являются достаточно стабильными для встраивания. Тест 4 иллюстрирует режим максимальной скрытности и надежности. Использование высокого порога $\tau_T = 25$ резко ограничивает количество доступных блоков (снижает емкость до 560 бит). Однако для этих, наиболее надежных блоков BER (найденные) составляет всего 1,36%, а итоговый BER (общий), включающий потери, – 9,46%.

Результаты калибровки параметров адаптивного метода

Название теста	Потеря блоков, %	BER (найд.), %	BER (общ.), %
Базовая Δ , средняя текстурность	5,60	11,14	16,12
Усиленная Δ , средняя текстурность	4,68	1,80	6,40
Базовая Δ , низкий порог	3,82	9,75	13,20
Усиленная Δ , высокий порог	8,21	1,36	9,46

Оптимальной конфигурацией по соотношению емкости и надежности является тест 2. BER (общий) на уровне 6,40% является достаточно низким показателем, который может быть скорректирован с применением кодов коррекции ошибок, например кодов Рида – Соломона [11]. Однако, поскольку потеря текстурных блоков приводит к выпадению битов и рассинхронизации потока, классические алгоритмы необходимо использовать в комплексе с маркерами синхронизации для предварительной локализации сдвигов перед декодированием.

Для объективной оценки перцептивной незаметности предложенного метода использовались количественные метрики качества изображений: пиковое отношение сигнала к шуму (Peak Signal-to-Noise Ratio, PSNR) и индекс структурного сходства (Structural Similarity Index, SSIM). Метрика PSNR позволяет оценить среднюю квадратичную ошибку между оригинальным и модифицированным кадрами, выраженную в логарифмической шкале (дБ). Метрика SSIM, в отличие от PSNR, базируется на моделях восприятия зрительной системы человека и оценивает сохранность структурной информации в кадре.

Расчет метрик производился путем покадрового сравнения исходной видеопоследовательности и сформированного стегоконтейнера. Для конфигурации теста 2 (усиленная Δ , средняя текстурность), показавшей оптимальный баланс робастности, были получены следующие значения: среднее значение PSNR составило 56,38 дБ, а индекс SSIM составил 0,9998. Значение PSNR выше 40 дБ в стеганографических системах считается показателем высокой незаметности модификаций, а близость индекса SSIM к единице подтверждает отсутствие видимых структурных искажений, вносимых алгоритмом QIM в DCT-области.

Помимо численных метрик, важной характеристикой является корректность работы адаптивного механизма маскировки. Для подтверждения эффективности выбора областей встраивания была построена карта пространственной локализации модификаций (рис. 4). На исходный кадр наложена полупрозрачная маска, в которой красным цветом выделены блоки 8×8 пикселей, выбранные алгоритмом для встраивания данных.

Анализ рис. 4 демонстрирует, что метод успешно избегает гладких областей, концентрируя данные в высокочастотных зонах (элементы черепицы, резные решетки). Это подтверждает, что высокая визуальная незаметность достигается за счет использования эффекта зрительной маскировки в текстурных областях.



Рис. 4. Карта пространственной локализации стеганографических модификаций

Такой подход минимизирует вероятность обнаружения скрытого канала как методами визуального наблюдения, так и средствами статистического стегоанализа.

Заключение. В статье предложен и исследован гибридный адаптивный метод видеостеганографии, устойчивый к сжатию с потерями по стандарту H.264. Предложенный подход, основанный на встраивании в DCT-область методом QIM, продемонстрировал высокую робастность (BER (найденные) $< 2\%$ при оптимальных настройках) и надежность синхронизации благодаря двухпроходной архитектуре и каноническому порядку обработки блоков.

Использование адаптивных компонентов, таких как анализ межкадровой динамики для модуляции параметра устойчивости Δ и анализ внутрикадровой текстуры для пространственной локализации встраивания, обеспечивает возможность настройки баланса между характеристиками стегосистемы: емкостью, робастностью и скрытностью. Установлено, что основной вклад в итоговую ошибку вносят не искажения данных внутри блоков, а потеря части стеганографической емкости из-за изменения текстурных характеристик контейнера при сжатии.

Дальнейшие исследования могут быть направлены на интеграцию конкретных реализаций ЕСС и шифрование для создания полноценной стегосистемы.

Список литературы

1. Katzenbeisser S., Petitcolas F. A. P. *Information Hiding Techniques for Steganography and Digital Watermarking*. Boston: Artech House, 2000. 230 p.
2. Fridrich J. *Steganography in Digital Media: Principles, Algorithms, and Applications*. Cambridge: Cambridge University Press, 2009. 438 p.
3. Richardson I. E. *The H.264 advanced video compression standard*. 2nd ed. Chichester: Wiley, 2010. 464 p.
4. Wallace G. K. The JPEG still picture compression standard // *Communications of the ACM*. 1991. Vol. 34, no. 4. P. 30–44.
5. Chen B., Wornell G. W. Quantization index modulation: a class of provably good methods for digital watermarking and information embedding // *IEEE Transactions on Information Theory*. 2001. Vol. 47, no. 4. P. 1423–1443.
6. Jayant N. S. [et al.] Signal compression based on models of human perception // *Proceedings of the IEEE*. 1993. Vol. 81, no. 10. P. 1385–1422.
7. Gonzalez R. C., Woods R. E. *Digital Image Processing*. 3rd ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2008. 954 p.
8. Lucas B. D., Kanade T. An iterative image registration technique with an application to stereo vision // *Proceedings of the 7th International Joint Conference on Artificial Intelligence*. Vancouver, 1981. P. 674–679.
9. Shi J., Tomasi C. Good features to track // *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'94)*. Seattle, 1994. P. 593–600.
10. Pevný T., Fridrich J. Merging results of multiple steganalysis tools // *Proceedings of the 9th workshop on Multimedia & security*. Dallas, 2007. P. 3–13.
11. Morelos-Zaragoza R. *The Art of Error Correcting Coding*. 2nd ed. Chichester: Wiley, 2006. 312 p.

References

1. Katzenbeisser S., Petitcolas F. A. P. *Information Hiding Techniques for Steganography and Digital Watermarking*. Boston, Artech House Publ., 2000. 230 p.
2. Fridrich J. *Steganography in Digital Media: Principles, Algorithms, and Applications*. Cambridge, Cambridge University Press Publ., 2009. 438 p.
3. Richardson I. E. *The H.264 advanced video compression standard*. 2nd ed. Chichester, Wiley Publ., 2010. 464 p.
4. Wallace G. K. The JPEG still picture compression standard. *Communications of the ACM*, 1991, vol. 34, no. 4, pp. 30–44.
5. Chen B., Wornell G. W. Quantization index modulation: a class of provably good methods for digital watermarking and information embedding. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2001, vol. 47, no. 4, pp. 1423–1443.
6. Jayant N. S., Johnston J. D., Safranek R. J. Signal compression based on models of human perception. *Proceedings of the IEEE*, 1993, vol. 81, no. 10, pp. 1385–1422.

7. Gonzalez R. C., Woods R. E. *Digital Image Processing*. 3rd ed. Upper Saddle River, Prentice Hall Publ., 2008. 954 p.

8. Lucas B. D., Kanade T. An iterative image registration technique with an application to stereo vision. *Proceedings of the 7th International Joint Conference on Artificial Intelligence*. Vancouver, 1981, pp. 674–679.

9. Shi J., Tomasi C. Good features to track. *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'94)*. Seattle, 1994, pp. 593–600.

10. Pevný T., Fridrich J. Merging results of multiple steganalysis tools. *Proceedings of the 9th workshop on Multimedia & security*. Dallas, 2007, pp. 3–13.

11. Morelos-Zaragoza R. *The Art of Error Correcting Coding*. 2nd ed. Chichester, Wiley Publ., 2006. 312 p.

Информация об авторах

Попеня Наталья Владимировна – аспирант кафедры информатики и веб-дизайна. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: popenya@belstu.by

Романенко Дмитрий Михайлович – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой информатики и веб-дизайна. Белорусский государственный технологический университет (ул. Свердлова, 13а, 220006, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: rdm@belstu.by. SPIN-код: 3559-2185. Scopus ID: 51562638900. ORCID: 0000-0002-1628-770X.

Information about the authors

Popenya Natalya Vladimirovna – PhD student, the Department of Computer Science and Web-design. Belarusian State Technological University (13a Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: popenya@belstu.by.

Romanenko Dmitri Mikhailovich – PhD (Engineering), Associate Professor, Head of the Department of Computer Science and Web-design. Belarusian State Technological University (13a Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: rdm@belstu.by. SPIN code: 3559-2185. Scopus ID: 51562638900. ORCID: 0000-0002-1628-770X.

Поступила 25.11.2025

АЛГОРИТМИЗАЦИЯ И ПРОГРАММИРОВАНИЕ

ALGORITHMIC AND PROGRAMMING

УДК 004.051

В. С. Кантарович¹, П. П. Урбанович^{1,2}

¹Белорусский государственный технологический университет

²Люблинский Католический университет Яна Павла II (Польша)

ЭФФЕКТИВНОСТЬ МЕТОДОВ ОБФУСКАЦИИ ПРОГРАММНОГО КОДА ДЛЯ ЯЗЫКОВ ПРОГРАММИРОВАНИЯ *PHP* И *JAVASCRIPT*

В статье рассматривается актуальная проблема защиты интеллектуальной собственности на коды компьютерных программ с помощью методов обфускации. Приведены результаты исследования и сравнительного анализа эффективности методов обфускации программного кода, которые применяются в онлайн-обфускаторах для языков программирования *PHP* и *JavaScript*. Рассмотрены известные методы обфускации: на основе упаковки кода, шифрования данных, вставки «мертвого» кода, а также лексических, структурных и семантических изменений кода. Проанализированы влияние методов обфускации на производительность выполнения программного кода, сохранение его функциональности и устойчивость к реверсивной инженерии. Предлагается новый классификатор методов обфускации, который систематизирует их по области применения, динамике выполнения, характеру модификаций и уровню представления кода. Выделяются два основных класса методов: общие, применимые к разным языкам и программам, и специализированные, учитывающие особенности конкретных языков. Предложены критерии и метрики оценки эффективности обфускации, которые включают устойчивость к реверсивной инженерии, уровень защиты, сохранение функциональности, сложность декомпиляции и производительность. На основе метрик выполнена сравнительная оценка обфускаторов. Приведены результаты испытаний онлайн-обфускаторов для двух тестовых файлов с разным уровнем сложности исходного кода для языков программирования *PHP* и *JavaScript*.

Ключевые слова: программный код, интеллектуальная собственность, обфускация, деобфускация, онлайн-обфускаторы, реверсивная инженерия.

Для цитирования: Кантарович В. С., Урбанович П. П. Эффективность методов обфускации программного кода для языков программирования *PHP* и *JavaScript* // Труды БГТУ. Сер. 3, Физико-математические науки и информатика. 2026. № 1 (302). С. 100–117.

DOI: 10.52065/2520-6141-2026-302-9.

V. S. Kantarovich¹, P. P. Urbanovich^{1,2}

¹Belarusian State Technological University

²The John Paul II Catholic University of Lublin (Poland)

EFFICIENCY OF PROGRAM CODE OBFUSCATION METHODS FOR *PHP* AND *JAVASCRIPT* PROGRAMMING LANGUAGES

This article examines the pressing issue of protecting intellectual property of computer program code using obfuscation methods. It presents the results of a study and comparative analysis of the effectiveness of code obfuscation methods used in online obfuscators for the *PHP* and *JavaScript* programming languages. Common obfuscation methods are considered, including those based on code packing, data encryption, «dead» code insertion, as well as lexical, structural, and semantic code modifications. The impact of obfuscation methods on the performance of program code execution, the preservation of its functionality, and its resistance to reverse engineering are analyzed. A new obfuscation method classifier

is proposed, which systematizes them by area of application, execution dynamics, nature of modifications, and code representation level. Two main classes of methods are distinguished: general ones, applicable to various languages and programs, and specialized ones, taking into account the features of specific languages. Criteria and metrics for evaluating obfuscation effectiveness are proposed, including resistance to reverse engineering, protection level, functionality preservation, decompilation complexity, and performance. Based on these metrics, a comparative evaluation of obfuscators is performed. The results of online obfuscator tests for two files with different levels of source code complexity for the *PHP* and *JavaScript* programming languages are presented.

Keywords: program code, intellectual property, obfuscation, deobfuscation, online obfuscators, reverse engineering.

For citation: Kantarovich V. S., Urbanovich P. P. Efficiency of program code obfuscation methods for *PHP* and *JavaScript* programming languages. *Proceedings of BSTU, issue 3, Physics and mathematics. Informatics*, 2026, no. 1 (302), pp. 100–117 (In Russian).

DOI: 10.52065/2520-6141-2026-302-9.

Введение. С каждым годом растет количество случаев несанкционированного копирования и использования интеллектуальной собственности, что создает необходимость в эффективных механизмах защиты уникальных алгоритмов и логики работы программ. Одним из таких важных инструментов в сфере информационной безопасности является обфускация, которая направлена на защиту интеллектуальной собственности и предотвращение несанкционированного доступа к исходному коду [1–3]. Обфускация помогает затруднить анализ кода и предотвратить его несанкционированное использование, что становится особенно актуальным в условиях современного программирования.

Обфускация – это процесс преднамеренного усложнения исходного кода программы и внесение в него модификаций с целью затруднения его анализа и понимания. Это достигается путем применения различных методов, которые делают код менее читаемым и понятным, но не влияют на его функциональность, что усложняет задачу для злоумышленников, стремящихся восстановить оригинальный код. Таким образом, обфускация представляет собой необходимый компонент для защиты программного кода, обеспечивающий баланс между его доступностью и безопасностью.

Использование оригинальных алгоритмов обфускации способно повысить сложность анализа и декомпиляции, так как современные деобфускаторы программного кода обладают высокой эффективностью в обработке хорошо изученных методов. Эти инструменты, основанные на известных подходах и техниках [3–6], могут быстро идентифицировать и нейтрализовать традиционные механизмы защиты. В связи с этим интеграция инновационных подходов в процесс обфускации может не только затруднить анализ, но и создаст дополнительный уровень защиты, который усложнит задачу реверсивной инженерии и снизит вероятность успешной декомпиляции кода злоумышленниками.

Основным предметом нашего исследования являются онлайн-обфускаторы, которые поддерживают такие интерпретируемые языки программирования, как *JavaScript* и *PHP*. Это объясняется тем, что *JavaScript*-код выполняется на стороне клиента, что делает его уязвимым для несанкционированного доступа и анализа. Учитывая, что большинство веб-приложений зависит от *JavaScript* для взаимодействия с пользователем, защита этого кода становится критически важной. *PHP* также является одним из наиболее распространенных серверных языков программирования, которые используются для создания веб-приложений. С учетом широкого распространения *JavaScript* и *PHP* в веб-разработке эффективная обфускация кода для этих языков программирования становится необходимой для защиты интеллектуальной собственности и снижения рисков несанкционированного копирования.

Эффективность использования алгоритмов обфускации программного кода можно оценивать по нескольким критериям [6]. Важным аспектом является сложность анализа, т. е. оценка того, насколько трудным становится процесс реверсивной инженерии кода, что можно измерить временем, необходимым для декомпиляции, и степенью различий между полученным обфусцированным кодом и оригинальным, что помогает выявить изменения

в структуре и логике, в именах функций и переменных. Еще одним не менее значимым аспектом является оценка того, как обфускация влияет на производительность программы, так как эффективные алгоритмы должны минимально сказываться на скорости выполнения. Эти критерии позволяют оценить эффективность обфускации.

Основная часть. Целью исследования является анализ и сравнение существующих методов обфускации программного кода, которые применяются в известных и доступных онлайн-обфускаторах для языков программирования *PHP* и *JavaScript* и являются основой для реализации инструментальных средств на основе нейросетевых технологий. Более конкретно указанная цель сводилась к определению степени влияния методов обфускации на производительность программного кода, его устойчивость к реверсивной инженерии.

Эффективность методов обфускации по критерию повышения защищенности программного кода от несанкционированного доступа и анализа зависит от нескольких основных факторов [7]. Кратко проанализируем их.

1. *Сложность исходного кода.* Более сложные и структурированные элементы труднее обфусцировать. На это могут влиять количество строк и их структура: например, число условий, циклов, вложенных структур. Кроме того, сложные конструкции могут требовать больших ресурсов для обфускации, что может негативно сказываться на производительности работы программы.

2. *Язык программирования.* Разные языки имеют свои особенности и средства для реализации методов обфускации. Для компилируемых языков, таких как *Java*, *C#*, могут использоваться сложные алгоритмы, например, динамическая обфускация, упаковка исполняемых файлов и удаление информации об отладке. Для интерпретируемых языков, например *JavaScript*, могут применяться различные упаковщики кода, такие как *Function Packing*, *String Packing*, при которых весь исходный код упаковывается соответственно в функцию и строку [8, 9].

3. *Методы обфускации.* Они разнообразны, и их реализация зависит от контекста применения, сложности и языка исходного кода. Эффективность отдельных методов может изменяться. Например, для обфускации сложного кода простые методы могут не обеспечить нужную степень защиты. Рекомендуется комбинировать разные виды и методы обфускации, чтобы усложнить анализ кода [10].

4. *Среда выполнения.* Операционная система, аппаратное обеспечение и особенности реализуемого кодом алгоритма также влияют на эффективность обфускации и производительность обфусцированного исходного кода.

Классификация методов обфускации. В основу предлагаемой версии классификатора положены следующие основные критерии: область применения, динамика выполнения, характер модификации кода и уровень его представления. С нашей точки зрения такой подход характеризуется большей общностью и предоставляет возможности для анализа эффективности различных методов обфускации.

Методы обфускации можно классифицировать по следующим признакам.

1. *Область применения.* По этому признаку методы обфускации можно поделить на следующие:

- общие;
- специализированные.

Общие методы ориентированы на широкий круг программных продуктов и на разные языки программирования. Они используют более общие методы и подходы к реализации «запутывания», например лексическую обфускацию, которая может включать в себя переименование переменных, классов, удаление комментариев, изменение структуры кода.

Для исходного кода, представленного в листинге на рис. 1, продемонстрировано использование общих методов на примере применения лексической обфускации, что показано в листинге на рис. 2. Здесь имена переменных *param_1*, *param_2* и функции *output()* заменены на трудно воспринимаемые случайные сгенерированные последовательности символов, и в *JavaScript*-код внедряется функция с именем *bCdEfGh()*, которая никогда не вызывается и манипулирует неиспользуемыми переменными, не влияющими на выполнение основной

функции, что усложняет анализ кода. В *PHP*-код добавлены новые переменные *unusedVar1*, *unusedVar2*, массив *unusedArray*, которые не используются в основной логике, и цикл *for*, содержащий условие и не оказывающий влияния на выполнение функции, но создающий дополнительное запутывание. Также строка «*World*» дополнительно закодирована в *base64*.

<pre>function output(param_2) { let param_1 = "Hello, " + param_2 + "!"; console.log(param_1); } output("World");</pre>	<pre><?php function output(\$param_2) { \$param_1 = "Hello, " . \$param_2 . "!"; echo \$param_1; } output("World"); ?></pre>
---	--

а

б

Рис. 1. Пример исходного *JavaScript*-кода (а), *PHP*-кода (б) до применения общих методов обфускации

<pre>function aBcDeFg(hIjKlMn) { let oPqRsTu = "Hello, " + hIjKlMn + "!"; console.log(oPqRsTu); // Вставка неиспользуемого кода, который не // влияет на структуру if (false) { let uVwXyZ = "This variable is never used."; console.log("This will never be printed."); } function bCdEfGh() { let iJkLmNo = 5 + 5; return iJkLmNo; } aBcDeFg("World");</pre>	<pre><?php function a(\$b) { \$c = base64_decode("SGVsbG8sICR7JHJvfmSE="); \$d = str_replace("{b}", "{b}", \$c); echo \$d; // Вставка неиспользуемого кода, который // не влияет на структуру \$unusedVar1 = "This is unused."; \$unusedVar2 = 12345; \$unusedArray = array(1, 2, 3, 4, 5); for (\$i = 0; \$i < 100; \$i++) { if (\$i === 50) { continue; } } a("V29ybGQ="); ?></pre>
---	---

а

б

Рис. 2. Пример использования общих методов обфускации для исходного *JavaScript*-кода (а), *PHP*-кода (б)

К онлайн-обфускаторам, которые используют общие методы обфускации, относятся *JavaScript Obfuscator Tool* [11], *EvalPacker Obfuscator* [12], *JavaScript Obfuscator* [13], *PHP obfuscator* [14], *WB PHP Obfuscator* [15].

Специализированные методы обфускации основываются на специфических особенностях языков программирования и требуют более глубокого понимания принципов их функционирования. Эффективность этих методов значительно зависит от особенностей конкретного программного кода, а также от используемых средств для деобфускации.

К специализированным методам относятся:

- полиморфная обфускация (изменяет структуру кода таким образом, чтобы он выполнял одну и ту же функцию, но при каждом запуске обфускатора структура кода будет изменяться);
- обфускация потока управления (распараллеливает код, изменяет порядок операторов выполнения программы, реструктуризирует циклы);
- обфускация структур данных (упаковка кода, шифрование строк кода);
- динамическая обфускация;
- удаление отладочной информации;
- скрытие или удаление сигнатур методов и интерфейсов.

Для исходного кода на языках JavaScript и PHP, представленного в листинге на рис. 1, продемонстрировано использование обфускации потока управления и упаковки кода в константу в листинге на рис. 3.

<pre>const _0x51e847 = _0x1c51; (function(_0x2812f8, _0x17f43d) {const _0x73f48 = _0x1c51, _0x12a5c4 = _0x2812f8(); while (!![]) { try { const _0x243243 = -parseInt(_0x73f48(0x181)) / (- 0x2ad * -0x9 + -0x1cc * 0x8 + -0x9b4) + par- seInt(_0x73f48(0x182)) / (-0x1 * -0x1606 + 0x1c11 + -0x3215) * (parseInt(_0x73f48(0x180)) / (0x1 * -0x1f5d + 0x19 * -0xd8 + -0x248 * -0x17)) + -parseInt(_0x73f48(0x184)) / (-0x2 * 0xa7 + -0x859 * -0x1 + -0x707 * 0x1) * (-par- seInt(_0x73f48(0x17e)) / (0x1739 + -0x1 * 0x20d2 + 0x99e)) + parseInt(_0x73f48(0x17b)) / (0x22d3 + -0x26f9 + 0x42c) + par- seInt(_0x73f48(0x178)) / (0x1065 + -0x780 + -0x8de) * (par- seInt(_0x73f48(0x185)) / (-0x56 * 0x56 + -0x1ca3 + 0x398f)) + -parseInt(_0x73f48(0x175)) / (0x1 * -0x3a + -0x55b + 0x59e) + -parseInt(_0x73f48(0x17c)) / (-0x1 * 0xdd5 + 0x5 * -0x62 + 0x3 * 0x543) * (-parseInt(_0x73f48(0x183)) / (-0x3f * 0x51 + -0x19c1 * -0x1 + -0x1ed * 0x3)); if (_0x243243 === _0x17f43d) break; else _0x12a5c4['push'](_0x12a5c4['shift']()); } catch (_0x20bdab) { _0x12a5c4['push'](_0x12a5c4['shift']()); }})(_0x3446, 0x1bf7 + -0x5bdb8 + 0xea3d4); function output(_0x193e35) { const _0x4b8e90 = _0x1c51, _0x47ae3a = { 'vnmYo': function(_0x4f0013, _0x2f4f93) { return _0x4f0013 + _0x2f4f93;}, 'sTsIO': function(_0x36a291, _0x3e6da0) { return _0x36a291 + _0x3e6da0;}, 'ucCeZ': _0x4b8e90(0x177)}; let _0x1fc114 = _0x47ae3a[_0x4b8e90(0x17a)](_0x47ae3a[_0x4b8e90(0x176)](_0x47 ae3a[_0x4b8e90(0x17d)], _0x193e35), '!'); console[_0x4b8e90(0x17f)](_0x1fc114);} function _0x1c51(_0x4ad23c, _0x4581d1) { _0x4ad23c = _0x4ad23c - (-0x3d * -0x4f + -0x1b * -0x10a + -0x2d6c); const _0x3853c9 = _0x3446(); let _0x1594fb = _0x3853c9[_0x4ad23c]; return _0x1594fb;}output(_0x51e847(0x179)); function _0x3446() { const _0x22f36f = ['224DdzRhD', 'World', 'vnmYo', '6725718edYHmY', '1650AkOVKQ', 'ucCeZ', '313665PCNaDR', 'log', '32727GglWdN', '522279YLiOPV', '2xxwPKe', '297PYFZvh', '4veGhVe', '64544qEIqsO', '3101328opxLiW', 'sTsIO', 'Hello,\x20']; _0x3446 = function() { return _0x22f36f;}; return _0x3446();}</pre>	<pre><?php \$GLOBALS['_1843820376_']=Ar- ray(); ?><? function _1011077025(\$i){\$a=Ar- ray('SGVsbG8sIA==', 'IQ==', 'V29 ybGQ=');return base64_de- code(\$a[\$i]);} ?><?php func- tion l__0(\$_0){\$_1=_1011077025(0) . \$_0 . _1011077025(1);echo \$_1;}l__0(_1011077025(2)); ?></pre>
---	--

a

б

Рис. 3. Пример использования специализированных методов обфускации для исходного JavaScript-кода (a), PHP-кода (б)

В онлайн-обфускаторах специализированные методы обфускации используются редко и большинство из них предлагают базовые варианты методов: внедрение искусственных циклов, ветвлений и кодирование в формат Base64. Это связано с ресурсоемкостью такой обфускации, и часто онлайн-сервисы имеют ограничения на вычислительные ресурсы. К онлайн-обфускаторам, использующим специализированные методы обфускации, относятся JavaScript Obfuscator Tool, EvalPacker Obfuscator, JavaScript Obfuscator.

2. Динамика выполнения. Данный признак позволяет разделить методы обфускации на основе их воздействия на поведение программного продукта в процессе выполнения программы. К данной категории относятся:

- статическая обфускация;

- динамическая обфускация;
- обфускация с динамической проверкой подлинности.

Статическая обфускация включает методы, применяемые к исходному коду единожды, до его выполнения, т. е. на этапе компиляции. Эти методы модифицируют структуру кода без изменения его поведения в процессе выполнения программы. К данной категории обфускации относятся методы:

- замена имен переменных, функций и классов;
- удаление пробелов и комментариев;
- добавление неиспользуемого кода;
- изменение структуры кода;
- шифрование и упаковка.

Можно утверждать, что к этому типу принадлежат методы лексической обфускации, обфускации структур данных и обфускации потока управления. К обфускаторам, использующим статическую обфускацию, относятся все онлайн-обфускаторы, которые вносят изменения в исходный код или скомпилированный байт-код.

Динамическая обфускация включает методы, которые изменяют код в процессе выполнения программы. Это означает, что код будет трансформироваться каждый раз при запуске программы. К данной категории относятся:

- полиморфная обфускация (генерация различных вариантов кода, выполняющего одну и ту же функцию);
- полное изменение кода во время выполнения;
- шифрование и расшифрование кода в процессе исполнения.

Обфускаторы этого типа предназначены для языков программирования с компиляцией в машинный и байт-код (*C, C++, Java, Kotlin, C#*), например, *VMProtect, Code Virtualizer, DexGuard, Obfuscator-LLVM*. Для интерпретируемых языков программирования (*Python, JavaScript, PHP*) применяются такие методы динамической обфускации, как динамическое шифрование, динамическая упаковка кода.

Для исходного кода на языках *JavaScript* и *PHP*, представленного в листинге на рис. 1, приведен пример (рис. 4) применения динамического шифрования строк и упаковщика *Function Packing*. Упаковщик *Function Packing* примечателен тем, что он позволяет уменьшить размер кода и скрыть его логику, что затрудняет реверсивную инженерию. Этот метод объединяет несколько функций в одну и может применять динамическое шифрование строк, что делает анализ кода значительно сложнее.

<pre>eval(function(p, a, c, k, e, d) { e = function(c) { return c }; if (!''.replace(/^/, String)) { while (c--) { d[c] = k[c] c } k = [function(e) { return d[e] }]; e = function() { return '\\w+' }; c = 1 }; while (c--) { if (k[c]) { p = p.replace(new RegExp('\\b' + e(c) + '\\b', 'g'), k[c]) } return p }('8 0(2){7 1="6, "+2+"!";5.4(1)}0("3");', 9, 9, 'output param_1 param_2 World log con-sole Hello let function'.split(' '), 0, {})) }</pre>	<pre>< ? php eval(base64_decode('CiBnb3RvIERRa191OyBaRXpNMzogb- 3V0cHVOKCJcMTI3XHg2Z1x4NzJcMTU0- XHg2NCIpOyBnb3RvIGxKUDdiOyBEWpf- ZTogZVUyY3Rpb24gb3V0cHVOKCRwYX- JhbV8yKSB7ICRwYXJhbV8xID0gIlx4- NDhceDY1XHg2Y1wxNTRceDZmXHgyY1 w0MCIgLiAkCGFyYW1fMiAuICJceDlxIjsg- ZWNobyAkCGFyYW1fMTsgfSBnb3RvIFpFek0zOy- BsSlA3Yjog'); ? ></pre>
---	---

а

б

Рис. 4. Пример использования динамической обфускации для исходных *JavaScript*-кода (а), *PHP*-кода (б)

Обфускация с динамической проверкой подлинности предполагает взаимодействие между обфусцированным кодом и внешней средой. К методам данной обфускации относятся:

- привязка к определенному устройству или платформе, при которой код проверяет идентификационные данные устройства и прекращает свою работу, если он запущен на другом устройстве;
- лицензирование и активация кода через сервер с периодической проверкой срока действия лицензии;
- водяные знаки, которые внедряются в код, чтобы отслеживать его распространение;
- проверка целостности файлов;
- динамическое изменение обфусцированного кода, которое может включать в себя постоянное обращение к серверу для получения новых алгоритмов, модулей, библиотек.

3. *Характер модификации кода.* Здесь методы обфускации могут отличаться типом изменений, вносимых в исходный программный код. Можно выделить методы, добавляющие следующие типы изменений в код:

- синтаксические;
- семантические;
- структурные.

Методы обфускации, которые добавляют синтаксические изменения, затрагивают структуру кода, но никак не влияют на его выполнение. К таким методам относятся:

- переименование переменных, классов, методов;
- форматирование кода;
- изменение порядка операторов.

Пример обфускации кода с применением синтаксических изменений исходного кода приведен в листинге на рис. 5.

<pre>class X { outputMessage(y) { let z = (y ? "Hello, " + y + "!" : "Hello, Guest!"); console.log(z); } } const a = new X(); const b = "World"; a.outputMessage(b);</pre>	<pre><?php class A { public function showMessage(\$b) { \$c = "Hello, " . \$b . "!"; echo \$c; } } \$instance = new A(); \$message = "World"; \$instance->showMessage(\$message); ?></pre>
<i>a</i>	<i>б</i>

Рис. 5. Пример использования методов обфускации, которые добавляют синтаксические изменения для исходных *JavaScript*-кода (*a*), *PHP*-кода (*б*)

В данные примеры были внесены такие синтаксические изменения, как создание объекта класса для изменения порядка выполнения операторов, переименование переменных и функций, удаление пробелов и переносов строк, использование тернарного оператора.

Методы обфускации, вносящие семантические изменения в код, затрагивают логику его выполнения. К таким изменениям относятся:

- шифрование строк;
- добавление «мертвого» кода;
- модификация обработки ошибок;
- замена значений переменных;

– изменение порядка операций и использование функций высшего порядка для выполнения простых операций.

Методы обфускации, вносящие структурные изменения в код, воздействуют на его организацию, не изменяя при этом логику или поведение программы. К структурным изменениям можно отнести добавление избыточных условных операторов или циклов, замену функций их содержимым, изменение типов данных, манипуляции с комментариями, а также добавление новых функций и классов.

Современные обфускаторы используют методы, реализующие совместно несколько типов изменений программного кода для усложнения его анализа [16].

4. *Уровни представления кода.* Процесс обфускации может быть осуществлен над любым из видов представления кода. Следовательно, можно выделить 3 уровня процесса обфускации:

- уровень машинного кода;
- уровень промежуточного кода (байт-кода);
- уровень исходного кода.

Обфускация на уровне машинного кода происходит, когда преобразование осуществляется над ассемблерным кодом программы или над двоичным файлом, хранящим машинный код. К таким обфускаторам относятся популярные коммерческие продукты *Code Virtualizer*, *VMProtect*, *Themida*. Данный тип обфускаторов использует виртуализацию, преобразуя части оригинального кода в байт-код для виртуальной машины следующим образом:

- заменяют простые машинные инструкции на более сложные, одинаковые по функциональности;
- используют полиморфизм;
- применяют обфускацию потока управления;
- используют различные регистры для хранения одних и тех же данных в разных частях кода;
- добавляют код, который не влияет на функциональность программы.

Обфускация на уровне промежуточного кода применяется для языков *.Net*, *Java*, которые компилируют свой исходный код в байт-код. При таком преобразовании применяются методы:

- лексической обфускации;
- обфускации структур данных;
- обфускации потока управления;
- виртуализации [17].

Примерами обфускаторов промежуточного кода являются *VMProtect*, *Code Virtualizer*, *Obfuscator-LLVM*.

Обфускация на уровне исходного кода осуществляется непосредственно над исходным кодом программы, написанным на языке высокого уровня. К данному типу относятся методы:

- лексической обфускации;
- обфускации структур данных;
- обфускации потока управления.

Обфускацию исходного кода следует использовать в сочетании с другими методами для обеспечения более надежной защиты программного обеспечения (*PHP Obfuscator*, *WB PHP Obfuscator*, *JavaScript Obfuscator Tool*, *EvalPacker Obfuscator*, *JavaScript Obfuscator*).

Иерархическое представление рассмотренной классификации методов обфускации приведено на рис. 6.

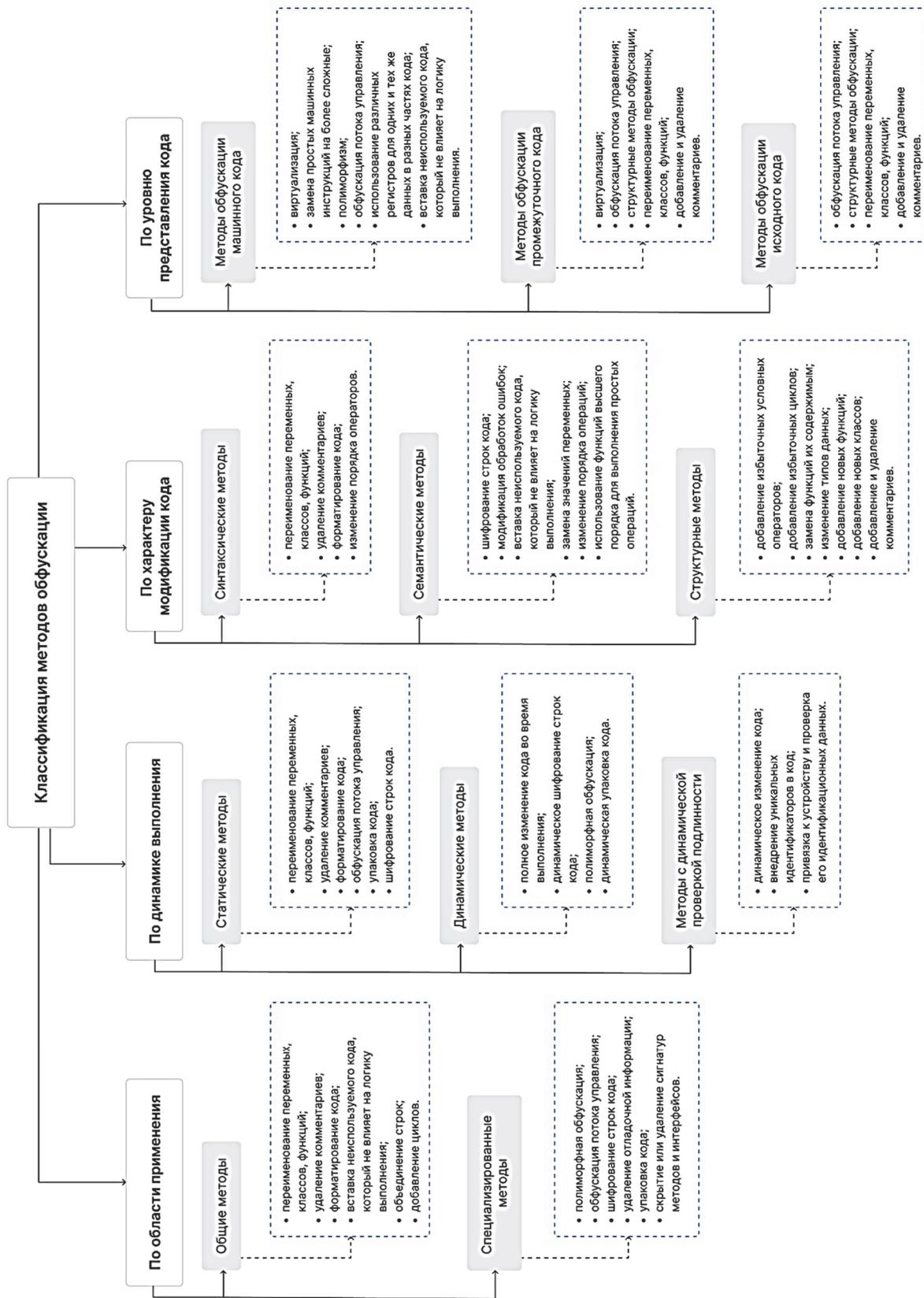


Рис. 6. Иерархическое представление классификации методов обфускации

Оценка эффективности обфускаторов программного кода. Оценка эффективности обфускаторов кода может включать несколько критериев или метрик [18–22]. В наших исследованиях мы использовали следующие:

– *устойчивость к реверсивной инженерии* R (*Resistance to Reverse Engineering*) – используется для описания уровня сложности реализации реверсивной инженерии над программой после обфускации кода;

– *уровень защиты* P (*Protection Level*) – характеризует степень сложности анализа и понимания кода злоумышленниками (на основе сравнения читабельности кода до и после обфускации);

– *сохранение функциональности* F (*Functionality Preservation*) – характеризует степень влияния обфускации на функциональность программы;

– *сложность декомпиляции* D (*Decompilation Difficulty*) – позволяет оценить сложность восстановления исходного кода после его обфускации;

– *производительность* O_p (*Perfomance*) – означает влияние обфускации на скорость выполнения программы;

– *цена «запутывания» кода* O_r (*Obfuscation Overhead*) – отражает объем ресурсов устройства, необходимого для запуска обфусцированного и необфусцированного кодов;

– *размер кода* S (*Code Size*) – характеризует влияние обфускации на общий размер программного продукта;

– *технические возможности* U (*Technical Capabilities*) – параметр характеризует поддержку различных языков программирования, а также наличие инструментов для анализа и отладки защищенного кода.

В рамках исследования был проведен анализ эффективности онлайн-обфускации для языков программирования *PHP* и *JavaScript*. Для этого использован подход, основанный на анализе работы обфускаторов с двумя различными тестовыми файлами (*test_1* и *test_2*). Время выполнения и размер выходных данных оценивались для нескольких режимов. Для более компактного представления результатов эксперимента производилось их усреднение. Время выполнения программного кода тестировалось на устройстве со следующими характеристиками: MacBook Pro, 2019 год выпуска, 2,4 GHz 4-ядерный процессор Intel Core i5, 8 ГБ оперативной памяти.

Количественные оценки рассмотренных выше характеристик вычислялись с помощью простых математических выражений, которые проанализируем ниже.

Устойчивость к реверсивной инженерии R представляется в виде функции роста энтропии кода и времени деобфускации:

$$R = (H_{obf} - H_{orig}) / T_{deobf}, \quad (1)$$

где H_{obf} – энтропия обфусцированного кода; H_{orig} – энтропия исходного кода; T_{deobf} – время деобфускации в миллисекундах. Степень устойчивости повышается с возрастанием R .

Характеристика P формально измеряется степенью снижения читабельности кода:

$$P = 1 - C_{obf} / C_{orig}, \quad (2)$$

где C_{obf} – индекс для оценки читабельности кода после обфускации и C_{orig} – до обфускации.

Предлагается использовать индекс читабельности кода (C), который изменяется в диапазоне от 0 до 1; при $C = 0$ – код полностью нечитабелен и при $C = 1$ – код полностью читабелен и легко понимается. На основе экспертных оценок мы вводим следующую шкалу для C :

0,0–0,1 – крайне низкая читабельность; код полностью нечитабелен;

0,1–0,3 – низкая читабельность; код практически невозможно понять, структура и логика полностью скрыты;

0,3–0,5 – средняя читабельность; код частично читабелен, некоторые части могут быть понятны, но общая логика запутана; применяется обфускация с сохранением структуры кода;

0,5–0,7 – высокая читабельность; код в значительной степени читабелен, но содержит некоторые элементы, затрудняющие понимание; применяется обфускация только некоторых частей кода с сохранением значений и структуры переменных;

0,7–0,9 – очень высокая читабельность; код почти полностью читабелен, небольшие изменения могут быть трудными для обнаружения; основные структурные компоненты и логика понятны; применяется минимальная обфускация, например, с заменой имен функций;

0,9–1,0 – полная читабельность; код полностью читабелен.

Параметр F отождествляется с относительным числом (процентом) успешных выполнений обфусцированной программы и рассчитывается по формуле

$$F = N_{success} / N_{tot}, \quad (3)$$

здесь $N_{success}$ – число успешных тестов; N_{tot} – общее количество тестирований файла.

Численно характеристика D имеет бинарную форму: 0 – код после деобфускации восстановлен полностью или частично; 1 – код не восстановлен. Вычисляется по формуле, представленной ниже:

$$D = B(1 - N_{restored} / N_{tot}), \quad (4)$$

где B – бинарный флаг для процесса деобфускации, $B \in (0, 1)$; $N_{restored}$ – количество успешно восстановленных тестов; N_{tot} – общее число тестов.

Производительность O_p обфускатора (оценка замедления выполнения программного кода) рассчитывается по формуле

$$O_p = (T_{obf} - T_{orig}) / T_{orig}, \quad (5)$$

где T_{obf} – время выполнения обфусцированного программного кода (усредненное для нескольких итераций); T_{orig} – время выполнения исходного варианта программы (усредненное для нескольких итераций).

Цена «запутывания» O_r зависит от затрачиваемых ресурсов: время выполнения (как основной критерий производительности) и потребления оперативной памяти, необходимой для выполнения кода. Объем оперативной памяти влияет на цену «запутывания» потому, что в процессе обфускации часто добавляется «мертвый» код, дополнительные переменные, циклы, функции, а это увеличивает размер исполняемого кода, объем потребляемой памяти и негативно сказывается на времени выполнения программы, замедляя ее.

Значение O_r вычисляем по формуле

$$O_r = \alpha O_p + (1 - \alpha)(M_{obf} - M_{orig}) / M_{orig}, \quad (6)$$

здесь M_{obf} – необходимый объем оперативной памяти для размещения обфусцированного кода (усредненное для нескольких итераций); M_{orig} – объем потребляемой памяти исходного варианта программы (усредненное для нескольких итераций); α – условный коэффициент, отражающий важность ресурсов.

Время выполнения является основным критерием производительности, и замедление скорости выполнения программы на 60–70% уже является очень критичным. Таким образом, значение коэффициента α мы установили на уровне 0,7, имея в виду значение времени для работы с веб-приложениями [23].

Значение S вычисляется по формуле

$$S = S_{obf} / S_{orig}, \quad (7)$$

где S_{obf} – размер файла после обфускации (усредненно для разных режимов работы онлайн-обфускаторов); S_{orig} – размер файла до обфускации (усредненно для разных режимов работы онлайн-обфускаторов).

Технические возможности могут быть оценены при помощи индекса универсальности U , как взвешенная сумма учитываемых возможностей, которая рассчитывается по формуле

$$U = w_L L + w_N N + w_D D + w_A A, \quad (8)$$

где L (Language Support) – количество поддерживаемых языков; N (Number of modes) – количество режимов, используемых в обфускаторах; D (Dynamic Obfuscation Support) – коэффициент, отражающий применение дополнительных специализированных методов обфускации в значениях от 0 до 1: 0 – отсутствуют, 0,5 – базовые настройки и методы; 1 – используются специализированные методы/динамическая обфускация; A (Analysis Tools) – отражает наличие инструментов для отладки кода: $A = 0$ – не поддерживает, $A = 1$ – поддержка инструментов отладки обфусцированного кода); w_L, w_N, w_D, w_A – взвешенные коэффициенты, которые отражают веса отдельных характеристик при оценке общей универсальности обфускатора. Весовые коэффициенты выбраны на основе возможностей рассмотренных онлайн-обфускаторов.

Числовые значения взвешенных коэффициентов основаны на иерархии приоритетов возможностей обфускаторов. Коэффициент $w_L = 0,3$, так как поддержка нескольких языков программирования повышает универсальность и влияет на эффективность используемых методов обфускации; $w_N = 0,4$. Режимы у обфускаторов являются основным фактором технических возможностей, поскольку они определяют разнообразие применяемых методов для сокрытия исходного кода и напрямую влияют на читабельность и производительность. Таким образом, данный критерий является наиболее важным. Для критерия D весовой коэффициент $w_D = 0,2$, он имеет среднее значение, так как не все онлайн-обфускаторы поддерживают динамическую обфускацию, которая усложняет анализ кода. Для критерия A , обозначающего наличие инструментов для отладки программного кода, мы приняли $w_A = 0,1$, поскольку приоритетными в обфускаторах являются инструменты для запутывания кода, а не для отладки программы.

Для комплексной оценки эффективности обфускаторов на основе всех критериев, описанных выше, предлагается добавить интегральный показатель E – эффективность обфускатора, который учитывает все метрики (в соответствии с выражениями (1)–(8)) и помогает в поиске баланса между уровнем защиты исходного кода, производительностью, нагрузкой и ресурсами устройства:

$$E = \alpha_R R + \alpha_P P + \alpha_F F + \alpha_D D + \alpha_{OP} O_P + \alpha_{Or} O_r + \alpha_S S + \alpha_U U, \quad (9)$$

здесь α_i – вес критерия i .

Веса критериев α_i , общая сумма которых равна 1, выбраны на основе приоритетов их влияния на качество процесса обфускации: $\alpha_R = 0,20$; $\alpha_P = 0,15$; $\alpha_F = 0,15$; $\alpha_D = 0,15$; $\alpha_{OP} = 0,15$; $\alpha_{Or} = 0,10$; $\alpha_S = 0,05$; $\alpha_U = 0,05$.

Результаты исследований. Файл *test_1* – простой код с небольшим количеством строк, позволяющий оценить базовую функциональность обфускатора. Его размер составлял 98 байт,

а среднее время выполнения необфусцированного кода – 2,28 мс. Файл *test_2* содержал более сложный код, намеренно усложненный за счет дополнительных операций и увеличения количества итераций, что позволяло оценить влияние методов обфускации на производительность. Размер этого файла составлял 6833 байт, а среднее время выполнения необфусцированного кода для языка *JavaScript* – 38,26 мс., а на языке *PHP* – 112,38 мс. Использование файлов с разными характеристиками позволило оценить устойчивость обфускатора к различным типам кода и воздействие применяемых методов на производительность программы.

Для анализа выбраны следующие онлайн-обфускаторы для *JavaScript*-кода: *JavaScript Obfuscator Tool* (рассмотрено 2 режима), *EvalPacker Obfuscator* (рассмотрено 4 режима), *JavaScript Obfuscator* (рассмотрено 4 режима). Для *PHP*-кода для анализа выбраны следующие онлайн-обфускаторы: *PHP obfuscator* (рассмотрено 2 режима), *WB PHP Obfuscator* (рассмотрено 2 режима). Для последующего сравнения онлайн-обфускаторам присвоены свои уникальные имена, заданные в соответствии с порядком упоминания в тексте: соответственно *obfJS_1*, *obfJS_2*, *obfJS_3*, *obfPHP_1*, *obfPHP_2*.

В ходе исследования было установлено, что все рассматриваемые обфускаторы позволяют реализовать несколько режимов обфускации. Однако в обфускаторах *EvalPacker Obfuscator* и *JavaScript Obfuscator* некоторые из этих режимов не обеспечили сохранения функциональности программного кода после обфускации, что было выявлено при тестировании на обоих тестовых файлах. Более того, режимы обфускации в *EvalPacker Obfuscator*, *JavaScript Obfuscator* и *PHP Obfuscator* не выявили устойчивости тестовых файлов к декомпиляции. Обфусцированный код, полученный при использовании этих средств, был успешно восстановлен с помощью онлайн-деобфускаторов, что также было подтверждено тестированием на двух тестовых файлах.

Сравнения обфускаторов по таким критериям, как читабельность кода, среднее время выполнения программы, средний размер файла, для разных режимов рассматриваемых онлайн-обфускаторов приведены в табл. 1. Полученные оценки имеют особое значение для программного кода, написанного на *JavaScript* и *PHP*, поскольку они непосредственно влияют на эффективность обработки кода на сервере и, соответственно, на производительность веб-приложений.

Таблица 1. Результаты сравнения онлайн-обфускаторов по определенным критериям

Язык программирования	Обфускатор	Читабельность кода C	Среднее время выполнения T_{obf} , мс		Средний размер файлов S_{obf} , байт	
			Файл <i>test 1</i>	Файл <i>test 2</i>	Файл <i>test 1</i>	Файл <i>test 2</i>
<i>JavaScript</i>	<i>obfJS_1</i>	0,3	2,9	62	1473	6243
<i>JavaScript</i>	<i>obfJS_2</i>	0,2	1,45	22	4015	72048
<i>JavaScript</i>	<i>obfJS_3</i>	0,4	2,53	54	650	4779
<i>PHP</i>	<i>obfPHP_1</i>	0,5	0,00011	91,19	740	4466
<i>PHP</i>	<i>obfPHP_2</i>	0,4	0,0015	399,78	610	6043

В табл. 2 представлены данные, полученные после вычислений всех критериев эффективности, описанных выше, для каждого онлайн-обфускатора для языка программирования *JavaScript*, а в табл. 3 – для *PHP*. Каждое значение в табл. 2 и табл. 3 отражает результаты, полученные экспериментальным путем, и помогает определить наиболее эффективный обфускатор. Значение E_{avg} получено как среднее значение интегрального показателя E для двух тестируемых файлов, что позволяет более точно оценить эффективность обфускации с учетом различных характеристик кода.

Таблица 2. Результаты количественного сравнения онлайн-обфускаторов для языка программирования *JavaScript*

Критерий	Обфускатор					
	<i>obfJS 1</i>		<i>obfJS 2</i>		<i>obfJS 3</i>	
	Файл <i>test 1</i>	Файл <i>test 2</i>	Файл <i>test 1</i>	Файл <i>test 1</i>	Файл <i>test 2</i>	Файл <i>test 1</i>
<i>R</i> , %	8,62	0,05	– 83	– 6,77	11	0,017
<i>P</i> , %	60	70	80	80	60	60
<i>F</i> , %	50	50	75	50	66	66
<i>D</i>	0	0,5	0,18	0,5	0,2	0,2
<i>O_p</i> , %	27	62	– 36	– 42	11	41
<i>O_r</i> , %	18,9	44,0	– 26,0	– 29,5	77,0	29,0
<i>S</i>	1,84	1,23	11,79	11,13	2,53	0,66
<i>U</i>	2,2		1,9		1,6	
<i>E</i>	0,53	0,17	– 0,32	– 0,11	0,1	0,18
<i>E_{avg}</i>	0,23		– 0,22		0,14	

Таким образом, наиболее эффективным из рассмотренных онлайн-обфускаторов для языка программирования *JavaScript* оказался *JavaScript Obfuscator Tool (obfJS_1)*, обладающий множеством дополнительных технических возможностей и настроек, что позволяет существенно повышать уровень защиты кода.

Таблица 3. Результаты количественного сравнения онлайн-обфускаторов для языка программирования *PHP*

Критерий	Обфускатор			
	<i>obfPHP 1</i>		<i>obfPHP 2</i>	
	Файл <i>test 1</i>	Файл <i>test 2</i>	Файл <i>test 1</i>	Файл <i>test 2</i>
<i>R</i> , %	–4,98	–15,00	6,57	–2,28
<i>P</i> , %	50	50	60	70
<i>F</i> , %	100	100	50	50
<i>D</i>	1	1	0	0
<i>O_p</i> , %	10,0	3,6	52,5	355,0
<i>O_r</i> , %	–349	–1050	460	910
<i>S</i>	1,98	1,57	1,67	0,797
<i>U</i>	1,2		2,1	
<i>E</i>	1,00	1,72	– 0,34	–1,20
<i>E_{avg}</i>	1,36		– 0,77	

Следовательно, наиболее эффективным из рассмотренных онлайн-обфускаторов для языка программирования *PHP* был выявлен *PHP Obfuscator (obfPHP_1)*.

Сравнение влияния метода обфускации на размер файла для языков *JavaScript* и *PHP* для выбранных обфускаторов представлено на рис. 7.

Сравнение влияния метода обфускации на производительность выполнения программного кода для выбранных обфускаторов для файлов *test_1* и *test_2* приведено на рис. 8.

Анализ представленных данных позволяет сделать вывод о том, что некоторые методы обфускации, реализованные различными инструментальными средствами, приводят к значительному увеличению размера исходного файла. Это, в свою очередь, часто негативно сказывается на скорости загрузки и общей производительности приложения. Кроме того, результаты исследования выявили, что при использовании некоторых методов обфускации наблюдается существенное увеличение времени выполнения кода. Данный факт является критическим недостатком, поскольку значительное замедление работы программы после обфускации делает ее практически непригодной для использования.

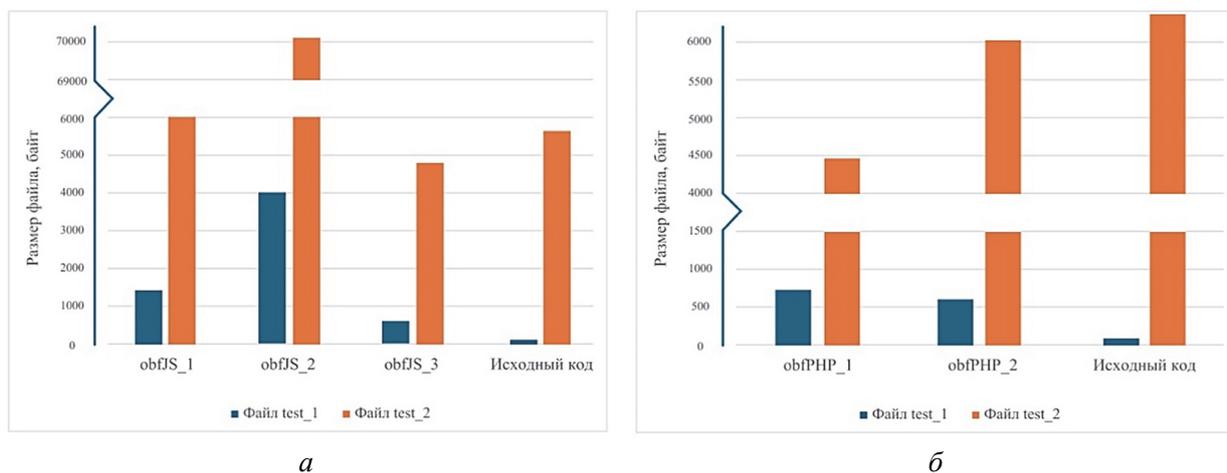


Рис. 7. Сравнение влияния метода обфускации на размер файла *test_1* (а) и *test_2* (б) для языков JavaScript и PHP

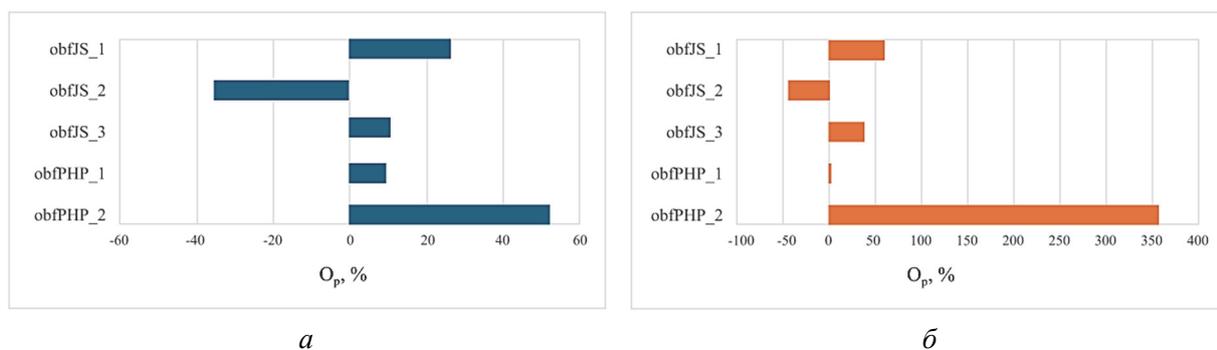


Рис. 8. Сравнение влияния метода обфускации на производительность выполнения файла *test_1* (а) и *test_2* (б) для языков JavaScript и PHP

Заключение. Результаты исследования подчеркивают острую необходимость в разработке надежных и эффективных методов обфускации и деобфускации программного кода. Анализ существующих онлайн-обфускаторов показал, что многие из них компрометируют либо размер файла, либо скорость выполнения программы, или устойчивость к декомпиляции. Это указывает на необходимость дальнейших исследований данной предметной области, а также на важность создания высокоэффективных решений, способных обеспечивать надежную защиту кода.

В рамках исследований также был разработан классификатор методов обфускации, который интегрирует различные подходы с учетом их эффективности и применимости. Он позволяет не только лучше понять существующие возможности, но и выбрать оптимальные методы для решения конкретных задач.

Список литературы

1. Пласковицкий В. А., Урбанович П. П. Защита программного обеспечения от несанкционированного использования и модификации методами обфускации // Труды БГТУ. 2011. № 6: Физико-математические науки и информатика. С. 173–176.
2. Алгоритмы и методы защиты программного кода на базе обфускации / А. В. Красов [и др.] // Информатика. Вычислительная техника и управление. 2020. Т. 12, № 1. С. 1–12.
3. Урбанович П. П. Защита информации методами криптографии, стеганографии и обфускации: учеб.-метод. пособие. Минск: БГТУ, 2016. 220 с.
4. Никольская К. Ю., Хлестов А. Д. Обфускация и методы защиты программных продуктов // Вестник УрФО. Безопасность в информационной сфере. 2015. Вып. 2 (16). С. 7–10.

5. Code Obfuscation: A Comprehensive Approach to Detection, Classification, and Ethical Challenges / T. Raitsis [et al.] // *Algorithms*. 2025. Vol. 18, no. 2. P. 54–74. DOI:10.3390/a18020054.
6. Assessment of Source Code Obfuscation Techniques / A. Viticchie [et al.] // 2016 IEEE 16th International Working Conference on Source Code Analysis and Manipulation (SCAM), Raleigh, NC, USA, 2016. P. 11–20. DOI: 10.48550/arXiv.1704.02307.
7. De Sutter B. A New Framework of Software Obfuscation Evaluation Criteria // arXiv preprint arXiv:2502.14093. 2025. DOI: 10.48550/arXiv.2502.14093
8. Herrera A. Optimizing away JavaScript obfuscation // 2020 IEEE 20th International Working Conference on Source Code Analysis and Manipulation (SCAM). Adelaide, SA, Australia, 2020, pp. 215–220. DOI: 10.48550/arXiv.2009.09170.
9. From obfuscated to obvious: A comprehensive JavaScript deobfuscation tool for security analysis / D. Zhou [et al.] // arXiv preprint arXiv:2512.14070. 2025. DOI: 10.48550/arXiv.2512.14070.
10. Statically detecting JavaScript obfuscation and minification techniques in the wild / M. Moog [et al.] // *Proceedings of the 2021 International Conference on Security and Privacy in Communication Networks (SecureComm)*. 2021. DOI: 10.1109/DSN48987.2021.00065.
11. Obfuscator.io // JavaScript obfuscator tool – Protect Your JS Code. URL: <https://obfuscator.io/> (дата обращения: 15.12.2025).
12. EvalPacker Obfuscator // Обфускаторы JavaScript кода. URL: <https://tools.100zona.com/evalpacker.html> (дата обращения: 17.12.2024).
13. BeautifyTools.com // Online Javascript Obfuscator. URL: <https://beautifytools.com/javascript-obfuscator.php> (дата обращения: 17.12.2024).
14. PHP Minify // PHP Obfuscator. URL: <https://php-minify.com/php-obfuscator/> (дата обращения: 11.01.2025).
15. WB0.ru // PHP Obfuscator. URL: <http://wb0.ru/phpobf.php> (дата обращения: 11.01.2025).
16. CASCADE: LLM-powered JavaScript Deobfuscator at Google / S. Jiang [et al.] // arXiv preprint arXiv:2507.17691. 2025. DOI: 10.48550/arXiv.2507.17691.
17. Popa M. Techniques of program code obfuscation for secure software // *Journal of Mobile, Embedded and Distributed Systems*. 2011. Vol. 3, no. 4. P. 205–218.
18. Кантарович В. С., Урбанович П. П. Критерии эффективности алгоритмов обфускации и деобфускации программного кода и их сравнительный анализ на основе онлайн-обфускаторов // *Беспилотные аппараты «БПЛА–2025»: сб. ст. II Междунар. форума по беспилотным аппаратам, Минск, 30 сент. – 2 окт. 2025 г.: в 2 ч. Минск: БГТУ, 2025. Ч. 1. С. 149–153.*
19. Chen G., Jin X., Lin Z. JsDeObsBench: Measuring and Benchmarking LLMs for JavaScript Deobfuscation // *Proceedings of the 2025 ACM SIGSAC Conference on Computer and Communications Security*. 2025. P. 36–50. DOI: 10.48550/arXiv.2506.20170.
20. A Framework to Quantify the Quality of Source Code Obfuscation / H. Jin [et al.] // *Appl. Sci*. 2024. Vol. 14. P. 50–56. DOI:10.3390/app14125056.
21. A family of experiments to assess the effectiveness and efficiency of source code obfuscation techniques / M. Ceccato [et al.] // *Empirical Software Engineering*. 2014. Vol. 19, no. 3. P. 64–75. DOI: 10.1007/s10664-013-9248-x.
22. Пласковицкий В. А. Применение метрик программного обеспечения для оценки сложности исполняемого кода // *Труды БГТУ*. 2013. № 6: Физико-математические науки и информатика. С. 145–148.
23. Chen J., Shang W. An exploratory study of performance regression introducing code changes // *Proceedings of the International Conference on Software Maintenance and Evolution (ICSME)*. Melbourne, Australia, 2017. P. 1–12.

References

1. Plaskovitskiy V. A., Urbanovich P. P. Protecting software from unauthorized use and modifications using obfuscation methods. *Trudy BGTU* [Proceedings of BSTU]. 2011, no. 6: Physics and Mathematics, pp. 173–176 (In Russian).

2. Krasov A. V., Radynskaya V. E., Zuyev I. P., Geraskina V. S., Karelsky P. V. Algorithms and method of protecting the software code on the basis of obfuscation. *Informatika. Vychislitel'naya tekhnika i upravleniye* [Computer Science. Computer Engineering and Control], 2020, vol. 12, no. 1, pp. 1–12 (In Russian).
3. Urbanovich P. P. *Zashchita informatsii metodami kriptografii, steganografii i obfuskatsii* [Information protection by cryptography, steganography and obfuscation methods]. Minsk, BGTU Publ., 2016. 220 p. (In Russian).
4. Nikolskaya K. U., Hlestov A. D. Obfuscation and methods of protection software. *Vestnik UrFO. Bezopasnost' v informatsionnoy sfere*. 2015. Vol. 2, no. 16, pp. 7–10 (In Russian).
5. Raitsis T., Elgazari Y., Toibin G. E., Lurie Y., Mark S., Margalit O. Code Obfuscation: A Comprehensive Approach to Detection, Classification, and Ethical Challenges. *Algorithms*, 2025, vol. 18, no. 2, pp. 54–74. DOI: 10.3390/a18020054.
6. Viticchie A., Regano L., Torchiano M., Basile C., Ceccato M., Tonella P., Tiella R. Assessment of Source Code Obfuscation Techniques. *2016 IEEE 16th International Working Conference on Source Code Analysis and Manipulation (SCAM)*, Raleigh, NC, USA, 2016, pp. 11–20. DOI: 10.48550/arXiv.1704.02307.
7. De Sutter B. A New Framework of Software Obfuscation Evaluation Criteria. *arXiv preprint arXiv:2502.14093*, 2025. DOI: 10.48550/arXiv.2502.14093.
8. Herrera A. Optimizing away JavaScript obfuscation. *2020 IEEE 20th International Working Conference on Source Code Analysis and Manipulation (SCAM)*. Adelaide, SA, Australia, 2020, pp. 215–220. DOI: 10.48550/arXiv.2009.09170.
9. Zhou D., Ying L., Chai H., Wang D. From obfuscated to obvious: A comprehensive JavaScript deobfuscation tool for security analysis. *arXiv preprint arXiv:2512.14070*. 2025. DOI: 10.48550/arXiv.2512.14070.
10. Moog M., Demmel M., Backes M., Fass A. Statically detecting JavaScript obfuscation and minification techniques in the wild. *Proceedings of the 2021 International Conference on Security and Privacy in Communication Networks (SecureComm)*, 2021. DOI: 10.1109/DSN48987.2021.00065.
11. Obfuscator.io. *JavaScript obfuscator tool – Protect Your JS Code*. Available at: <https://obfuscator.io/> (accessed 15.12.2025).
12. EvalPacker Obfuscator. *JavaScript code obfuscators*. Available at: <https://tools.100zona.com/evalpacker.html> (accessed 17.12.2024).
13. BeautifyTools.com. *Online Javascript Obfuscator*. Available at: <https://beautifytools.com/javascript-obfuscator.php> (accessed 17.12.2024).
14. PHP Minify. *PHP Obfuscator*. Available at: <https://php-minify.com/php-obfuscator/> (accessed 11.01.2025).
15. WB0.ru. *PHP Obfuscator*. Available at: <http://wb0.ru/phpobf.php> (accessed 11.01.2025).
16. Jiang S., Kovuri P., Tao D., Tan Z. CASCADE: LLM-powered JavaScript Deobfuscator at Google. *arXiv preprint arXiv:2507.17691*, 2025. DOI: 10.48550/arXiv.2507.17691.
17. Popa M. Techniques of program code obfuscation for secure software. *Journal of Mobile, Embedded and Distributed Systems*, 2011, vol. 3, no. 4, pp. 205–218.
18. Kantarovich V. S., Urbanovich P. P. Efficiency criteria for software code obfuscation and deobfuscation algorithms and their comparative analysis based on online obfuscation tools. *Bespilotnyye apparaty “BPLA–2025”: sbornik statey II Mezhdunarodnogo foruma po bespilotnym apparatam* [Unmanned aerial vehicles “UAV–2025”: a collection of articles from the II International Forum on Unmanned Aircraft]. Minsk, September 30 – October 2, 2025: in 2 parts. Minsk, 2025, part 1, pp. 149–153 (In Russian).
19. Chen G., Jin X., Lin Z. JsDeObsBench: Measuring and Benchmarking LLMs for JavaScript Deobfuscation. *Proceedings of the 2025 ACM SIGSAC Conference on Computer and Communications Security*, 2025, pp. 36–50. DOI: 10.48550/arXiv.2506.20170.
20. Jin H., Lee J., Yang S., Kim K., Lee D. H. A Framework to Quantify the Quality of Source Code Obfuscation. *Appl. Sci.*, 2024, vol. 14, pp. 50–56. DOI: 10.3390/app14125056.

21. Ceccato M., Di Penta M., Falcarin P., Ricca F., Torchiano M., Tonella P. A family of experiments to assess the effectiveness and efficiency of source code obfuscation techniques. *Empirical Software Engineering*, 2014, vol. 19, no. 3, pp. 64–75. DOI: 10.1007/s10664-013-9248-x.
22. Plaskovitskiy V. A. Using software metrics to assess the complexity of executable code. *Trudy BGTU* [Proceedings of BSTU]. 2013, no. 6: Physics and Mathematics, pp. 145–148 (In Russian).
23. Chen J., Shang W. An exploratory study of performance regression introducing code changes. *Proceedings of the International Conference on Software Maintenance and Evolution (ICSME)*. Melbourne, Australia, 2017, pp. 1–12.

Информация об авторах

Кантарович Виктория Сергеевна – старший преподаватель кафедры информационных систем и технологий. Белорусский государственный технологический университет (ул. Свердлова, 13а, 220006, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: kantarovich@belstu.by. ORCID: 0009-0002-0586-8506.

Урбанович Павел Павлович – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры информационных систем и технологий. Белорусский государственный технологический университет (ул. Свердлова, 13а, г. Минск, Республика Беларусь)¹, приглашенный профессор (ал. Рацлавицке, 14, Люблин 20-950, Польша)². E-mail: p.urbanovich@belstu.by. ORCID: 0000-0003-2825-4777.

Information about the authors

Kantarovich Victoria Sergeevna – Senior Lecturer, the Department of Information Systems and Technologies. Belarusian State Technological University (13a Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: kantarovich.v@gmail.com. ORCID: 0009-0002-0586-8506.

Urbanovich Pavel Pavlovich – DSc (Engineering), Professor, Professor, the Department of Information Systems and Technologies. Belarusian State Technological University (13a Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus)¹, visiting Professor (14 Raclawickie Alley, Lublin 20-950, Poland)². E-mail: p.urbanovich@belstu.by. ORCID: 0000-0003-2825-4777.

UDC 004.272.2

O. N. Karasik¹, A. A. Prihozhy²¹ISsoft Solutions (part of Coherent Solutions)²Belarusian National Technical University**RECONFIGURABLE HETEROGENEOUS BLOCKED SHORTEST PATH ALGORITHM FOR CLUSTERED GRAPHS**

Transportation systems, social networks, network configurations, and many other systems in the surrounding world can be represented by clustered graphs consisting of weakly connected dense clusters. Finding shortest paths in such large-size graphs is a challenging but computationally difficult problem. Heterogeneous block algorithms that utilize information about clusters and the connections between them are a promising approach to solving this problem. The paper develops a new reconfigurable heterogeneous blocked all-pairs shortest paths algorithm for the clustered graphs. The algorithm is based on two new sub-algorithms for calculating cross blocks which account for the reduced communication between clusters and the features of multi-core processors. The paper provides results of two-series experiments, carried out on samples of clustered 9600-vertex graphs at the aim of analysis and comparison of the new algorithm with known techniques. The experiments convincingly demonstrate that the new feature of the algorithm to reconfigure its structure depending on the graph properties provides the speed up from 17.05% to 29.62% in single-threaded and from 5.03% to 14.72% in multi-threaded implementations.

Keywords: shortest path, blocked algorithm, heterogeneous algorithm, reconfiguration, multi-core system, throughput.

For citation: Karasik O. N., Prihozhy A. A. Reconfigurable heterogeneous blocked shortest path algorithm for clustered graphs. *Proceedings of BSTU, issue 3, Physics and Mathematics. Informatics*, 2026, no. 1 (302), pp. 118–127.

DOI: 10.52065/2520-6141-2026-302-10.

О. Н. Карасик¹, А. А. Прихожий²¹Иностранное производственное унитарное предприятие «Иссофт Солюшенз»²Белорусский национальный технический университет**РЕКОНФИГУРИРУЕМЫЙ НЕОДНОРОДНЫЙ БЛОЧНЫЙ АЛГОРИТМ ПОИСКА КРАТЧАЙШИХ ПУТЕЙ В КЛАСТЕРИЗОВАННЫХ ГРАФАХ**

Системы транспортного сообщения, социальные сети, сетевые конфигурации а также многие другие системы окружающего мира могут быть представлены кластеризованными графами, состоящими из слабо связанных плотных кластеров (блоков). Поиск кратчайших путей в таких больших графах – актуальная, но вычислительно трудная задача. Гетерогенные блочные алгоритмы, использующие информацию о кластерах и связях между ними, являются перспективным подходом к решению этой задачи. В данной статье мы разрабатываем новый реконфигурируемый гетерогенный блочный алгоритм для поиска кратчайших путей между всеми парами вершин в кластеризованном графе. Алгоритм основан на двух новых подалгоритмах расчета перекрестных блоков, которые учитывают слабую связность кластеров и специфические особенности многоядерных процессоров. В статье представлены результаты двух серий экспериментов, проведенных на выборках кластерных графов с 9600 вершинами в целях анализа и сравнения нового алгоритма с существующими методами. Эксперименты убедительно демонстрируют, что новое свойство алгоритма, позволяющее осуществлять реконфигурацию в зависимости от свойств графа, обеспечивает увеличение скорости с 17,05% до 29,62% в однопоточных реализациях и с 5,03% до 14,72% в многопоточных реализациях.

Ключевые слова: кратчайший путь, блочный алгоритм, разнородный алгоритм, реконфигурация, многоядерная система, производительность.

Для цитирования: Карасик О. Н., Прихожий А. А. Реконфигурируемый неоднородный блочный алгоритм поиска кратчайших путей в кластеризованных графах // Труды БГТУ. Сер. 3, Физико-математические науки и информатика. 2026. № 1 (302). С. 118–127 (На англ.).

DOI: 10.52065/2520-6141-2026-302-10.

Introduction. The problem of finding shortest paths in a graph is a classic computer science problem. It remains an important research topic in terms of performance, security, privacy and operational planning [1–5]. The problem can be formulated in two ways. One is to find shortest paths from one vertex to all other vertices in the graph (Single Source Shortest Path or *SSSP*). Another is to find shortest paths between all pairs of vertices (All-Pairs Shortest Path or *APSP*).

Both, *SSSP* and *APSP* have well-known classic solutions – Dijkstra algorithm [6] for *SSSP* and Floyd-Warshall algorithm [7] for *APSP*. In scope of this work, we are focusing on the *APSP* formulation of the problem.

The *Floyd-Warshall (FW)* algorithm works with graph G of V vertices and E edges, represented with a weight-adjacency matrix D of $N \times N$ size (where N is the number of vertices in G). The algorithm iterates over all vertices and checks the path from a pair of vertices (from i to j) through an intermediate vertex k . The algorithm has $O(n^3)$ computational complexity and suffers performance penalties when the matrix does not fit into CPU LLC (Last Level Cache).

In [8] authors propose *Blocked Floyd-Warshall (BFW)* algorithm, which divides matrix D into blocks of size S to create a block matrix B of size M . The algorithm calculates these blocks in a particular order to maintain data dependencies. All blocks are calculated using the same sub-algorithm. *BFW* has $O(n^3)$ time complexity the same as *FW*. However, the block-based calculation introduces spatial locality and enables the algorithm to work with matrices that do not fit in the CPU LLC.

In our previous works [9–12], we have introduced multiple algorithms which extend and significantly modify the *BFW* algorithm to use different sub-algorithms for every type of block, to work with blocks of unequal sizes, to use information about graph's clusters, and to calculate blocks through bridge vertices. *BFW* and the algorithms introduced in our earlier works calculate the same number of blocks of four types (M diagonal; M^2-M vertical, M^2-M horizontal, and $M(M-1)^2$ peripheral blocks). Because of such decomposition, the execution time is dominated by the calculation of *peripheral* blocks, which in large graphs diminishes the impact of diagonal, vertical and horizontal blocks. In our latest work [13], we introduced the *Heterogenous Blocked Shortest Path algorithm for Clustered Graphs (HBSPCG)* (Fig. 1), which uses information about clusters to calculate *horizontal* blocks through output vertices of cluster, the *vertical* blocks through input vertices, and the *peripheral* blocks through the smallest number of input or output vertices. This results in situations when *HBSPCG* might skip some blocks or significantly reduce the number of operations to calculate them. For instance, when the cluster has only input or output bridge vertices, *peripheral* blocks won't be calculated.

HBSPCG changes how the computations are distributed between different types of blocks, making the optimisation of the block calculation sub-algorithms extremely actual.

In this work, we introduce a new *Reconfigurable Heterogeneous Blocked Shortest Path algorithm for Clustered Graphs (RHBSPCG)*, which extends the *HBSPCG* with a new logic to dynamically select the most effective sub-algorithms to calculate vertical and horizontal blocks depending on the cluster information. We also propose new highly efficient sub-algorithms for calculating the vertical and horizontal blocks.

Main part. *The C1CGE and C2CGE sub-algorithms.* In [14] we proposed new sub-algorithms *C1CGE* and *C2CGE* for the calculation of *vertical* and *horizontal* blocks (these sub-algorithms work with the same input graph as the *C1CG* and *C2CG* sub-algorithms from *HBSPCG*).

C1CGE and *C2CGE* use information about the clusters to avoid unnecessary calculations. They do so by starting the most outer k loop from the first bridge vertex (input for *C1CGE* and output for *C2CGE*) and by checking in the loop body whether the vertex is a bridge.

As was proven in the original work [14], *C1CGE* and *C2CGE* reduce the number of iterations and improve data locality. However, the final performance of sub-algorithms depends on the configuration of the input graph:

1. When the first bridge index is in the beginning of the vertex list, then the sub-algorithms would perform $(cluster\ size) - (index\ of\ first\ bridge\ vertex) - (count\ of\ bridge\ vertexes)$ unnecessary iterations of the outermost loop k .

2. When checking if a vertex is a bridge inside the innermost j loop – the check is on the hot execution path and impacts branch prediction and vectorization.

```

algorithm HBSPCG(B, C)
  for (m = 0; m < SIZE(B); ++m)
    D0CG(B[m,m])
    for (i = 0; i < SIZE(B) && i != m; ++i)
      C1CG(B[i,m], B[m,m], C[m])
      C2CG(B[m,i], B[m,m], C[m])
    for (i = 0; i < SIZE(B) && i != m; ++i)
      for (j = 0; j < SIZE(B) && j != m; ++j)
        P3CG(B[i,j], B[i,m], B[m,j], C[m])

function D0CG(B1)
  for (k = 1; k < SIZE(B1); ++k)
    for (i = 0; i < k; ++i)
      for (j = 0; j < k; ++j)
        B1[i,j] = MIN(B1[i,j], B1[i,k-1] + B1[k-1,j])
        B1[i,k] = MIN(B1[i,k], B1[i,j] + B1[j,k])
        B1[k,j] = MIN(B1[k,j], B1[k,i] + B1[i,j])

  x = SIZE(B1)-1

  for (i = 0; i < x; ++i)
    for (j = 0; j < x; ++j)
      B1[i,j] = MIN(B1[i,j], B1[i,x] + B1[x,j])

function C1CG(B1, B2, CM)
  for (i = 0; i < HEIGHT(B1); ++i)
    for (k in INPUT(CM))
      for (j = 0; j < WIDTH(B1); ++j)
        B1[i,j] = MIN(B1[i,j], B1[i,k] + B2[k,j])

function C2CG(B1, B2, CM)
  for (i = 0; i < HEIGHT(B1); ++i)
    for (k in OUTPUT(CM))
      for (j = 0; j < WIDTH(B1); ++j)
        B1[i,j] = MIN(B1[i,j], B2[i,k] + B1[k,j])

function P3CG (B1, B2, B3, CM)
  for (i = 0; i < HEIGHT(B1); ++i)
    for (k in MIN_ARRAY(INPUT(CM), OUTPUT(CM)))
      for (j = 0; j < WIDTH(B1); ++j)
        B1[i,j] = MIN(B1[i,j], B2[i,k] + B3[k,j])

```

Fig. 1. Pseudocode of algorithm *HBSPCG* and sub-algorithms *D0CG*, *C1CG*, *C2CG*, and *P3CG*

In the original work, we pointed out that these unnecessary computations could be avoided by grouping all bridges at the end of the vertex list. In this case, the sub-algorithms would perform a certain number of iterations over the bridges and would eliminate all checks to see if a vertex is a bridge. The pseudocode of the modifications of *C1CGE* and *C2CGE* that assume that the bridge vertices are at the end of the list is shown in Fig. 2.

Weight-adjacency matrix representation of the graph. To accommodate the requirements of *C1CGE* and *C2CGE* sub-algorithms the vertices in every cluster of the matrix need to be reordered. The sub-algorithms operate on a graph represented as a blocked weight-adjacency matrix where diagonal blocks describe clusters (this configuration is achieved through a matrix transformation that groups the vertices of clusters together [12]).

All vertices in the cluster are divided into four categories: ordinary (V_0), input (V_{IN}), output (V_{OUT}), and input-output (V_{IN-OUT}). Table 1 presents arrangements that provide the best conditions for the new sub-algorithms (when the sub-algorithm performs the minimal number of iterations).

Clearly, if a cluster contains all three types of bridge vertices, the vertex permutation can be performed to ensure the best conditions for one of the sub-algorithms. However, if the cluster has (V_{IN} and V_{IN-OUT} , or V_{OUT} and V_{IN-OUT} , or just V_{IN-OUT}), then the vertex permutation can ensure best conditions for both *C1CGE* and *C2CGE* sub-algorithms.

```

function C1CGE(B1, B2, CM)
first = FIRST(INPUT(CM))
w = WIDTH(B1)
h = HEIGHT(B1)

for (k = first+1; k < w; ++k)
  for (i = 0; i < h; ++i)
    for (j = 0; j < k; ++j)
      B1[i,j] = MIN(B1[i,j], B1[i,k-1] + B2[k-1,j])
      B1[i,k] = MIN(B1[i,k], B1[i,j] + B2[j,k])
  for (i = 0; i < h; ++i)
    for (j = 0; j < w-1; ++j)
      B1[i,j] = MIN(B1[i,j], B1[i,w-1] + B2[w-1,j])

function C2CGE(B1, B2, CM)
first = FIRST(OUTPUT(CM))
w = WIDTH(B1)
h = HEIGHT(B1)

for (k = first+1; k < h; ++k)
  for (i = 0; i < k; ++i)
    for (j = 0; j < w; ++j)
      B1[i,j] = MIN(B1[i,j], B2[i,k-1] + B1[k-1,j])
      B1[k,j] = MIN(B1[k,j], B2[k,i] + B1[i,j])
  for (i = 0; i < h-1; ++i)
    for (j = 0; j < w; ++j)
      B1[i,j] = MIN(B1[i,j], B2[i,h-1] + B1[h-1,j])
    
```

Fig. 2. Pseudocode of *C1CGE* and *C2CGE* sub-algorithms. *B1* is a vertical rectangular block in *C1CGE* and is a horizontal block in *C2CGE*, *B2* is a diagonal square block. The *FIRST* function returns the first bridge in the array

Clusters in which vertices can be rearranged to provide the best conditions for both sub-algorithms simultaneously are referred to as VHC (Vertical Horizontal Cluster).

Fig. 3 shows an example of the input graph and the corresponding blocked matrix after all transformations.

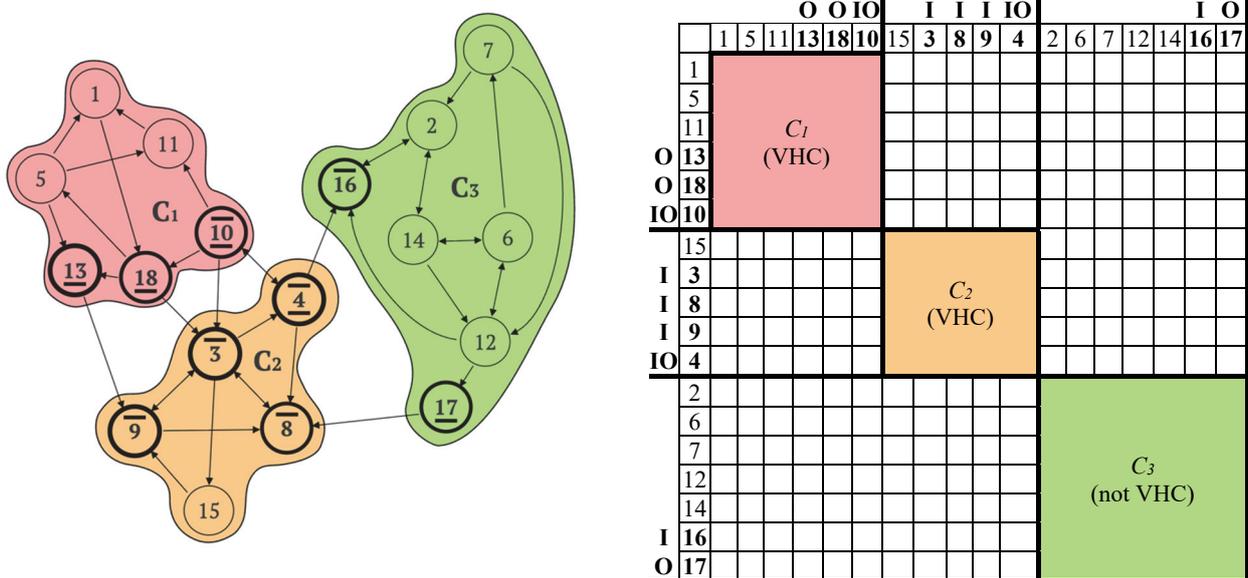


Fig. 3. Illustration of graph *G* divided into three weakly-connected clusters *C1*, *C2* and *C3* (on the left) and weight-adjacency matrix representation of the graph with the clusters aligned along the matrix's principal diagonal (on the right); vertices marked **I** are input bridges, marked **O** are output bridges, and marked **IO** are input-output bridges; the vertices are ordered and moved to the end of the cluster's vertex list

Improvement of sub-algorithms C1CGE and C2CGE. In their current form, the *C1CGE* and *C2CGE* sub-algorithms offer more opportunities for improvements.

Modification of *CICGE* sub-algorithm:

1. Update the loop order from $k-i-j$ to $i-k-j$.
 2. Split the innermost loop j into two loops (from 0 to FIRST – hereinafter loop *A*, and from FIRST to k – hereinafter loop *B*).
 3. Use transposed diagonal block *B2T* in loop *B* to compute the $BI[i, k]$ values.
 4. Remove computation of $BI[i, k]$ from loop *A* because it is required only for the input vertices.
- Together, steps 3 and 4 avoid column access and unnecessary computation of the $BI[i, k]$ values. The *CICGE* sub-algorithm with above modifications is denoted *CICGEX*.

Modification of *C2CGE* sub-algorithm:

1. Split the outermost loop k into two loop nests (the first nest – hereinafter nest *C* – where outer loop i is from 0 to FIRST and the second nest – hereinafter nest *D* – where outer loop i is from FIRST to k).
2. Update the order of loops from $k-i-j$ to $i-k-j$ in nest *C*.
3. Use transposed diagonal block *B2T* in nest *D* to compute $BI[i, j]$ values.
4. Remove the computation of the $BI[k, j]$ values from the nest *C* because it is required only for the output vertices.

Together, steps 3 and 4 avoid column access and unnecessary computation of $BI[i, k]$ values. The *C2CGE* sub-algorithm with above modifications is denoted *C2CGEX*.

Fig. 4 depicts the pseudocode of the *CICGEX* and *C2CGEX* sub-algorithms.

```

function C1CGEX(B1, B2, B2T, CM)
  first = FIRST(INPUT(CM))
  w = WIDTH(B1)
  h = HEIGHT(B1)

  for (i = 0; i < h; ++i)
    for (k = first+1; k < w; ++k)
      for (j = 0; j < first; ++j) // A
        B1[i,j] = MIN(B1[i,j], B1[i,k-1] + B2[k-1,j])
      for (j = first; j < k; ++j) // B
        B1[i,j] = MIN(B1[i,j], B1[i,k-1] + B2[k-1,j])
        B1[i,k] = MIN(B1[i,k], B1[i,j] + B2T[k,j])

  for (i = 0; i < h; ++i)
    for (j = 0; j < w-1; ++j)
      B1[i,j] = MIN(B1[i,j], B1[i,w-1] + B2[w-1,j])

function C2CGEX(B1, B2, B2T, CM)
  first = FIRST(OUTPUT(CM))
  w = WIDTH(B1)
  h = HEIGHT(B1)

  for (i = 0; i < first; ++i)
    for (k = first+1; k < h; ++k) // C
      for (j = 0; j < w; ++j)
        B1[i,j] = MIN(B1[i,j], B2[i,k-1] + B1[k-1,j])
  for (k = first+1; k < h; ++k) // D
    for (i = first; i < h; ++i)
      for (j = 0; j < w; ++j)
        B1[i,j] = MIN(B1[i,j], B2T[k-1,i] + B1[k-1,j])
        B1[k,j] = MIN(B1[k,j], B2[k,i] + B1[i,j])

  for (i = 0; i < h-1; ++i)
    for (j = 0; j < w; ++j)
      B1[i,j] = MIN(B1[i,j], B2[i,h-1] + B1[h-1,j])

```

Fig. 4. Pseudocode of sub-algorithms *CICGEX* and *C2CGEX*. *B1* is a vertical rectangular block in *CICGEX* and is a horizontal block in *C2CGEX*. *B2* is a diagonal square block, and *B2T* is transposed *B2* block

Reconfigurable Heterogeneous Blocked Shortest Paths algorithm for Clustered Graphs (RHBSPCG). The main idea of the *RHBSPCG* algorithm lies in using the *CICGEX* and *C2CGEX* sub-algorithms to calculate vertical and horizontal blocks in the cases of best conditions presented

in the Table 1. In the rest of the cases, the *RHSPCG* algorithm yields to the *C1CG* and *C2CG* sub-algorithms from the *HBSPCG* algorithm.

Table 1. Arrangement of vertices in a cluster that provide the best conditions for the *C1CGE* and *C2CGE* sub-algorithms. **A** – when the cluster has V_{IN} , V_{OUT} and V_{IN-OUT} vertices, **B** – when the cluster has V_{IN} and V_{IN-OUT} or V_{OUT} and V_{IN-OUT} , and **C** – when the cluster has V_{IN-OUT} vertices. The cells in bold indicate the arrangements that are best conditions for both sub-algorithms. In all arrangements, the V_O vertices are grouped at the start of the cluster

Sub-algorithm	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
<i>C1CGE</i>	$V_{OUT} \rightarrow V_{IN} \rightarrow V_{IN-OUT}$	$V_{IN} \rightarrow V_{IN-OUT}$	V_{IN-OUT}
	$V_{OUT} \rightarrow V_{IN-OUT} \rightarrow V_{IN}$	$V_{IN-OUT} \rightarrow V_{IN}$	
<i>C2CGE</i>	$V_{IN} \rightarrow V_{OUT} \rightarrow V_{IN-OUT}$	$V_{OUT} \rightarrow V_{IN-OUT}$	V_{IN-OUT}
	$V_{IN} \rightarrow V_{IN-OUT} \rightarrow V_{OUT}$	$V_{IN-OUT} \rightarrow V_{OUT}$	

To implement the idea, the *RHSPCG* algorithm extends (Fig. 5) the main loop of the *HBSPCG* algorithm:

- It creates a transposed block *BMT* made from the $B[m, m]$ block.
- If the current cluster is VHC, then horizontal and vertical blocks are calculated using *C1CGEX* and *C2CGEX* sub-algorithms.
- If the current cluster is not VHC and $V_{IN} > V_{OUT}$ then vertical and horizontal blocks are calculated using *C1CGEX* and *C2CG* sub-algorithms.
- If the current cluster is not VHC and $V_{IN} < V_{OUT}$ then vertical and horizontal blocks are calculated using *C1CG* and *C2CGEX* sub-algorithms respectively.

```

function RHSPCG(B, C)
  s = SIZE(B)

  for (m = 0; m < s; ++m)
    DOCG(B[m,m])
    BMT = TRANSPOSE(B[m,m])
    for (i = 0; i < s && i != m; ++i)
      if ISVHC(C[m]) then
        C1CGEX(B[i,m], B[m,m], BMT, C[m])
        C2CGEX(B[m,i], B[m,m], BMT, C[m])
      else
        if INPUT(C[m]) > OUTPUT(C[m]) then
          C1CGEX(B[i,m], B[m,m], BMT, C[m])
          C2CG(B[m,i], B[m,m], C[m])
        else
          C1CG(B[i,m], B[m,m], C[m])
          C2CGEX(B[m,i], B[m,m], BMT, C[m])

  for (i = 0; i < s && i != m; ++i)
    for (j = 0; j < s && j != m; ++j)
      P3CG(B[i,j], B[i,m], B[m,j])

```

Fig. 5. Pseudocode of *RHSPCG* algorithm. *B* is the matrix of blocks. *C* describes clusters. Function *SIZE* returns the matrix size, function *ISVHC* returns true if the cluster is VHC, functions *INPUT* and *OUTPUT* return lists of input and output bridges respectively, function *TRANSPOSE* creates a transposed block

Experiments. The experiments were conducted on the rack server equipped with 2 Intel Xeon E5-2620 v4 CPUs and 32 GB of RAM. The experimental algorithms were written in the C++ programming language and compiled using GCC v14.2.0 compiler with O3 optimisation level. The parallelization was done using OpenMP v4.5.

We performed two sets of experiments with *HBSPCG* and *RHSPCG* algorithms.

First set of experiments. These experiments were conducted on three specially crafter random graphs of 9600 vertices – *XGI* graph with all clusters having large number of V_{OUT} and small

number of V_{IN} , $XG2$ with all clusters having large number of V_{IN} and small number of V_{OUT} and $XG3$ graph with all clusters having large number of V_{IN-OUT} (Table 2).

Table 2. Detailed information about clusters and bridge vertices of $XG1$, $XG2$ and $XG3$ experimental graphs

Graph		$XG1$		$XG2$		$XG3$	
Cluster	Vertex Count	V_{IN}	V_{OUT}	V_{IN}	V_{OUT}	V_{IN}	V_{OUT}
0	1841	162	1266	1243	152	1226	1226
1	1871	164	1248	1246	164	1226	1226
2	2102	155	1245	1257	160	1226	1226
3	2084	165	1245	1249	167	1226	1226
4	1702	152	1244	1257	159	1226	1226

In these experiments, we measured the execution time of all sub-algorithms, and the total execution time of the $HBSPCG$ and $RHBSPCG$ algorithms (Table 3).

Table 3. Results of the “first series” of experiments running $RHBSPCG$ and $HBSPCG$ on three experimental graphs $XG2$, $XG1$, and $XG3$. Time is in milliseconds. The diagonal block execution time includes the cost of creating a BMT block transposed from a diagonal block

All time values are in milliseconds (ms)		$XG2$		$XG1$		$XG3$	
		$RHBSPCG$	$HBSPCG$	$RHBSPCG$	$HBSPCG$	$RHBSPCG$	$HBSPCG$
Algorithm	Total Time	37418	39378	34844	39278	118803	127096
Peripheral Block	Average Time	128	134	128	133	980	1014
Horizontal Block	Average Time	128	133	847	1024	835	1012
Vertical Block	Average Time	974	1026	128	133	927	1008
Diagonal Block	Average Time	1011	1089	1013	1087	1016	1093

On the $XG1$ graph, $RHBSPCG$ outperformed $HBSPCG$ by 12.73% because of the faster processing of the horizontal blocks with the $C2CGEX$ sub-algorithm, which outperformed $C2CG$ by 20.98%, and the faster processing of the diagonal, vertical and peripheral blocks (by 7.24%, 3.75% and 3.91% respectively).

On the $XG2$ graph, $RHBSPCG$ outperformed $HBSPCG$ by 5.24% because of the faster processing of the vertical blocks with the $C1CGEX$ sub-algorithm, which outperformed $C1CG$ by 5.36%, and the faster processing of diagonal, horizontal and peripheral blocks (by 7.78%, 3.91% and 4.38% respectively).

On the $XG3$ graph $RHBSPCG$ outperformed $HBSPCG$ by 6.98% because of the faster processing of the horizontal and vertical blocks with the $C1CGEX$ and $C2CGEX$ sub-algorithms which outperformed $C1CG$ and $C2CG$ by 8.69% and 21.25%, and because of the faster processing of diagonal and peripheral blocks (by 7.60% and 3.51% respectively).

The reason why on the $XG3$ graph the $RHBSPCG$ demonstrated smaller speedup compared to $XG1$ (6.98% on $XG3$ compared to 12.73% on $XG1$) is because of the clusters configuration – in $XG3$ all clusters have only V_{IN-OUT} vertices, which means, all peripheral blocks were calculated from the V_{IN-OUT} vertices (contrary to $XG1$ where all peripheral blocks were recalculated through smallest vertical or horizontal vertices), which lead to a longer total execution time and therefore to a smaller speedup.

The speedup in the calculation of the diagonal, vertical, horizontal (when calculated by $C1CG$ and $C2CG$ sub-algorithms), and peripheral blocks in the $RHBSPCG$ algorithm is caused by the matrix transformation which aligned all bridge vertices at the end of the clusters. This alignment enables better spatial locality and therefore better utilization of CPU caches.

Second set of experiments. These experiments were conducted on four random graphs of 9600 vertices where each graph has a different number of clusters, from five to twenty. All graphs have V_{IN} , V_{OUT} and V_{IN-OUT} bridge vertices in random proportions for every cluster (Table 4).

Table 4. Clusters and bridge vertices of 9600-10, 9600-15 and 9600-20 experimental graphs

Graph	Cluster Count	V_{BRIDGE}	V_{IN}	V_{OUT}	V_{IN-OUT}
9600-5	5	5940	3038	4071	1169
9600-10	10	5772	3381	3193	802
9600-15	15	5984	3819	3151	986
9600-20	20	5340	2137	3618	415

In these experiments, we measured total execution time of *HBSPCG* and *RHBSPCG* algorithms in single-threaded and multi-threaded variants (Table 5). In the single-threaded variant the *RHBSPCG* outperformed *HBSPCG* by 17.05% on 9600-5, by 23.45% on 9600-10, by 29.37% on 9600-15 and by 29.62% on 9600-20. In the multi-threaded variant, the *RHBSPCG* outperformed *HBSPCG* by 14.72%, 5.40%, 6.93% and 5.03% respectively.

Table 5. Results of the “second series” of experiments of running *RHBSPCG* and *HBSPCG* algorithms in single-threaded and multi-threaded variants on three experimental graphs 9600-5, 9600-10, 9600-15 and 9600-20. Time is in milliseconds

Graph	<i>HBSPCG</i>	<i>RHBSPCG</i>	<i>HBSPCG</i> (OpenMP)	<i>RHBSPCG</i> (OpenMP)
9600-5	58702	50152	22586	19688
9600-10	59224	47975	6045	5735
9600-15	70762	54700	4612	4313
9600-20	44686	34475	3208	3055

In all experiments. *RHBSPCG* outperformed *HBSPCG* from 17.05% to 29.62% in single threaded variant and from 14.72% to 5.03% in multi-threaded variant.

On average, the achieved speedup was 27.48% for the single-threaded implementations and 5.79% for the multi-threaded implementations.

Conclusion. We introduced new versions *C1CGEX* and *C2CGEX* of sub-algorithms for the fast computation of horizontal and vertical blocks of the shortest path distance matrix when solving the all-pairs shortest paths problem. We proposed a new reconfigurable blocked *RHBSPCG* algorithm for solving the problem. The algorithm uses the newly introduced *C1CGEX* and *C2CGEX* sub-algorithms together with the input matrix transformation (which aligns bridge vertices at the end of the cluster vertex list) and uses the dynamic selection of the sub-algorithms for calculation of vertical and horizontal blocks based on the cluster reconfiguration. These advancements allowed the *RHBSPCG* algorithm to demonstrate an average speed up of 27.48% over the *HBSPCG* algorithm in a single-threaded variant, and an average speed up of 5.79% for the same experimental graphs in multi-threaded variant.

References

1. Luzzi M., Guerriero F., Maratea M., Greco G., Garafalo M. Chatgpt and operations research: evaluation on the shortest path problem. *Soft Computing*, 2025, vol. 1, no. 3, pp. 1407–1418.
2. Ehrmantraut V., Meyer U. Going Faster: Privacy-Preserving Shortest paths from Start to End. *Cryptology ePrint Archive: 2025/1794*, 2025.
3. Duan R., Mao J., Mao X., Shu X., Yin L. Breaking the Sorting Barrier for Directed Single-Source Shortest Paths. *arXiv:2504.17033*, 2025.
4. D’Emidio, M., Di Stefano G. On Computing Top-k Simple Shortest Paths from a Single Source. *arXiv: 2509.26094*, 2025.

5. Cohen A., Gromov A., Yang K., Tian Y. Spectral Journey: How Transformers Predict the Shortest Path. *arXiv: 2502.08794*, 2025.
6. Dijkstra E. W. A note on two problems in connexion with graphs. *Numerische Mathematik*, 1959, vol. 1, no. 1, pp. 269–271.
7. Floyd R. W. Algorithm 97: Shortest path. *Communications of the ACM*, 1962, no. 5 (6), p. 345.
8. Venkataraman G., Sahni S., Mukhopadhyaya S. A Blocked All-Pairs Shortest Paths Algorithm. *Journal of Experimental Algorithmics (JEA)*, 2003, vol. 8, pp. 857–874.
9. Prihozhy A. A., Karasik O. N. Heterogeneous blocked all-pairs shortest paths algorithm. *Sistemnyy analiz i prikladnaya informatika* [System analysis and Applied Information Science], 2017, no. 3, pp. 68–75. Available at: <https://doi.org/10.21122/2309-4923-2017-3-6-75> (accessed 29.01.2023) (In Russian).
10. Prihozhy A. A., Karasik O. N. Advanced heterogeneous block-parallel all-pairs shortest path algorithm. *Trudy BGTU* [Proceedings of BSTU], issue 3, Physics and Mathematics. Informatics, 2023, no. 1 (266), pp. 77–83.
11. Prihozhy A. A., Karasik O. N. New blocked all-pairs shortest paths algorithms operating on blocks of unequal sizes. *System analysis and applied information science*, 2023, no. 4, pp. 4–13.
12. Karasik O. N., Prihozhy A. A. Blocked algorithm of finding all-pairs shortest paths in graphs divided into weakly connected clusters. *System analysis and applied information science*, 2024, no. 2, pp. 4–10.
13. Prihozhy A. A., Karasik O. N. Heterogeneous blocked all-pairs shortest paths algorithm for clustered weighted graphs. *Journal of the Belarusian State University. Mathematics and Informatics*, 2025, no. 3, pp. 61–74.
14. Prihozhy A. A., Karasik O. N. Localization of data references in blocked heterogeneous shortest paths algorithm for clustered graphs. *Trudy BGTU* [Proceeding of BSTU], issue 3, Physics and Mathematics. Informatics, 2025, no 2 (296), pp. 83–90.

Список литературы

1. Luzzi M., Guerriero F., Maratea M., Greco G., Garafalo M. Chatgpt and operations research: evaluation on the shortest path problem // *Soft Computing*. 2025. Vol. 29, no 3. P. 1407–1418.
2. Ehrmantraut V., Meyer U. Going Faster: Privacy-Preserving Shortest paths from Start to End // *Cryptology ePrint Archive: 2025/1794*. 2025.
3. Duan R., Mao J., Mao X., Shu X., Yin L. Breaking the Sorting Barrier for Directed Single-Source Shortest Paths // *arXiv:2504.17033*. 2025.
4. D’Emidio M., Di Stefano G. On Computing Top-k Simple Shortest Paths from a Single Source // *arXiv:2509.26094*. 2025.
5. Cohen A., Gromov A., Yang K., Tian Y. Spectral Journey: How Transformers Predict the Shortest Path // *arXiv:2502.08794*. 2025.
6. Dijkstra E. W. A note on two problems in connexion with graphs // *Numerische Mathematik*. 1959. Vol. 1, no. 1. P. 269–271.
7. Floyd R. W. Algorithm 97: Shortest path // *Communications of the ACM*. 1962. No. 5 (6). P. 345.
8. Venkataraman G., Sahni S., Mukhopadhyaya S. A Blocked All-Pairs Shortest Paths Algorithm // *Journal of Experimental Algorithmics (JEA)*. 2003. Vol. 8. P. 857–874.
9. Прихожий А. А., Карасик О. Н. Разнородный блочный алгоритм поиска кратчайших путей между всеми парами вершин графа // *Системный анализ и прикладная информатика*. 2017. № 3. С. 6–75. URL: <https://doi.org/10.21122/2309-4923-2017-3-6-75> (дата обращения: 29.01.2023).
10. Prihozhy A. A., Karasik O. N. Advanced heterogeneous block-parallel all-pairs shortest path algorithm // *Труды БГТУ. Сер. 3, Физико-математические науки и информатика*. 2023. № 1 (266). С. 77–83.

11. Prihozhy A. A., Karasik O. N. New blocked all-pairs shortest paths algorithms operating on blocks of unequal sizes // System analysis and applied information science. 2023. No. 4. P. 4–13.

12. Karasik O. N., Prihozhy A. A. Blocked algorithm of finding all-pairs shortest paths in graphs divided into weakly connected clusters // System analysis and applied information science. 2024. No. 2. P. 4–10.

13. Prihozhy A. A., Karasik O. N. Heterogeneous blocked all-pairs shortest paths algorithm for clustered weighted graphs // Journal of the Belarusian State University. Mathematics and Informatics. 2025. No. 3. P. 61–74.

14. Prihozhy A. A., Karasik O. N. Localization of data references in blocked heterogeneous shortest paths algorithm for clustered graphs // Труды БГТУ. Сер. 3, Физико-математические науки и информатика. 2025. № 2 (296). С. 83–90.

Information about the authors

Prihozhy Anatoly Alexievich – DSc (Engineering), Professor, Professor, the Department of Computer and System Software. Belarusian National Technical University (65 Nezavisimosti Ave., 220013, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: prihozhy@bntu.by. ORCID: 0000-0002-1941-0806.

Karasik Oleg Nikolaevich – PhD (Engineering), Tech Lead. ISsoft Solutions (5 Chapaeva str., 220034, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: karasik.oleg.nikolaevich@gmail.com. ORCID: 0009-0000-9670-4181.

Информация об авторах

Прихожий Анатолий Алексеевич – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры программного обеспечения информационных систем и технологий. Белорусский национальный технический университет (пр-т Независимости, 65, 220013, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: prihozhy@bntu.by. ORCID: 0000-0002-1941-0806.

Карасик Олег Николаевич – кандидат технических наук, ведущий инженер. Иностранное производственное унитарное предприятие «Иссофт Солюшенз» (ул. Чапаева, 5, 220034, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: karasik.oleg.nikolaevich@gmail.com. ORCID: 0009-0000-9670-4181.

Received 17.12.2025

УДК 004.415.25

Н. Н. Бич

Гродненский государственный медицинский университет

**ПРОГРАММНЫЙ МОДУЛЬ МНОГОЧИСЛЕННОЙ
КОНВЕРТАЦИИ ФАЙЛОВ OBJ В ФОРМАТ CSV**

Актуальность данной работы обусловлена отсутствием соответствующего приложения как в отечественном мире разработок, так и в зарубежном. Наличие такой разработки поможет одновременно проанализировать содержимое многочисленного количества файлов. Основная цель работы – реализовать программный модуль для массового преобразования файлов формата obj в формат csv. Рассматриваемые файлы получены путем непрерывного сканирования конфокальным микроскопом гистологических образцов. В каждой точке образца считывается суперпозиция пиков спектра, формируются obj-файлы. Для удобства исследования полученные файлы необходимо преобразовать в простой для анализа формат csv. Разработка самостоятельного программного модуля на языке R является решением данной задачи. Выбранный язык – целая рабочая среда, куда уже встроены готовые методы статистического анализа и инструменты для визуализации. Разработанное приложение однозадачно, но его открытый код позволит в дальнейшем дописать дополнительные библиотеки для анализа полученных данных и рассматривать их не только как выборки небольших объемов, но и в формате BigData. Его плюсы заключаются в том, что он работает почти под любой операционной системой, включая Windows7, не имеет аналогов, может быть использован в дальнейшем как базовый модуль спроектированной и реализованной сложной информационной системы, позволяющей анализировать данные, обучаться, делать прогнозы.

Ключевые слова: программирование, конвертация, пик, файлы obj, формат csv.

Для цитирования: Бич Н. Н. Программный модуль многочисленной конвертации файлов obj в формат csv // Труды БГТУ. Сер. 3, Физико-математические науки и информатика. 2026. № 1 (302). С. 128–135.

DOI: 10.52065/2520-6141-2026-302-11.

N. N. Bich

Grodno State Medical University

**MULTIPLE CONVERSION SOFTWARE MODULE
OBJ FILES IN CSV FORMAT**

The relevance of this work is due to the lack of an appropriate application, both in the domestic world of development and abroad. The presence of such a development will help to temporarily analyze the contents of a large number of files. The main purpose of the work is to implement a software module for mass conversion of obj format files to csv format. The files in question were obtained by continuous scanning of histological samples with a confocal microscope. The super-position of the spectrum peaks is read at each point of the sample, and obj files are generated. For the convenience of research, the obtained files must be converted into an easy-to-analyze cvs format. The development of an independent software module in the R language is the solution to this problem. The chosen language is an entire working environment, where ready-made statistical analysis methods and visualization tools are already embedded. The developed application is single-tasking, but its open source code will allow additional libraries to be added in the future to analyze the data obtained, considering them not only as small samples, but also in BigData format. Its advantages are that it works under almost any operating system, including Windows7, has no analogues, and can be used as a basic module of a further designed and implemented complex information system that allows data analysis, learning, and making predictions.

Keywords: programming, conversion, peak, obj files, csv format.

For citation: Bich N. N. Multiple conversion software module obj files in csv format. *Proceedings of BSTU, issue 3, Physics and Mathematics, Informatics*, 2026, no. 1 (302), pp. 128–135 (In Russian).

DOI: 10.52065/2520-6141-2026-302-11.

Введение. В химии и биологии основной целью исследования спектров является анализ спектральных пиков. Результат решения данной задачи есть цифровая интерпретация химического состава или строения образца, представленная метрическими массивами данных.

Процесс проведения спектрального анализа сопровождается рядом сложностей, связанных с отсутствием или частичным наличием автоматизации обработки данных спектра. Процедура автоматического анализа постоянно прерывается вмешательством человека, что замедляет процесс обработки. Это объясняется отсутствием полного программного компонентного комплекса, включающего помимо модуля формирования спектрального изображения ряд дополнительных частных блоков, реализующих решение отдельных задач посредством удобной для пользователя программной графической оболочки. В качестве самостоятельных программных модулей выступают процедуры, выполняющие следующие функции: считывание данных из файлов, представление данных в формате, удобном для исследования, визуализация данных, их статистический анализ, интерпретация полученных результатов. Цель данной публикации – описать разработку программного блока, который является частью подготовительного этапа на пути основного исследования полученных данных. В частности, речь идет о трех первых опциях программного комплекса: считывание, форматирование, визуализация.

Основная часть. В данной работе исследованию подлежат детальные спектры люминесценции наночастиц CdSe/ZnS во многих точках гистологического образца [1]. Регистрация подобных сигналов была проведена с использованием конфокального микроскопа «NanoFinder 30». Микроскоп функционирует в режиме сканирования с диапазоном регистрации длин волн: 480–800 нм [1]. В качестве гистологических препаратов использовались следующие образцы: 8390, 13920, 25020, 32205 (все – пораженные); 27583, 28272, 51074 (дисплазия); 11589, 16286 (здоровые ткани) [1].

Тонирование образцов спектрами люминесценции наночастиц CdSe/ZnS, записанными в различных pH-окружениях (pH: 1, 3, 4, 6, 7, 9, 10) – так называемых эталонных спектрах, проводилось программно по оригинальной методике [1]. Автоматически для каждой отдельно взятой точки образца считывалась суперпозиция пиков. Затем она визуализировалась в виде картинка с графиком зависимости интенсивности отраженной световой волны от ее длины. Изображения спектров были закодированы и сохранены в одинаковом формате orj для их дальнейшей обработки.

Файлы с расширением orj либо orju (новая версия orj с обновленной структурой unicode для сохранения проектов) – это файлы авторского формата, чьи права принадлежат компании OriginLab. Такой вид файлов используется для хранения научных данных, а также их визуализации посредством электронных таблиц и графиков [2].

Если открыть orj-документ с помощью специальной программы просмотра, информация, в конкретном случае о спектрах, будет представлена данными, размещенными на двух вкладках. Первая вкладка содержит график зависимости интенсивности отраженного света на определенной длине волны, вторая – электронную таблицу с двумя массивами числовых показателей: абсцисс и ординат точек графика, соответствующих количеству измерений, полученных для отдельного образца в группе исследования (рис. 1).

Чтобы работать с показателями дальше, сохранив их предварительно в отдельное хранилище, они должны быть доступны программному пакету, например Ms Excel, Statistica, или программной среде со встроенным языком программирования для проведения над ними определенного анализа с последующей интерпретацией результатов. OriginLab для этого подходит не в полной мере. Поэтому данные, представленные orj-файлами, необходимо конвертировать в наиболее универсальный для таких манипуляций формат, например csv.

Рассматриваемый стандарт прост, совместим с различными приложениями и платформами, широко используется для обмена данными между разными программами, базами данных и электронными таблицами. Небольшой размер csv делает его эффективным для обработки больших наборов данных. Простая структура (легко считываемые значения, разделенные запятыми, представленные в виде строк) облегчает его синтаксический анализ [3].

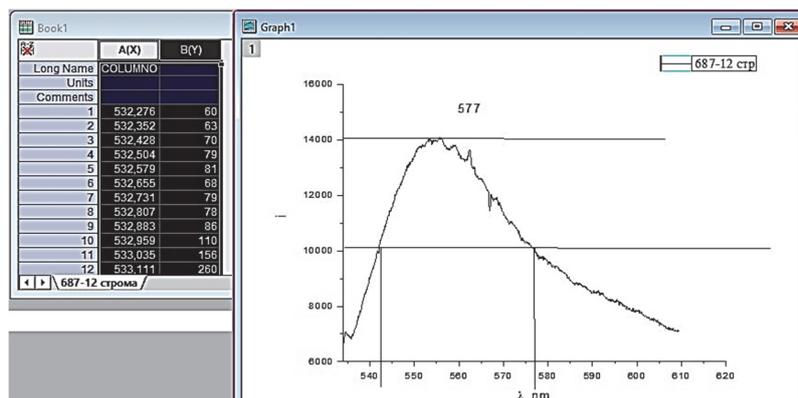


Рис. 1. Представление данных в OriginLab

Важность многочисленного автоматического преобразования orj-ресурсов в csv-формат обуславливается необходимостью работы с данными, хранящимися в них, как с единой генеральной совокупностью, как правило, большой размерности.

Существуют различные бесплатные конверторы, в том числе и среда просмотра OriginLab, позволяющие экспортировать orj-файлы в csv-стандарт. Недостатком всех этих приложений является возможность только единичного преобразования каждого отдельно взятого orj-объекта, а также их сепаративность относительно программ дальнейшей обработки данных в силу отсутствия между ними прямой связи. Это делает соответствующую процедуру монотонной и непродуктивной.

Новый вид orji результативнее в производительности относительно своего предшественника, более открыт для внешних программных средств его обработки, но, тем не менее, массовая конвертация таких файлов в csv-формат средой просмотра все так же невозможна.

Чтобы сделать этот процесс более продуктивным, целесообразно воспользоваться альтернативными программными продуктами. Для этого был сделан обзор существующих решений, соответствующих поставленной задаче. В результате не было выявлено каких-либо конкретных законченных вариантов, готовых к конечному использованию. Предлагаемые решения, например, [4], в основном представляют собой часть задачи и, как правило, содержат ошибки и недочеты, требуют доработки и могут использоваться лишь как основа для дальнейшей разработки.

В связи с этим было предложено разработать оригинальное приложение посредством языков программирования, имеющих помимо возможности подключения соответствующих библиотек для работы с orj-файлами, средства анализа данных.

Среда просмотра orj-файлов Origin имеет встроенный язык сценариев (LabTALK). LabTALK может быть расширен с помощью встроенного языка компиляции Origin C, в основе которого лежит C / C ++. Основная функция данного инструмента – управление программным обеспечением, что делает LabTALK неудобным и малоэффективным для обработки и анализа данных.

Эффективнее всего воспользоваться преимуществами таких языков программирования, как Python или R. Выбор сделан в пользу последнего, поскольку данное средство оказалось менее требовательным относительно совместимости версий операционной системы и языка программирования при решении задачи импорта orj-формата в формат csv.

Язык программирования R обладает богатой экосистемой библиотек, предоставленных пользователями со всего мира. Векторы применения этих библиотек разнообразны и охватывают такие актуальные инструменты для исследования, как статистика, машинное обучение, визуализация данных, анализ временных рядов и многое другое. Обширный функционал R-языка всегда легко может быть расширен соответствующей установкой дополнительных программных модулей. Мощный инструментарий R значительно сокращает время, необходимое для реализации сложных функциональных возможностей.

В данной публикации представлена разработка нового программного инструмента с открытым исходным кодом. Этот инструмент, как дополнительный модуль, позволяет пользователям выполнять быструю конвертацию многочисленных `orj`-файлов в формат `csv` через простой пользовательский интерфейс, что значительно ускоряет подготовку данных для последующего исследования. Измененные файлы сохраняются в требуемом формате в каталог, предусмотренный приложением по умолчанию. Так как файлы могут конвертироваться потоком, при сохранении им автоматически присваиваются исходные имена для того, чтобы было понятно, какой из файлов выборки был преобразован.

На рис. 2 представлена схема организации работы приложения.



Рис. 2. Схема организации работы приложения

Весь код программы, как было указано выше, написан на языке программирования R. Сценарий содержит два основных момента.

Первый заключается в том, чтобы иметь возможность дальнейшей перспективной модификации программы. Для этого она нуждается в подвижном инструменте обработки показателей. В связи с этим рационально было дополнить существующий сценарий интерактивными эффектами `web`-приложения с графическим интерфейсом пользователя (сокращенно `UI`) – огромное преимущество для небольшого приложения. Решить подобную задачу помогло подключение в коде необходимой библиотеки (фреймворка) `library(shiny)`. Данная библиотека представляет собой тщательно отобранный набор функций пользовательского интерфейса, которые генерируют скрипты `HTML`, `CSS` и `JavaScript`, необходимые для выполнения обычных задач и позволяющие запускать приложение непосредственно из браузера, не требуя при этом дополнительных знаний подробностей установки R, что существенно упрощает процесс инсталляции приложения для конечного потребителя.

`UI` и `Server` – два базовых модуля фреймворка `library(shiny)` (рис. 3, 4). Первый под руководством второго отвечает за сборку объектов, представляющих внешний вид приложения. Таким образом, `UI` – внешний вид программы, `Server` – ее техническая сторона, реализующая логику работы интерфейса, обеспечивающую процесс взаимодействия с пользователем. Оба модуля непосредственно плотно коррелируют друг с другом и наделяют программу такой ключевой особенностью, как реактивность. Все расчеты, манипуляции, происходящие в серверной части, напрямую зависят от значений (`inputs`), введенных пользователем в интерактивном режиме. Изменения во внешней части вызывают реакцию сервера, который в свою очередь через выходные элементы (`outputs`) обновляет интернет-страницу, избегая ручного вмешательства [5, 6].

Второй момент основывается на чтении файлов `orj`. Для этого в коде программы используется библиотека `library(ropj)` [7]. Данный пакет экспортирует единственную полезную в данном контексте функцию `read.orj`:

```
read.orj(sample_file, encoding = "latin1", tree = FALSE),
```

способную прочитать файлы программы `OriginLab` и вернуть список объектов, из которых он состоит.

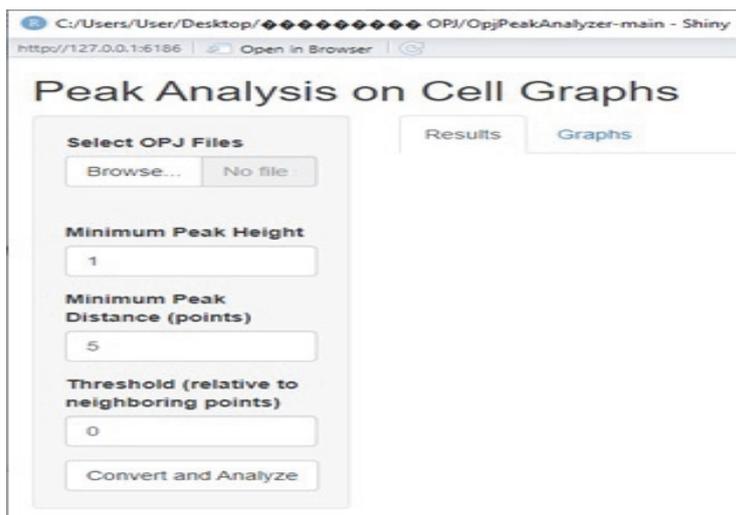


Рис. 3. Модуль UI – интерфейс программы

Функция включает несколько параметров. Ключевым из них является аргумент – `file`. В нашем случае он имеет имя `sample_file` и представляет собой путь к файлу, содержащему в данной работе электронную таблицу. В других вариантах файл может рассматриваться как массив или запись. Второй аргумент функции `read.opj` – `encoding`, соответствует выбранной кодировке кортежей внутри открываемого файла [7]. Данный параметр в соответствии с кодовой страницей символов ANSI по умолчанию равен безопасному значению `latin1`.

```
server <- function(input, output, session) {
  output$column_select_ui <- renderUI({
    req(input$file_opj)
    sample_file <- input$file_opj$datapath[1]
    opj_data <- tryCatch({
      read.opj(sample_file, encoding = "latin1", tree = FALSE)
    }, error = function(e) {
      showNotification(paste("Error reading file:", basename(sample_file), "-", e$message), type = "error")
      return(NULL)
    })
    if (is.null(opj_data)) return(NULL)
    first_obj <- opj_data[[1]]
    if (!is.data.frame(first_obj)) return(NULL)
    cols <- names(first_obj)
    tagList(
      selectInput("x_col", "Select X Column", choices = cols, selected = cols[1]),
      selectInput("y_col", "Select Y Column", choices = cols, selected = cols[2]),
      helpText("Phantom coordinates will be automatically removed before analysis.")
    )
  })
}
```

Рис. 4. Модуль Server – реализация интерфейса

Следующий показатель `tree`, относящийся к булевому типу, контролирует структуру возвращаемого списка [7]. Если его значение по умолчанию равно `FALSE`, то на выходе содержимое файла будет представлено плоским списком, а его идентификаторы соответствовать коротким именам объектов. В противном случае, если `tree` принимает значение `TRUE`, то список становится рекурсивной древовидной структурой данных с вложенным доступом к его объектам посредством указания имен всех узлов-элементов, предшествующих данному. Последний вариант имеет определенные сложности в работе, поэтому в рассматриваемом коде в качестве значения параметра `tree` используется значение `false`.

Определенно, функция `read.opj` дополнительно сопровождается рядом сценариев, обеспечивающих проверку корректности выполнения процесса считывания данных из файла. При этом она является ключевой и единственной функцией, предоставляющей доступ

к ресурсам орj-файла, что позволяет перейти к следующему важному шагу, а именно сохранить полученные объекты в подходящем для анализа данных формате csv с помощью функции `write.csv(obj, file = csv_path, row.names = FALSE, fileEncoding = "UTF-8")`, где параметр `obj` – объект орj файла, в нашем случае координаты точек спектра, представленные таблицей. Значение, которое принимает параметр `obj` с помощью функции `write`, пишется в формат csv. Логическая переменная `row.names` принимает значение `false`, так как наименование строк нам не требуется. В качестве атрибута `fileEncoding` взята кодировка «UTF-8», на тот случай, если в программе будут использоваться языки, не предусмотренные операционной системой.

Функция `write` аналогично функции `read` также сопровождается дополнительным кодом, соответствующим проверке на адекватность полученного результата.

После конвертации в приложении доступна демонстрация значений csv-файла на графике.

Иллюстрация результатов конвертации в первую очередь необходима для визуального сравнения данных, полученных в итоге исследования здоровых и больных биоклеток.

Есть возможность выбрать переменные, для которых нужно построить и отобразить зависимость. Также в программе (рис. 5) представлены первоначальные настройки для иллюстрации пиков спектра на графике:

- Minimum Peak Height – минимальная высота пика, отображаемая на рисунке;
- Minimum Peak Distance (points) – наименьшее допустимое расстояние между точками на графике;
- Threshold (relative to neighboring points) – пороговое значение, которое возможно принять за пик.

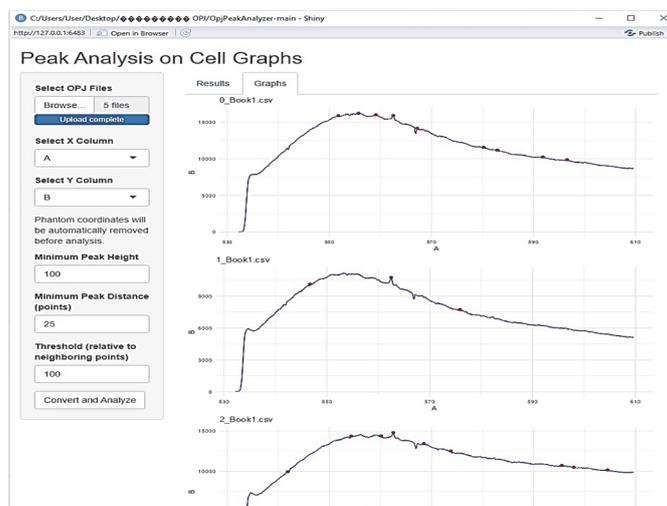


Рис. 5. Графическое представление значений csv-файла

Для идентификации пиков в массиве данных в коде задействована библиотека `library` (`grasta`), которая имеет в своем составе большое количество функций, в частности функции оптимизации. Для нахождения некоторых агрегированных значений пиков, их дополнительных числовых показателей (высот, расстояний, частот), осуществления над ними фильтрации в программе применяется библиотека `library` (`dplyr`).

Непосредственное построение графиков с несколькими фасадами осуществляется с помощью мощной и популярной библиотеки `library` (`ggplot2`). Основная ее функция `ggplot` имеет несколько параметров, отвечающих за набор отображаемых данных, тип и стиль графика.

Пики спектров, представленные в csv-формате, в перспективе позволят получить их характеристики (расстояния между соседними пиками, максимумы и минимумы среди пиков, высоты максимумов и минимумов, расстояние между ними) для дальнейшей обработки

и статистического анализа, чтобы понять, есть ли значимая разница в результатах детального исследования спектров люминесценции наночастиц гистологических образцов здоровых и больных биоклеток.

Заключение. В качестве заключения отметим, что приложение может работать в Linux, Windows и macOS. Оно не является многофункциональным, но его практическая значимость высока. Механизм преобразования указанного формата полностью автоматизирован, что дает возможность сократить время подготовки показателей биосигналов, представить их в удобной для обработки форме и планировать очередные шаги реализации следующих модулей целого программного комплекса, позволяющих провести наглядную оценку частоты зарегистрированного сигнала, так и более развернутую обработку, включающую вычисление важных параметров, на основе большого диапазона методов – от статистического до спектрального анализа [8].

Список литературы

1. Копыцкий А. В., Хильманович В. Н. Определение распределения рН гистологического среза, выдержанного в водном растворе квантовых точек CDSE/ZNS, по их спектрам люминесценции // Медицинский университет: современные взгляды и новые подходы: материалы Респ. науч.-практ. конф. с междунар. участием, посвященной 65-летию Гродненского гос. мед. ун-та, Гродно, 28–29 сент. 2023 г. Гродно, 2025. С. 11–12.
2. Шпаков К. В. Обработка данных в OriginPro // Data process manual (rus).md: сайт. 2020. URL: [https://github.com/shpakovkv/OriginPro/blob/master/Data process manual \(rus\).md](https://github.com/shpakovkv/OriginPro/blob/master/Data%20process%20manual%20(rus).md) (дата обращения: 12.12.2024).
3. Васильев А. Н. Экспорт файла JSON в CSV с помощью Python // Программирование на Python: сайт. 2021. URL: <https://pythonim.ru/osnovy/eksport-fayla-json-v-csv-s-pomoschyu-python?ysclid=m5qhk3уухl396343004> (дата обращения: 12.12.2024).
4. Areed0615 Spectrophotometer-data-compiler // github: сайт. 2025. URL: <https://github.com/Areed0615/Spectrophotometer-data-compiler> (дата обращения: 12.12.2024).
5. Введение в машинное обучение // Учебник R: сайт. 2021. URL: <https://nweb42.com/books/r-lang/vvedenie-v-shiny/> (дата обращения: 12.12.2024).
6. Тихонов А. Н. Визуализация статистики производительности оборудования с R – Shiny // Хабр: сайт. 2015. URL: <https://habr.com/ru/articles/253419/> (дата обращения: 12.12.2024).
7. Garriga M. Package «Rorj» // CRAN: сайт. 2025. URL: <https://cran.r-project.org/web/packages/Rorj/Rorj.pdf> (дата обращения: 12.12.2024).
8. Бич Н. Н., Кынкурогов А. А., Скируха А. А. Разработка программного модуля многочисленной конвертации файлов OPJ в формат CSV // Модернизация высшего образования в сторону цифровизации проблемы, решения, перспективы: материалы II Респ. науч.-практ. конф. с междунар. участием, Гродно, 12 марта. 2025 г. Гродно, 2025. С. 11–12.

References

1. Kopytskiy A. V., Khil'manovich V. N. Determination of the PH distribution of a histological section aged in an aqueous solution of CDSE/ZNS quantum dots by their luminescence spectra *Meditinskij universitet: sovremennyye vzglyady i novyye podkhody: materialy Rесп. nauch.-prakt. konf. s mezhduнар. uchastiyem, posvyashchennoy 65-letiyu Grodnenskogo gos. med. un-ta* [Medical University: modern views and new approaches: proceedings of the Republican scientific and practical conference with international participation dedicated to 65-anniversary of the Grodno State Medical University]. Grodno, 2025, pp. 11–12 (In Russian).
2. Shpakov K. V. Data processing in OriginPro [*Data process manual (rus).md*]: website. 2020. Available at: [https://github.com/shpakovkv/OriginPro/blob/master/Data process manual \(rus\).md](https://github.com/shpakovkv/OriginPro/blob/master/Data%20process%20manual%20(rus).md) (accessed 12/12/2024) (In Russian).

3. Vasil'yev A. N. Exporting a JSON file to CSV. *Programmirovaniye na Python: sayt* [Python Programming]: website, 2021. Available at: <https://pythonim.ru/osnovy/eksport-fayla-json-v-csv-s-pomoschu-python?ysclid=m5qhk3yyxl396343004> (accessed 12.12.2024) (In Russian).

4. Areed0615 Spectrophotometer-data-compiler. *github*: website. 2025. Available at: <https://github.com/Areed0615/Spectrophotometer-data-compiler> (accessed 12.12.2024) (In Russian).

5. Introduction to Machine Learning. *Uchebnik R* [Uchebnik R]: website, 2021. Available at: <https://nweb42.com/books/r-lang/vvedenie-v-shiny/> (accessed on 12.12.2024) (In Russian).

6. Tikhonov A. N. Visualization of Equipment Performance Statistics with R – Shiny. *Khabr: sayt* [Khabr]: website. 2015. Available at: <https://habr.com/ru/articles/253419/> (accessed 12.12.2024) (In Russian).

7. Garriga M. Package “Ropj”. *CRAN*: website, 2025. Available at: <https://cran.r-project.org/web/packages/Ropj/Ropj.pdf> (accessed 12.12.2024) (In Russian).

8. Bich N. N., Kynkurogov A. A., Skirukha A. A. Development of a software module for multiple conversion of OPJ files into CSV format. *Modernizatsiya vysshego obrazovaniya v storonu tsifrovizatsii problemy, resheniya, perspektivy: materialy II Resp. nauch.-prakt. konf. s mezhdunar. uchastiyem* [Modernization of higher education towards digitalization problems, solutions, prospects: proceedings of the II Republican Scientific and practical conference with international participation]. Grodno, 2025, pp. 11–12.

Информация об авторе

Бич Наталья Николаевна – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры медицинской и биологической физики. Гродненский государственный медицинский университет (ул. М. Горького, 80, 230000, г. Гродно, Республика Беларусь). E-mail: nadaliya@mail.ru. SPIN-код: 5435-9008.

Information about the author

Bich Natalia Nikolaevna – PhD (Physics and Mathematics), Associate Professor, Assistant Professor, the Department of Medical and Biological Physics. Grodno State Medical University (80 M. Gorky str., 230000, Grodno, Republic of Belarus). E-mail: nadaliya@mail.ru. SPIN code: 5435-9008.

Поступила после доработки 14.12.2025

СОДЕРЖАНИЕ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ	5
МАТЕМАТИКА	5
Якименко А. А. Модальная управляемость одной двумерной системы запаздывающего типа с пятью соизмеримыми запаздываниями.....	5
Можей Н. П. Инвариантные связности на четырехмерных симметрических однородных пространствах с почти симплектической структурой. Комплексный случай.....	15
ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА	27
Карлович Т. Б., Наркевич А. Л. Экспериментальное исследование движения волчка тип-топ при его автоматизированном раскручивании.....	27
ФИЗИКА	35
Гладков Л. Л., Кленицкий Д. В., Крук Н. Н. Контур π -сопряжения в макроцикле витамина B ₁₂	35
Кленицкий Д. В., Гладков Л. Л., Вершиловская И. В., Крук Н. Н. Об ароматичности макроциклических тетрапиррольных соединений в нижнем триплетном T ₁ состоянии.....	42
ИНФОРМАТИКА И ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ	52
МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ И УПРАВЛЕНИЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ	52
Гринюк Д. А., Бакаленко В. И., Дейнека Т. А., Олиферович Н. М., Сухорукова И. Г. Информационные и управляющие системы для выращивания растений в теплицах.....	52
Ассанович Б. А., Косарева Е. В., Бич Н. Н. Методика создания детектора падения пожилых людей на основе машинного зрения и преобразования признаков движения объекта.....	76
ОБРАБОТКА И ПЕРЕДАЧА ИНФОРМАЦИИ	87
Попеня Н. В., Романенко Д. М. Метод адаптивной видеостеганографии для H.264-сжатых видеопотоков на основе модуляции DST-коэффициентов и анализа стабильности сцен.....	87
АЛГОРИТМИЗАЦИЯ И ПРОГРАММИРОВАНИЕ	100
Кантарович В. С., Урбанович П. П. Эффективность методов обфускации программного кода для языков программирования <i>PHP</i> и <i>JavaScript</i>	100
Karasik O. N., Prihozhy A. A. Reconfigurable heterogeneous blocked shortest path algorithm for clustered graphs.....	118
Бич Н. Н. Программный модуль многочисленной конвертации файлов <i>obj</i> в формат <i>csv</i>	128

CONTENTS

PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES	5
MATHEMATICS	5
Yakimenka A. A. Modal controllability of one two-dimensional delayed system with five commensurate delays	5
Mozhey N. P. Invariant connections on four-dimensional symmetric homogeneous spaces with almost symplectic structure. The complex case	15
MECHANICS	27
Karlovich T. B., Narkevich A. L. Experimental investigation of a tip-top motion during its automated spin	27
PHYSICS	35
Gladkov L. L., Klenitsky D. V., Kruk M. M. π -Conjugation pathway in the macrocycle of vitamin B ₁₂	35
Klenitsky D. V., Gladkov L. L., Vershilovskaya I. V., Kruk M. M. On the aromaticity of macrocyclic tetrapyrrolic compounds in the lowest triplet T ₁ state	42
COMPUTER SCIENCE AND ENGINEERING SCIENCES	52
MODELLING OF PROCESSES AND MANAGEMENT IN TECHNICAL SYSTEMS	52
Hryniuk D. A., Bakalenko V. I., Deineka T. A., Oliferovich N. M., Suchorucova I. G. Information and control systems for plant growing in greenhouses	52
Assanovich B. A., Kosareva E. V., Bich N. N. Method for creating a fall detector for elderly people based on machine vision and transformation of object motion features.....	76
PROCESSING AND TRANSMISSION OF INFORMATION	87
Popenya N. V., Romanenko D. M. An adaptive video steganography method for H.264-compressed video based on DCT coefficient modulation and scene stability analysis.....	87
ALGORITHMIC AND PROGRAMMING	100
Kantarovich V. S., Urbanovich P. P. Efficiency of program code obfuscation methods for <i>PHP</i> and <i>JavaScript</i> programming languages.....	100
Karasik O. N., Prihozhy A. A. Reconfigurable heterogeneous blocked shortest path algorithm for clustered graphs	118
Bich N. N. Multiple conversion software module obj files in csv format.....	128

Редактор *Р. М. Рябая*
Компьютерная верстка *П. В. Ковальцова, В. А. Маркушевская*
Корректор *Р. М. Рябая*

Подписано в печать 13.03.2026. Формат 60×84^{1/8}.
Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Печать ризографическая.
Усл. печ. л. 16,0. Уч.-изд. л. 14,4.
Тираж 34 экз. Заказ .

Издатель и полиграфическое исполнение:
УО «Белорусский государственный технологический университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/227 от 20.03.2014.
ЛП № 38200000001984.
Ул. Свердлова, 13а, 220006, г. Минск.