

## Тема № 5.

# Формализованные и комплексные методы прогнозирования и планирования

# Математическое моделирование социально-экономических процессов

**Прогнозирование с использованием моделей включает:**

- разработку модели;
- экспериментальный анализ модели;
- сопоставление результатов прогнозных расчетов с фактическими показателями;
- корректировку модели.

# Классификация моделей

## По уровню управления:

- модели мировой экономики;
- макроэкономические модели;
- мезоэкономические (межотраслевые, межрайонные, отраслевые, региональные);
- микроэкономические.

## Классификация моделей

### **По направлениям развития экономики:**

- воспроизводства основных фондов;
- трудовых ресурсов;
- цен и инфляции;
- инвестиционной деятельности;
- внешнеэкономических связей и др.

# Классификация моделей

**По используемому математическому аппарату:**

- балансовые;
- экономико-статистические и эконометрические;
- модели оптимального планирования;
- стохастические;
- модели теории игр;
- сетевого планирования;
- имитационные, комплексные.

## *Балансовая модель предприятия*

Производство	Потребление		Конечная продукция предприятия	Валовой оборот предприятия
	Основное производство	Обслуживающее производство		
Основное производство	$A_1$	$A_2$	$Y_1$	$X_1$
Вспомогательное производство	$A_3$	$A_4$ (I)	$Y_2$ (II)	$X_2$
Потребляемые сырье, материалы, топливо и энергия со стороны	$M_1$	$M_2$	P (IV)	
Основные группы производственного оборудования	$O_1$	$O_2$		
Основные группы работников	$R_1$	$R_2$ (III)		

## Экономико-статистические модели

- Однофакторные:

$$Y = a + bx, \quad Y = a + \frac{b}{x}, \quad Y = a + b \lg x$$

- Многофакторные:

$$Y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n),$$

- Эконометрические:

$$y = a_1x + a_2z + a_3m$$

$$m = b_1x + b_2n$$

## Модель оптимизации структуры производства продукции

$$F(\bar{X}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (P_{ij} - c_{ij} - t_{ij}) \cdot x_{ij} \rightarrow \max,$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_i^k x_{ij} \leq b_k; \quad i = \overline{1..n}; j = \overline{1, m}; k = \overline{1..p},$$

$$\sum_{i=1}^n d_i x_i \leq K \cdot F, \quad i = \overline{1, n}; \quad j = \overline{1, m}; k = \overline{1, \dots, p}$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m x_{ij} \leq M_i, \quad i = \overline{1, n}; \quad j = \overline{1, m},$$

$$D_{ij} \leq x_{ij} \leq E_{ij}$$

## Модель оптимизации портфеля ценных бумаг

$$V_{ij} = \sum_{t=1}^T (R_{it} - R_{i,cp}) \cdot (R_{jt} - R_{j,cp}) / T$$

$$V_P = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i \cdot x_j \cdot V_{ij} \dots (\min)$$

$$R_{p,cp} = \sum_{i=1}^n x_i \cdot R_{i,cp} \dots (\max)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \cdot R_{i,cp} = R_{p,cp}^*$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i \cdot x_j \cdot V_{ij} = V_P^*$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

Период наблюдения	Доходность акций, %		
	компании № 1	компании № 2	компании № 3
1	15	17	20
2	16	18	23
3	17	20	24
4	15	18	22
5	17	17	26
6	16	16	18
7	16	20	21

$$R_{1cp} = (15+16+17+15+17+16+16) / 7 = 16 \%$$

$$R_{2cp} = (17+18+20+18+17+16+20) / 7 = 18 \%$$

$$R_{3cp} = (20+23+24+22+26+18+21) / 7 = 22 \%$$

$$V_{11} = 0,667;$$

$$V_{12} = 0,333;$$

$$V_{13} = 1,333;$$

$$V_{22} = 2,333;$$

$$V_{23} = 1,333;$$

$$V_{33} = 7.$$

А) Минимизация риска при заданной доходности:

$$V_p = 0,667X_1^2 + 0,333X_1X_2 + 1,333X_1X_3 + 2,333X_2^2 + 1,333X_2X_3 + 7X_3^2 \quad (\text{min})$$

$$16X_1 + 18X_2 + 22X_3 = 19$$

$$X_1 + X_2 + X_3 = 1$$

$$X_1 = 0,21$$

$$X_2 = 0,43$$

$$X_3 = 0,36$$

Б) Максимизация доходности при заданном риске:

$$R_p = 16X_1 + 18X_2 + 22X_3 \quad (\text{max})$$

$$0,667X_1^2 + 0,333X_1X_2 + 1,333X_1X_3 + 2,333X_2^2 + 1,333X_2X_3 + 7X_3^2 = 1,333$$

$$X_1 + X_2 + X_3 = 1$$

$$X_1 = 0,32$$

$$X_2 = 0,39$$

$$X_3 = 0,29$$

## Динамическая оптимизационная модель

Сумма капитальных вложений (x)	Значение функции $g_n(x)$ для соответствующего проекта			
	1	2	3	4
20	7	9	8	12
40	15	18	19	25
60	52	29	30	51
80	59	41	47	58
100	60	60	58	69

Выделенная сумма инвестиций С	$g_1(X)$ .	$g_2(X)$ .	$g_{1,2}(X)$	Распределение ассигнований между I и II предприятиями
0	0	0	0	0; 0
20	0	9	9	0; 20
40	0	18	18	0; 40
60	52	0	52	60; 0
80	52	9	61	60; 20
100	52	18	70	60; 40

Выделенная сумма инвестиций С	$g_{1,2}(X)$ .	$g_3(X)$ .	$g_{1,2,3}(X)$	Распределение ассигнований между I, II и III предприятиями
0	0	0	0	0; 0; 0
20	9	0	9	0; 20; 0
40	0	19	19	0; 0; 40
60	52	0	52	60; 0; 0
80	61	0	61	60; 20; 0
100	52	19	71	60; 0; 40

Выделенная сумма инвестиций С	$g_{1,2,3}(X)$ .	$g_4(X)$ .	$g_{1,2,3,4}(X)$	Распределение ассигнований между I, II, III и IV предприятиями
0	0	0	0	0; 0; 0; 0
20	0	12	12	0; 0; 0; 20
40	0	25	25	0; 0; 0; 40
60	52	0	52	60; 0; 0; 0
80	52	12	64	60; 0; 0; 20
100	52	25	77	60; 0; 0; 40

# Модели теории игр

## Схема платежной матрицы игры

	$B_1$	$B_2$	...	$B_n$
$A_1$	$a_{11}$	$a_{12}$	...	$a_{1n}$
$A_2$	$a_{21}$	$a_{22}$	...	$a_{2n}$
...	...	...	...	...
$A_m$	$a_{m1}$	$a_{m2}$	...	$a_{mn}$

	$r_1$	$r_2$	$r_3$	$a_i$
$a_1$	9	11	14	5
$a_2$	8	8	15	5
$a_3$	8	9	10	4
$p_j$	0,5	0,3	0,2	

## Платежная матрица игры

$A_i$	$\Pi_j$	$\Pi_1(9\%;8\%;8\%)$	$\Pi_2(11\%;8\%;9\%)$	$\Pi_3(14\%;15\%;10\%)$
$A_1(5; 5; 4)$		1,17	1,31	1,85
$A_2(10; 0; 4)$		1,22	1,46	1,8
$A_3(0; 10; 4)$		1,12	1,16	1,9

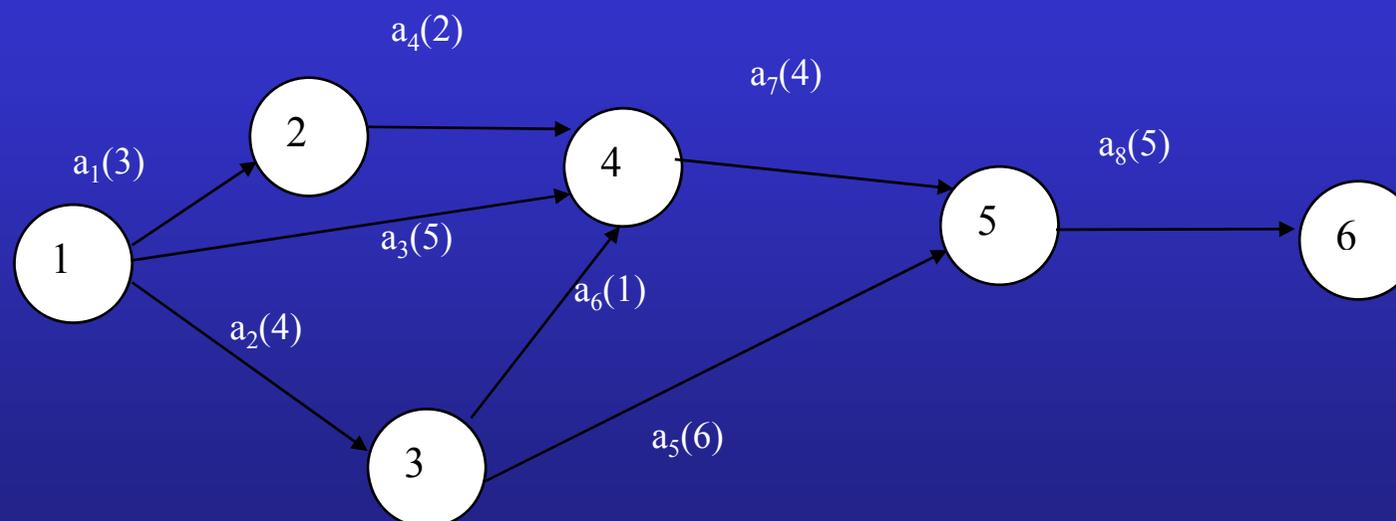
	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi_3$	$\alpha_i$
$A_1$	1,17	1,31	1,85	1,17
$A_2$	1,22	1,46	1,8	<u>1,22</u>
$A_3$	1,12	1,16	1,9	1,12
$\beta_j$	<u>1,22</u>	1,46	1,9	

## Матрица рисков

	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi_3$	$r_i$
$A_1$	0,05	0,15	0,05	0,15
$A_2$	0	0	0,1	0,1
$A_3$	0,1	0,3	0	0,3

# Модели сетевого планирования

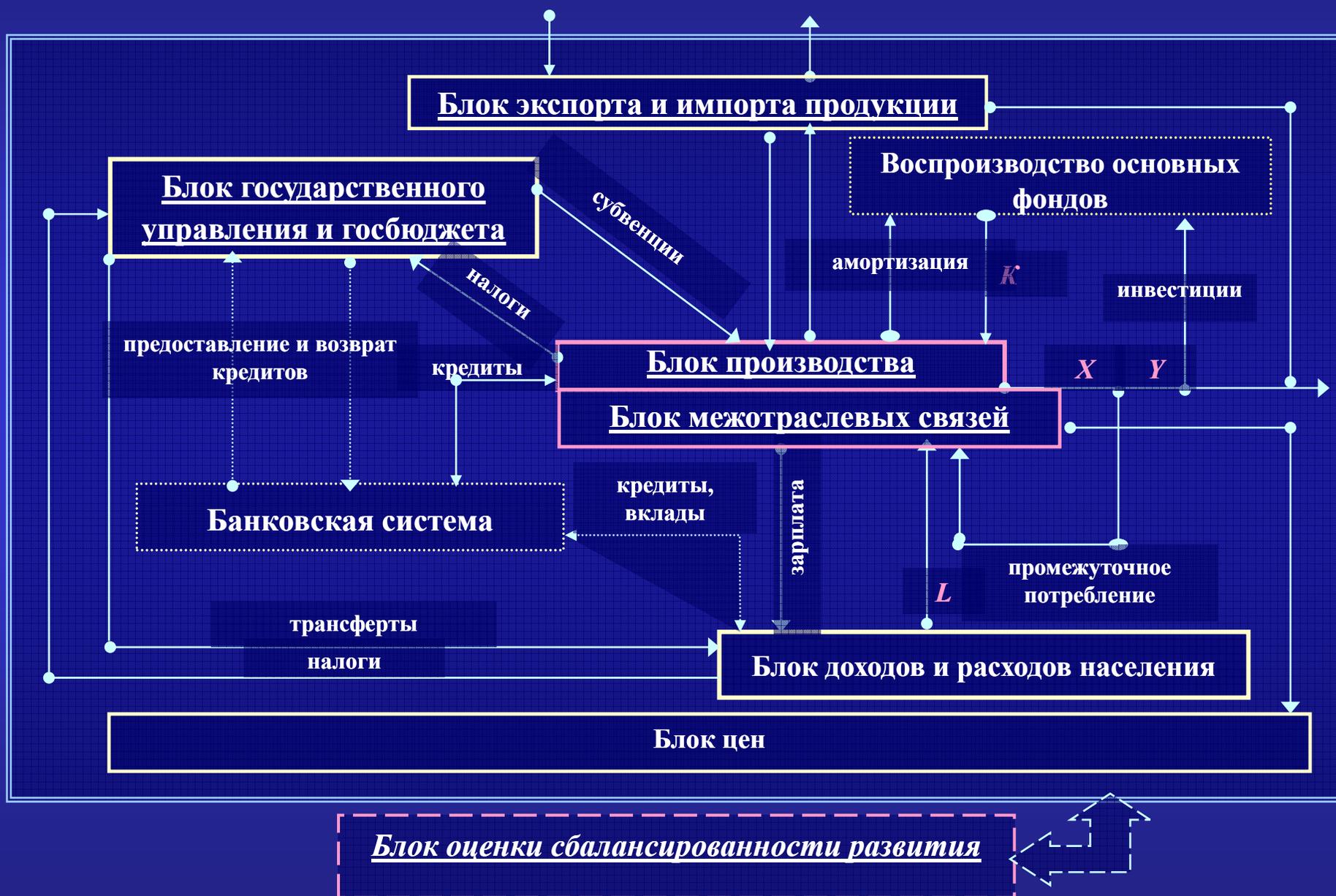
№ работы	Работа $a_i$	Предшествующая работа	Время $t$
1	$a_1$	—	3
2	$a_2$	—	4
3	$a_3$	—	5
4	$a_4$	$a_1$	2
5	$a_5$	$a_2$	6
6	$a_6$	$a_2$	1
7	$a_7$	$a_3 a_4 a_6$	4
8	$a_8$	$a_5 a_7$	5



## Основные параметры сетевого графика

Работа $a_i$	$t(i,j)$	$tp \cdot n$	$tp \cdot o$	$тп \cdot n$	$тп \cdot o$	$R_{п}$	$R_{с}$
$a_1$	3	0	3	1	4	1	0
<u><math>a_2</math></u>	4	0	4	0	4	0	0
$a_3$	5	0	5	1	6	1	0
$a_4$	2	3	5	4	6	1	0
<u><math>a_5</math></u>	6	4	10	4	10	0	0
$a_6$	1	4	5	5	6	1	0
$a_7$	4	5	9	6	10	1	1
$a_8$	5	10	15	10	15	0	0

# Многоотраслевая модель экономики страны

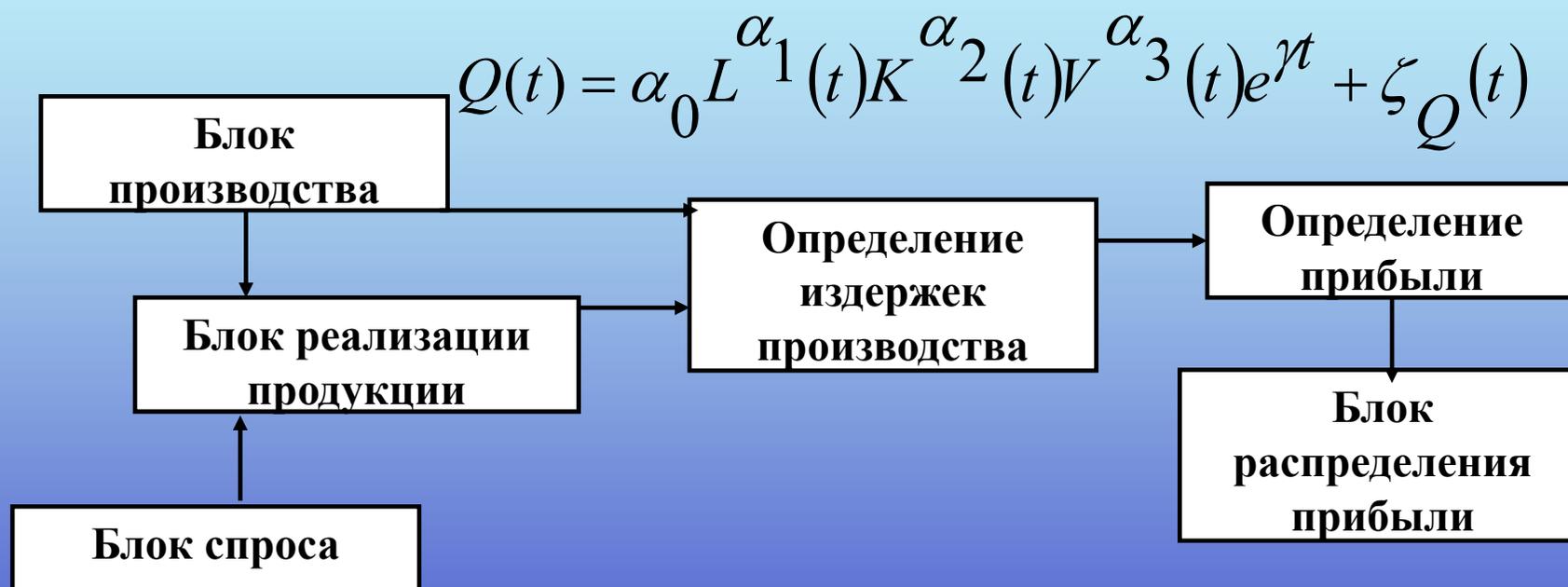


Номинальный выпуск продукции	$X_i^t = A \cdot (L_i^t)^\alpha \cdot (K_i^t)^\beta \cdot e^{\gamma \cdot t}$
Стоимость основных фондов	$K_i^t = V_i^t + (1 - \mu_i^t) K_i^{t-1}$
Ввод основных фондов	$V_i^t = a_1 \cdot I_i^t + a_2 \cdot I_i^{t-1} + a_3 \cdot I_i^{t-2} + a_4 \cdot I_i^{t-3}$
Инвестиции	$I_i^t = (\beta_a \cdot A_i^{t-1} + r_n \cdot \Pi_i^{t-1} + \Gamma_i^t + B_i^t) \cdot (1 + f_i)$
Численность занятых	$L_i^t = \frac{L_i^{t-1}}{1 + f_i^t} \cdot \frac{K_i^t}{K_i^{t-1}}$
Сумма амортизации	$A_i^t = v_a \cdot K_i^t$
Фактический выпуск продукции	$X_i^{rt} = k_{нб} \cdot X_i^t$
Коэффициент налоговой нагрузки	$k_{нб} = (1 - H_n^t / 100)^{k_n} \cdot (1 - H_{ндс}^t / 100)^{k_{ндс}}$
Уравнения статической модели межотраслевого баланса	$X_i^{rt} = \sum_{j=1}^N a_{ij}^t \cdot X_j^{rt} + Y_i^t$ $X_j^{rt} = X_j^{rt} \cdot \sum_{i=1}^N a_{ij}^t + ДС_j^t$
Конечная продукция	$Y_i^t = C_i^t + \Gamma \Pi_i^t + ВН_i^t + ВС_i^t$ $Y^t = X^t - A^t \cdot X^t = X^t \cdot (E - A^t)$
Балансовая прибыль	$\Pi_j^t = X_j^{rt} - X_j^{rt} \cdot \sum_{i=1}^N a_{ij}^t - A_j^t - 3\Pi_j^t - H_j^t - O_j^t + СД_j^t$
Косвенные налоги на производство	$H_j^t = НДС^t \cdot X_j^t \cdot (1 + \rho_{кн})$
Валовой внутренний продукт	$ВВП_j^t = ДС_j^t + H_j^t - СД_j^t$

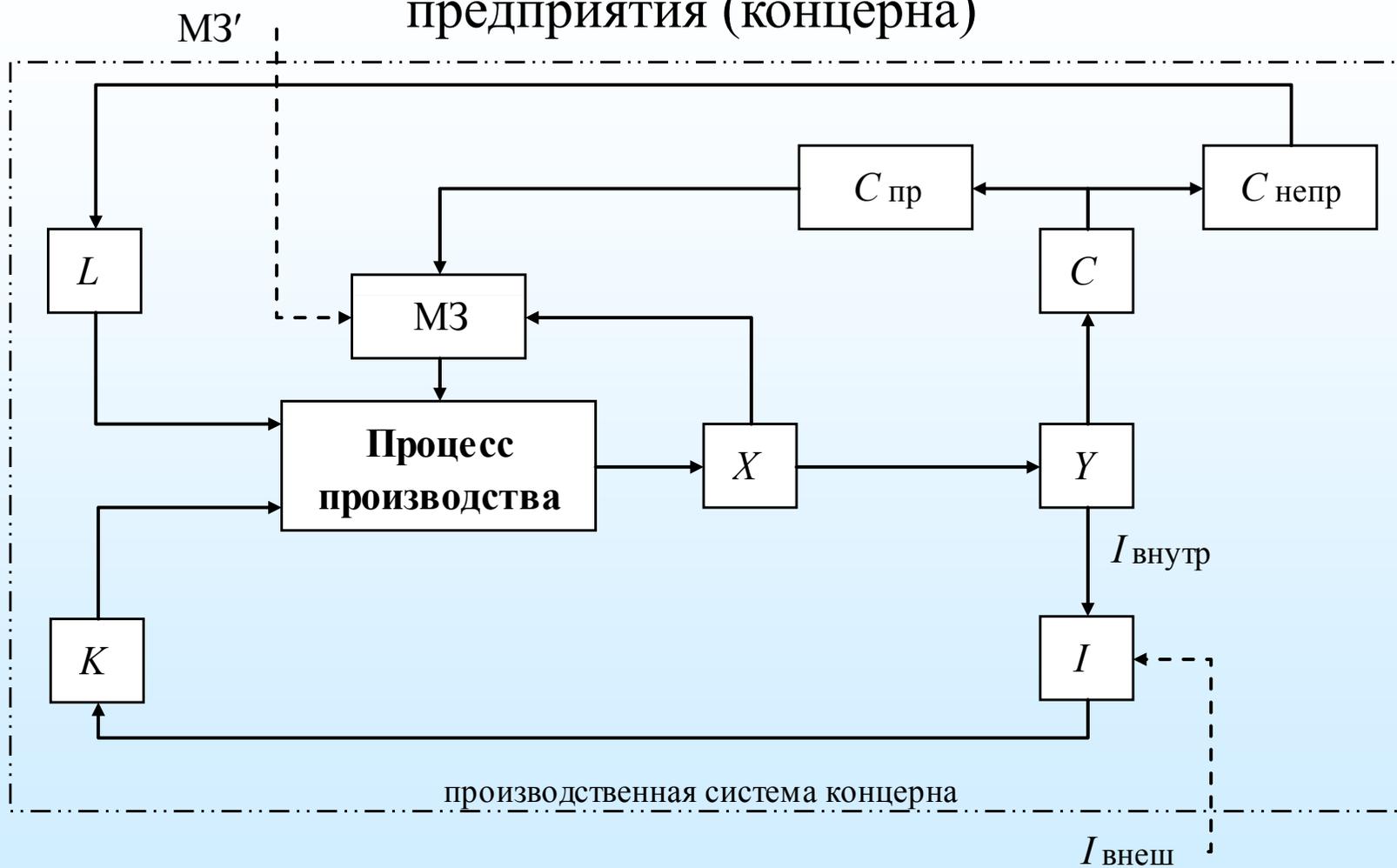
## Базовые уравнения модели

Денежные доходы населения	$D_H^t = 3\Pi^t + CT^t + \text{ПП}^t$
Оплата труда	$3\Pi_i^t = \omega_i^t \cdot L_i^t \cdot 12$
Социальные трансферты	$CT^t = D_{cm}^t \cdot RB^t + \sigma_{cm}^t \cdot B\Phi^t$
Расходы населения на покупку товаров и оплату услуг	$P_{my}^t = C\Pi^t \cdot (D_H^t - B^t)$
Средняя склонность к потреблению	$C\Pi^t = C\Pi^{t-1} \cdot (Dp_H^{t-1} / Dp_H^t)^\lambda$
Накопление сбережений населения	$H^t = H^{t-1} + 3\Pi^t + CT^t + \text{ПП}^t - P_{my}^t - B^t$
Налоговые поступления в бюджет	$НДБ^t = НДС^t + НП^t + НПН^t + ЧН^t + ПН^t$
Расходы госбюджета	$RB^t = (-ДТ_{\delta}^t \cdot ДС_{\delta}^t / 100) + ДБ^t$
Уравнения МОБ для прогнозирования цен	$\sum_{i=1}^N X_{ij} \cdot p_i + d \cdot \sum_{k=1}^K v_{kj} \cdot p_j = X_j \cdot p_j,$
Темп инфляции	$T_u^t = \frac{ИД^t - ИД^{t-1}}{ИД^t},$
Индекс инфляции	$I_u^t = \frac{ИД^t \cdot (D_H^t / D_H^{t-1})}{(P_{my}^t / P_{my}^{t-1})},$

# Схема имитационной модели предприятия



## Блок-схема модели стратегического управления предприятия (концерна)



## Основные формальные соотношения модели

$$Y(t) = \beta K(t)^\alpha L(t)^{1-\alpha} e^{\lambda_0 t + \lambda \sin(\omega t + \varphi)}$$

$$\frac{dK}{dt} = I(t) - \mu K(t) = s(t) \times (1 + \sigma) Y(t) - \mu K(t)$$

$$Y(t) = I_{\text{внутр}}(t) + C(t) = s(t) \times Y(t) + u(t) \times Y(t)$$

$$C(t) = C_{\text{пр}}(t) + C_{\text{непр}}(t) = n_{\text{пр}} C(t) + C_{\text{непр}}(t)$$

$$I(t) = I_{\text{внутр}}(t) + I_{\text{внеш}}(t) = (1 + \sigma) I_{\text{внутр}}(t)$$

$$\frac{dL}{dt} = n \times L(t)$$

$$K(t) = (\varepsilon + \eta) \text{ОПФ}(t)$$

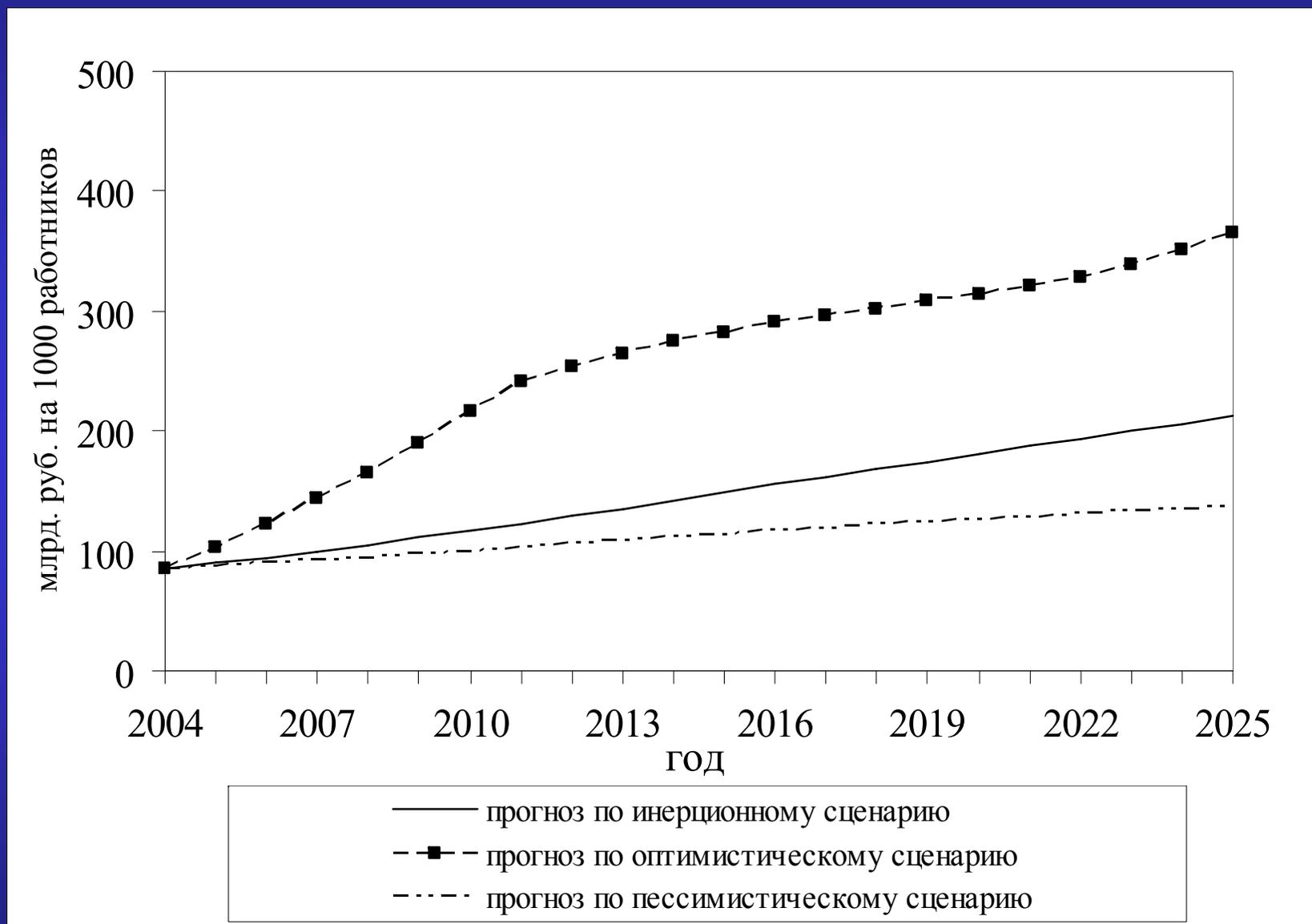
$$0 < u_1 \leq u(t) \leq u_2 < 1, \quad 0 < s_1 \leq s(t) \leq s_2 < 1$$

$$K(0) = K_0$$

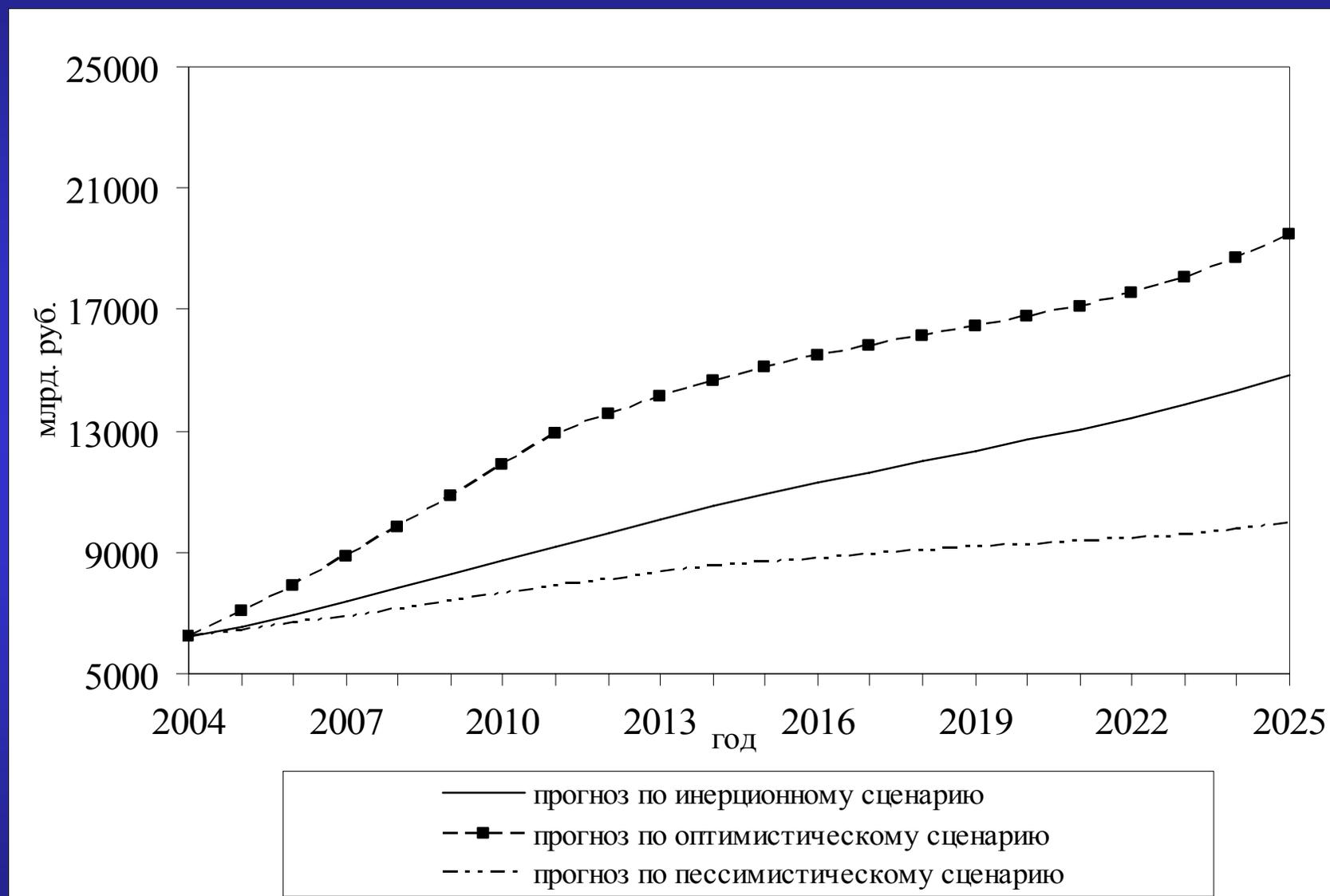
$$K(T) \geq K_T$$

$$F = \int_0^T e^{-\delta t} \times \frac{C}{L} dt = \int_0^T e^{-\delta t} \times \frac{uY}{L} dt \rightarrow \max$$

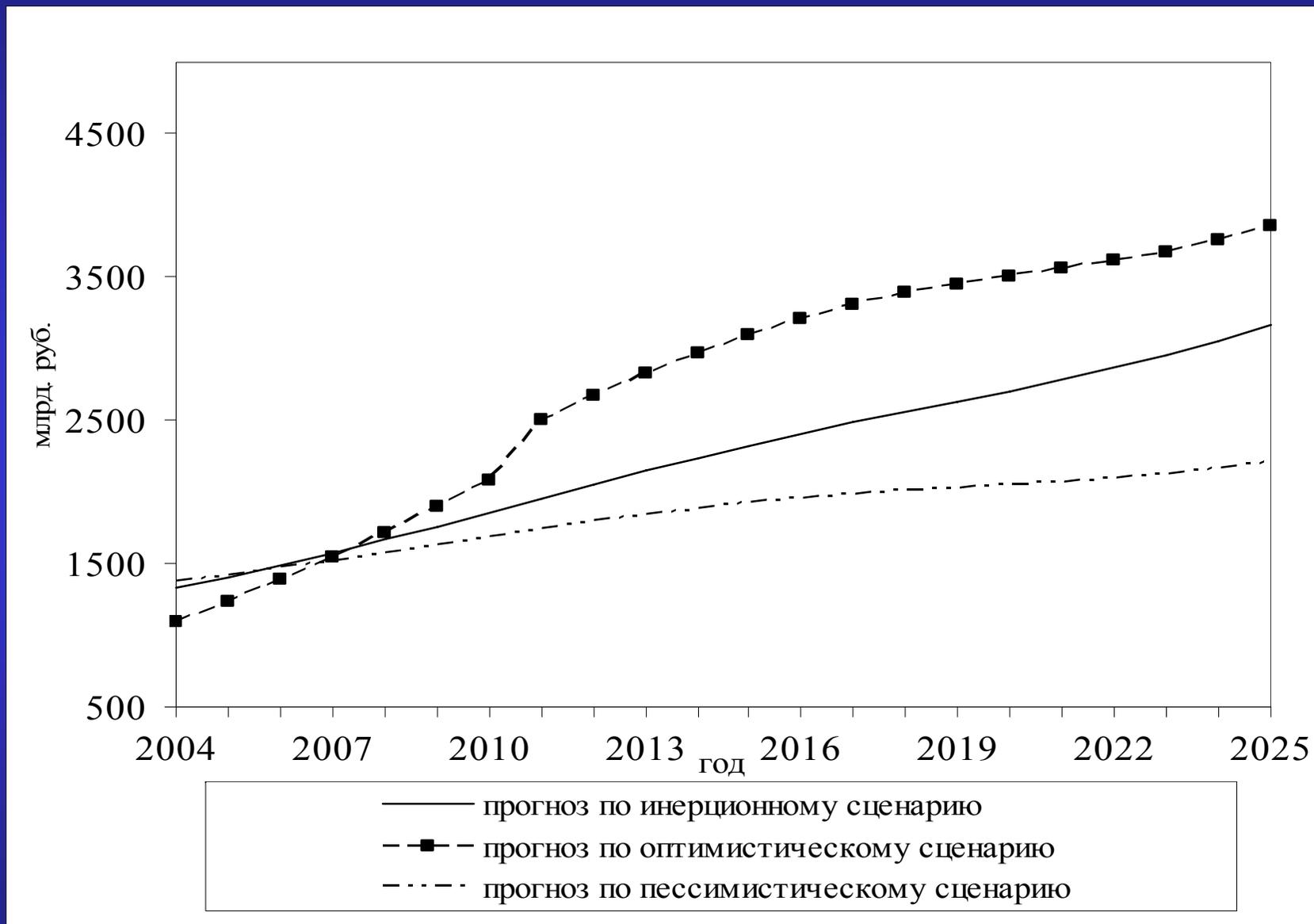
## Динамика активной фондовооруженности труда



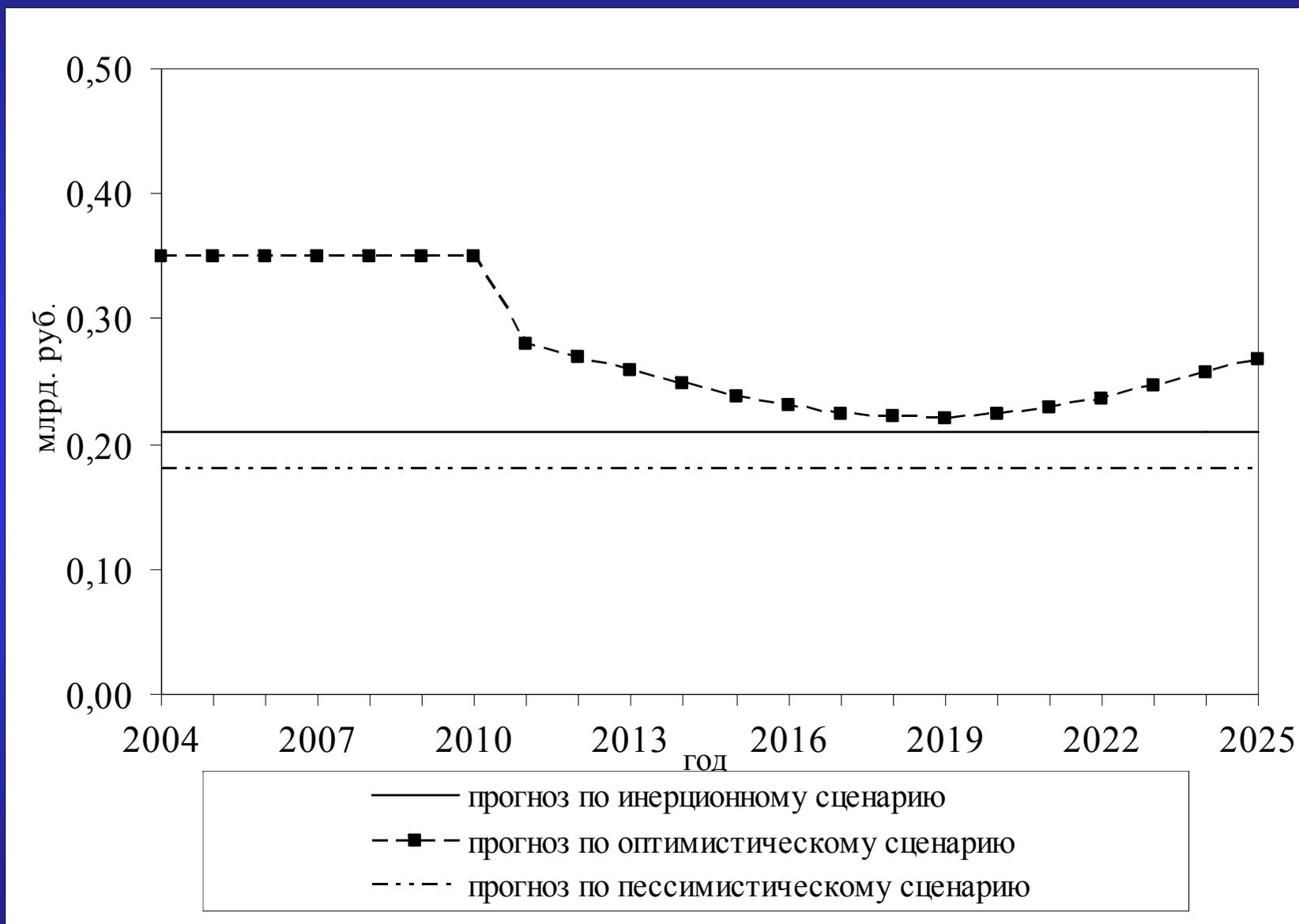
## Динамика валовой добавленной стоимости



## Динамика непроеизводственного потребления



## Динамика оптимальной нормы накопления



# Алгоритм реализации ЭММ на ЭВМ

