

Учреждение образования
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

А. М. Олехнович

ФИЗИКА

В 5-ти частях

Часть 3

Стационарное электрическое поле

**Тексты лекций
по дисциплине «Физика»
для студентов очной формы обучения**

Минск 2010

УДК 537.212(042.4)

ББК 22.33я73

О-53

Рассмотрено и рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом университета

Рецензенты:

доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой
общей и теоретической физики БГПУ им. Максима Танка

В. Р. Соболев;

кандидат физико-математических наук,
заведующий кафедрой физики БГАТУ *В. А. Чернявский*

Олехнович, А. М.

О-53 Физика. В 5 ч. Ч. 3. Стационарное электрическое поле :
тексты лекций по дисциплине «Физика» для студентов очной
формы обучения / А. М. Олехнович. – Минск : БГТУ, 2010. – 93 с.

Последовательно даны характеристики электростатического поля, описаны его свойства и приведены примеры расчета. В соответствии с программой изложена тема «Электрическое поле в веществе». В отдельном вопросе этой темы рассмотрены различные виды электретов, их свойства и практическое применение. Описаны закономерности протекания постоянного электрического тока в различных средах.

УДК 537.212(042.4)

ББК 22.33я73

© УО «Белорусский государственный
технологический университет», 2010

© Олехнович А. М., 2010

1. ЗАКОН КУЛОНА. МЕТОДЫ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

1.1. Введение

Электростатика – это раздел теории электричества, изучающий взаимодействие и свойства систем электрических зарядов, покоящихся относительно выбранной инерциальной системы отсчета.

Заряд присущ материи в форме вещества. В природе существует два рода электрических зарядов – положительные и отрицательные. Это объясняется тем, что ответственными за структуру вещества любого химического состава и в любом его состоянии являются три микрочастицы: протон, нейтрон и электрон. Протон является носителем элементарного положительного заряда, равного $1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, нейтрон – электронейтральная частица. Обе эти частицы (их общее название – нуклоны) входят в состав ядер атомов. Электрон – носитель элементарного отрицательного заряда, равного $1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Атомы (молекулы) вещества состоят из ядер и электронов. Обычно частицы, несущие заряды разных знаков, присутствуют в равных количествах и распределены в теле с одинаковой плотностью. В этом случае алгебраическая сумма зарядов в любом элементарном объеме тела равна нулю, и каждый такой объем (и тело в целом) будет нейтральным. Если каким-либо образом создать в теле избыток частиц одного знака (соответственно недостаток частиц другого знака), то тело окажется заряженным.

Суммарный заряд тел или частиц, образующих электрически изолированную систему, не изменяется при любых процессах, происходящих в этой системе. Это утверждение носит название *закона сохранения электрического заряда*.

Электрический заряд обладает свойством инвариантности. Это означает, что величина заряда (тела или частицы) не изменяется при переходе от одной инерциальной системы к другой, т. е. не зависит от скорости движения заряда. Закон сохранения заряда тесно связан с релятивистской инвариантностью заряда. Действительно, если бы величина заряда зависела от его скорости, то, приведя в движение заряды какого-то одного знака, мы изменили бы суммарный заряд изолированной системы.

1.2. Закон Кулона

На основе опытов легко установить, что одноименно заряженные тела отталкиваются друг от друга, а разноименно заряженные – притягиваются. Закон, которому подчиняется сила взаимодействия точечных зарядов, был установлен экспериментально Ш. Кулоном в 1785 г. *Точечным зарядом* называется заряженное тело, размеры которого пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием до других заряженных тел.

Закон Кулона можно сформулировать следующим образом: *сила взаимодействия в вакууме двух неподвижных точечных зарядов q_1 и q_2 пропорциональна произведению величин зарядов, обратно пропорциональна квадрату расстояния r между ними и направлена вдоль соединяющей их прямой*, т. е.

$$F = \kappa \frac{q_1 q_2}{r^2}, \quad (1)$$

где $\kappa = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9$ (Н · м²)/Кл² – коэффициент пропорциональности; $\epsilon_0 = 1/(4\pi \cdot 9 \cdot 10^9) \cong 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная.

Уравнение (1) запишем в векторной форме. Сила, действующая на заряд q_2 со стороны заряда q_1 , равна

$$\vec{F}_{21} = \kappa \frac{q_1 q_2}{r^2} \frac{\vec{r}_{21}}{r}, \quad (2)$$

где \vec{r}_{21} – радиус-вектор, определяющий положение в пространстве заряда q_2 относительно заряда q_1 (рис. 1, а), $|\vec{r}_{21}| = r$.

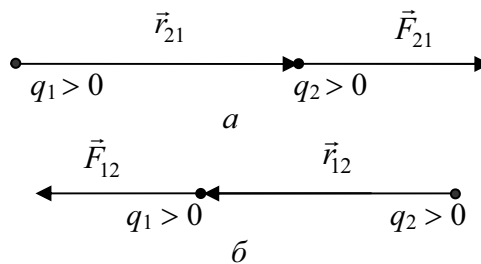


Рис. 1

Соответственно для вектора силы, действующей на заряд q_1 со стороны заряда q_2 , будем иметь

$$\vec{F}_{12} = \kappa \frac{q_1 q_2}{r^2} \frac{\vec{r}_{12}}{r}, \quad (2a)$$

где \vec{r}_{12} – радиус-вектор, определяющий положение заряда q_1 относительно заряда q_2 (рис. 1, б).

Неподвижные электрические заряды располагаются в пространстве или дискретно – в отдельных точках, или непрерывно – вдоль какой-либо линии (нити), на поверхности тела или, наконец, в некотором объеме. В случае непрерывного распределения зарядов различают линейную τ , поверхностную σ и объемную ρ плотности зарядов:

$$\tau = \frac{dq}{dl}; \quad \sigma = \frac{dq}{dS}; \quad \rho = \frac{dq}{dV}, \quad (3)$$

где dq – соответственно заряд участка линии dl , участка поверхности площадью dS и элемента объема dV .

Сила взаимодействия протяженных заряженных тел зависит от их формы и взаимного расположения. Для расчета этой силы необходимо мысленно разбить каждое из тел на столь малые элементы, чтобы заряды dq на них можно было считать точечными, вычислить по формуле (2) силу взаимодействия между зарядами, взятыми попарно, а затем выполнить векторное сложение этих сил.

В настоящее время есть большое количество опытных данных, показывающих, что закон Кулона выполняется очень точно как для больших, так и для очень малых расстояний (вплоть до 10^{-15} м).

Если два точечных заряда q_1 и q_2 находятся в однородной, изотропной и безграничной среде, диэлектрическая проницаемость которой ϵ , то сила взаимодействия этих зарядов равна

$$F = \kappa \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2}. \quad (4)$$

Отметим, что диэлектрическая проницаемость ϵ вакуума (практически и воздуха) равна единице.

1.3. Электрическое поле. Напряженность поля.

Принцип суперпозиции

Кулоновское взаимодействие между неподвижными заряженными частицами или телами осуществляется посредством создаваемого ими электростатического поля. Это поле проявляет себя в том, что оно действует как на движущиеся, так и на неподвижные заряды (заряженные частицы и тела).

Количественной характеристикой силового действия электрического поля на заряженные частицы и тела служит векторная величина \vec{E} ,

называемая *напряженностью электрического поля*. Она равна отношению силы \vec{F} , действующей со стороны поля на точечный, положительный пробный заряд q_0 , помещенный в рассматриваемую точку поля, к величине этого заряда:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}. \quad (5)$$

Предполагается, что величина пробного заряда q_0 должна быть столь малой, чтобы пробный заряд не искажал исследуемое поле. Направление вектора \vec{E} в данной точке поля совпадает с направлением силы \vec{F} , действующей на положительный заряд q_0 .

Найдем выражение для напряженности поля точечного заряда q . Полагая в уравнении (1) $q_1 = q$, $q_2 = q_0$ и учитывая, что сила, действующая на пробный заряд q_0 , равна $\vec{F}_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{\epsilon r^3} \vec{r}$, где \vec{r} – радиус-вектор, направленный от заряда q к заряду q_0 , по формуле (5) с учетом уравнения (4) получим

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\epsilon r^3} \vec{r}. \quad (6)$$

Вектор \vec{E} направлен вдоль прямой, проходящей через заряд и данную точку поля, от заряда (при $q > 0$) или к заряду (при $q < 0$).

Проекция вектора напряженности \vec{E} поля точечного заряда на направление радиуса-вектора \vec{r} равна

$$E_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\epsilon r^2}. \quad (7)$$

Предположим, что поле создано системой точечных зарядов $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$. В этом случае результирующая сила \vec{F} , действующая на пробный заряд q_0 в любой точке этого поля, равна векторной сумме сил \vec{F}_i , действующих на него со стороны поля каждого из зарядов:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i. \quad (8)$$

Из (5) следует, что $\vec{F} = q_0 \vec{E}$, а $\vec{F}_i = q_0 \vec{E}_i$, где \vec{E} и \vec{E}_i – напряженности результирующего поля и поля, возбужденного зарядом q_i , соответственно. Подставляя эти выражения в (8), получим

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i. \quad (9)$$

Итак, напряженность электрического поля системы точечных зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, возбуждаемых каждым из этих зарядов в отдельности. Это утверждение носит название *принципа суперпозиции* (наложения) электрических полей.

Т. к. $\vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_i^3} \vec{r}_i$, где \vec{r}_i – радиус-вектор, проведенный из точечного заряда q_i в рассматриваемую точку поля, то, согласно (9),

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i^3} \vec{r}_i. \quad (10)$$

Всякое заряженное тело можно разбить на столь малые части, что каждая из них будет представлять собой точечный заряд. Поэтому формула (10) пригодна для расчета любых электростатических полей в однородной изотропной среде, заполняющей все поле.

Электрические поля графически изображают с помощью силовых линий (линий напряженности). *Силовой линией* называют линию, касательная к которой в каждой точке совпадает с направлением вектора \vec{E} поля. Считают, что силовые линии начинаются на положительных зарядах и оканчиваются на отрицательных (или в бесконечности) и поэтому никогда не бывают замкнутыми. Линии напряженности не пересекаются, т. к. в каждой точке поля вектор \vec{E} имеет лишь одно направление. С помощью силовых линий изображают не только направление, но и величину напряженности поля. Для этого силовые линии наносятся с такой густотой, чтобы их число, проходящее через единицу поверхности, перпендикулярной к силовой линии, было пропорционально напряженности поля в данном месте.

1.4. Поток вектора электрического смещения.

Теорема Остроградского – Гаусса

В однородной изотропной среде напряженность поля обратно пропорциональна ϵ (см. формулы (6), (10)), т. е. зависит от свойств среды. Поэтому практически выгоднее иметь дело с такой характеристикой электрического поля, которая не зависит от диэлектрической проницаемости ϵ среды. Такой величиной является электрическое смещение \vec{D} . Для электрически изотропной среды связь между векторами \vec{D} и \vec{E} выражается уравнением

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}. \quad (11)$$

Единицей электрического смещения является Кл/м². Из выражений (6) и (11) следует, что для поля точечного заряда q

$$\vec{D} = \frac{1}{4\pi} \frac{q}{r^3} \vec{r}, \quad (12)$$

а проекция \vec{D} на направление радиуса-вектора \vec{r}

$$D_r = \frac{1}{4\pi} \frac{q}{r^2}. \quad (12a)$$

Рассмотрим сначала однородное электрическое поле (во всех точках такого поля вектор \vec{D} одинаков). Построим в этом поле плоскость MN (рис. 2), нормаль \vec{n} к которой составляет с вектором \vec{D} угол α . На плоскости выделим участок площадью S . Тогда поток смещения Φ_e через площадь S будет равен

$$\Phi_e = DS \cos \alpha = D_n S = DS_{\perp}, \quad (13)$$

где $D_n = D \cos \alpha$ – проекция вектора \vec{D} на направление вектора \vec{n} ($S_{\perp} = S \cos \alpha$).

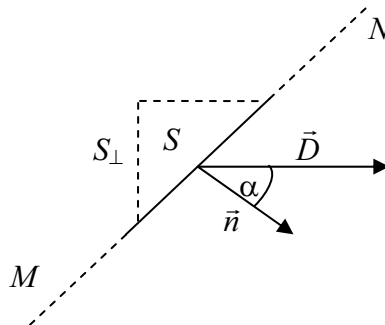


Рис. 2

Если поле неоднородно и поверхность, через которую рассчитывают поток, не является плоской, то эту поверхность можно разбить на бесконечно малые элементы dS и каждый такой элемент считать плоским, а поле в пределах элемента однородным. Поэтому элементарный поток смещения через dS равен

$$d\Phi_e = D dS \cos(\widehat{\vec{D}, \vec{n}}) = D_n dS.$$

Полный поток смещения Φ_e через поверхность S найдем суммированием (интегрированием) всех элементарных потоков:

$$\Phi_e = \int_S D_n dS. \quad (14)$$

Из (13) видно, что $\Phi_e > 0$, если угол между векторами \vec{D} и \vec{n} острый ($\cos \alpha > 0$). Если же угол тупой ($\cos \alpha < 0$), то поток будет отрицательным ($\Phi_e < 0$).

Электростатические поля графически изображают линиями вектора \vec{D} аналогично тому, как это делают с помощью силовых линий (линий вектора \vec{E}).

Пусть электрическое поле создается точечным зарядом $q > 0$. Разместим этот заряд в центре сферической поверхности радиуса r и вычислим поток смещения сквозь эту поверхность. За положительное направление нормали \vec{n} выберем направление внешней нормали, так что $\cos \alpha = 1$. В каждой точке этой поверхности проекция \vec{D} на внешнюю нормаль одинакова и равна $D_n = \frac{1}{4\pi} \frac{q}{r^2}$. Тогда поток сквозь эту поверхность

$$\Phi_e = D_n S = \frac{1}{4\pi} \frac{q}{r^2} 4\pi r^2 = q. \quad (15)$$

Покажем, что этот результат остается справедливым для поверхности произвольной формы. Выделим элемент этой поверхности dS (рис. 3).

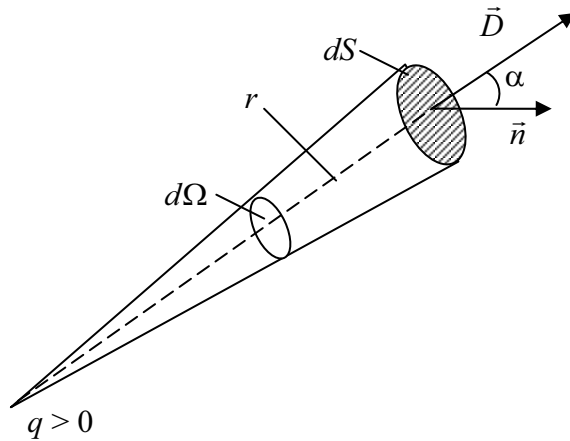


Рис. 3

Поток вектора \vec{D} через dS равен

$$d\Phi_e = D dS \cos(\widehat{\vec{D}, \vec{n}}) = \frac{1}{4\pi} \frac{q}{r^2} dS \cos \alpha = \frac{q}{4\pi} d\Omega,$$

где $d\Omega$ – телесный угол, опирающийся на площадку dS . Интегрируя это выражение по всей поверхности S , т. е. по Ω от 0 до 4π (полный телесный угол равен 4π стерадиан), получим, что

$$\Phi_e = \frac{q}{4\pi} \int_0^{4\pi} d\Omega = q. \quad (16)$$

Сравнив (15) и (16), можно заключить, что поток смещения сквозь замкнутую поверхность не зависит от формы поверхности, а также от расположения заряда внутри поверхности. Если замкнутая поверхность не охватывает заряда, то поток смещения через эту поверхность равен нулю, т. к. число линий смещения, входящих через поверхность, равно числу линий, выходящих из нее.

Полученный результат (см. (16)) справедлив для произвольной системы точечных зарядов $q_1, q_2, q_3, \dots, q_m$. По принципу суперпозиции электрическое смещение результирующего поля $\vec{D} = \vec{D}_1 + \vec{D}_2 + \dots + \vec{D}_m = \sum_{i=1}^m \vec{D}_i$. Проекция вектора \vec{D} на направление нормали n

к площади dS равна $D_n = \sum_{i=1}^m D_{ni}$. Тогда поток смещения результирующего поля через произвольную замкнутую поверхность S , охватывающую все заряды системы,

$$\Phi_e = \oint_S D_n dS = \oint_S \sum_{i=1}^m D_{ni} dS = \sum_{i=1}^m \oint_S D_{ni} dS = \sum_{i=1}^m \Phi_{ei}.$$

По формуле (16) $\Phi_{ei} = q_i$. Поэтому

$$\Phi_e = \oint_S D_n dS = \sum_{i=1}^m q_i. \quad (17)$$

Уравнение (17) выражает теорему Остроградского – Гаусса: поток вектора смещения \vec{D} через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме электрических зарядов, расположенных внутри этой поверхности. Эта теорема является следствием закона Кулона. Для электрического поля в вакууме $\vec{E} = \vec{D}/\epsilon_0$. Поэтому из (17) следует, что

$$\oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^m q_i. \quad (18)$$

2. ПОТЕНЦИАЛ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

2.1. Работа в электростатическом поле

Предположим, что электростатическое поле создается точечным зарядом $q > 0$. При внесении в произвольную точку этого поля точечного заряда q^* со стороны поля на него будет действовать сила $\vec{F} = q^* \vec{E}$. Если под действием этой силы заряд совершил элементарное перемещение $d\vec{l}$, то выполненная силой \vec{F} работа

$$dA = \vec{F} d\vec{l} = F dl \cos(\widehat{\vec{F}, d\vec{l}}) = q^* E dl \cos(\widehat{\vec{E}, d\vec{l}}).$$

Из рис. 4 видно, что $dl \cos(\widehat{\vec{F}, d\vec{l}}) = dr$, т. е. равно приращению модуля радиуса-вектора \vec{r} . Т. к. $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}$, то работа, совершаемая при перемещении заряда q^* из точки 1 в точку 2,

$$A_{12} = \frac{qq^*}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{qq^*}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right), \quad (19)$$

где r_1 и r_2 – расстояния точек 1 и 2 от заряда q .

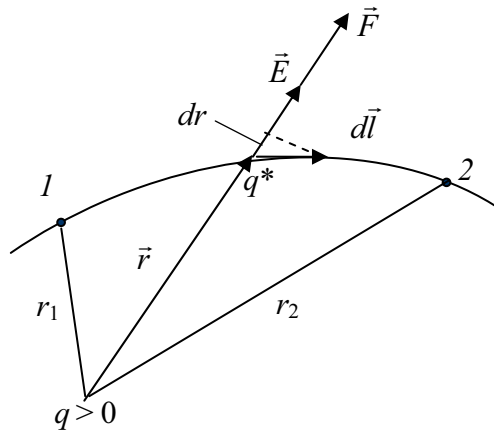


Рис. 4

Работа сил поля положительна при удалении друг от друга одноименных зарядов и при сближении разноименных. Работа внешних сил отрицательна при сближении одноименных зарядов и удалении друг от друга разноименных.

Если заряд q^* перемещается в поле, созданном системой точечных зарядов $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$, то на него действует сила $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n$. Работа A_{12} равнодействующей силы \vec{F} будет равна алгебраической сумме работ сил, обусловленных каждым из этих зарядов в отдельности:

$$A_{12} = A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n = \sum_{i=1}^n A_i.$$

Согласно (19), каждая из работ A_i равна

$$A_i = \frac{q_i q^*}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{1}{r_{i1}} - \frac{1}{r_{i2}} \right),$$

где r_{i1} – расстояние от заряда q_i до начального положения заряда q^* ; r_{i2} – расстояние от заряда q_i до конечного положения заряда q^* . Следовательно,

$$A_{12} = \frac{q^*}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \sum_{i=1}^n q_i \left(\frac{1}{r_{i1}} - \frac{1}{r_{i2}} \right). \quad (20)$$

Из (19) и (20) следует, что работа A_{12} , совершаемая при перемещении заряда q^* в поле точечного заряда или в поле системы точечных зарядов, не зависит от формы траектории движения перемещаемого заряда, а определяется только начальным и конечным положениями этого заряда. Следовательно, силы электростатического поля являются консервативными.

Из (19) и (20) следует, что работа при перемещении заряда q^* по любому замкнутому контуру равна нулю. Это положение справедливо для любой консервативной силы $\vec{F}_{\text{конс}}$:

$$\oint_L \vec{F}_{\text{конс}} d\vec{l} = 0. \quad (21)$$

Т. к. в случае электростатического поля $\vec{F} = q^* \vec{E}$, то (21) примет вид

$$q^* \oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0 \Rightarrow \oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0. \quad (22)$$

Этот интеграл называется *циркуляцией вектора напряженности* вдоль замкнутого контура L . Силовое поле, удовлетворяющее условию (22), называется *потенциальным*.

2.2. Потенциал электростатического поля

Действие консервативных сил всегда связано с убылью потенциальной энергии перемещаемого тела (заряда):

$$A_{12} = -(\Pi_2 - \Pi_1) = \Pi_1 - \Pi_2. \quad (23)$$

Сопоставляя формулы (19) и (23), будем иметь

$$\Pi_1 - \Pi_2 = \frac{qq^*}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{qq^*}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_1} - \frac{qq^*}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_2}. \quad (24)$$

Из формулы (24) следует, что потенциальная энергия заряда q^* в поле точечного заряда q

$$\Pi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq^*}{r} + \text{const},$$

которая, как и в механике, определяется с точностью до произвольной постоянной. Значение константы в этом выражении обычно выбирается таким образом, чтобы при удалении заряда на бесконечность (т. е. при $r_2 = \infty$) потенциальная энергия обращалась в нуль, тогда и $\text{const} = 0$. При этом условии выражение для потенциальной энергии заряда q^* , находящегося на расстоянии r от точечного заряда q , примет вид

$$\Pi = \frac{qq^*}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}. \quad (25)$$

В случае двух одноименных зарядов их потенциальная энергия взаимодействия $\Pi > 0$ и уменьшается по мере их удаления друг от друга (рис. 5).

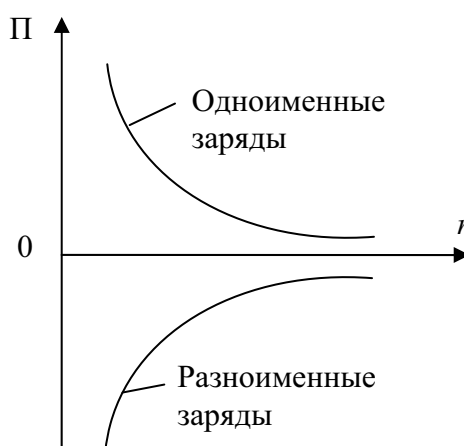


Рис. 5

Если заряды разноименные, то их потенциальная энергия взаимодействия $\Pi < 0$ и возрастает по мере увеличения r . Из формулы (25) видно, что разные пробные заряды q'_0, q''_0 и т. д. будут обладать в одной и той же точке поля различной энергией Π', Π'' и т. д. Однако отношение Π/q_0 для всех зарядов будет одинаковым. Величина

$$\varphi = \frac{\Pi}{q_0} \quad (26)$$

называется *потенциалом поля* в данной точке. Потенциал – энергетическая характеристика электростатического поля. Из (26) следует, что потенциал численно равен потенциальной энергии, которой обладал бы в данной точке поля единичный положительный заряд ($1 \text{ В} = 1 \text{ Дж/Кл}$). Из (25) и (26) для потенциала точечного заряда можно получить следующее выражение:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q}{r}. \quad (27)$$

Потенциальная энергия Π заряда q^* , находящегося в поле точечных зарядов $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$, равна сумме его потенциальных энергий в полях, создаваемых каждым зарядом в отдельности:

$$\Pi = \sum_{i=1}^n \Pi_i = q^* \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_i}. \quad (28)$$

Из этого выражения следует, что потенциал поля

$$\varphi = \frac{\Pi}{q^*} = \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_i}. \quad (29)$$

Сопоставляя полученное выражение с формулой (27), приходим к выводу, что потенциал поля, создаваемого системой зарядов, равен алгебраической сумме потенциалов полей, возбуждаемых в данной точке каждым из зарядов в отдельности.

Формулу (20) запишем в виде

$$A_{12} = q^* \sum_{i=1}^n \left(\frac{q_i}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_{i1}} - \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_{i2}} \right)$$

и сравним полученное выражение с формулой (29). Легко видеть, что

$$A_{12} = q^*(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (30)$$

т. е. работа, совершаемая силами поля над перемещаемым зарядом, равна произведению величины заряда на разность потенциалов в начальной и конечной точках пути.

Во всех случаях, когда говорят о потенциале в данной точке поля, подразумевают разность потенциалов между этой точкой и другой точкой, потенциал которой условились считать равным нулю. На практике часто бывает удобным считать равным нулю потенциал поверхности Земли.

2.3. Связь между напряженностью и потенциалом электрического поля

Электростатическое поле можно описать или с помощью его векторной характеристики \vec{E} , или с помощью энергетической (скалярной) величины φ . Очевидно, что между этими характеристиками поля должна существовать определенная связь. Установим ее.

Элементарная работа, совершаемая при бесконечно малом перемещении заряда q^* в электростатическом поле, $dA = q^* E dl \cos(\widehat{\vec{E}, \vec{dl}}) = q^* E dr$ (рис. 6). С другой стороны, на основе формулы (30) можно записать, что $dA = -q^* d\varphi$, где $d\varphi$ – элементарное изменение потенциала. Приравнявая оба выражения для работы, получим

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}. \quad (31)$$

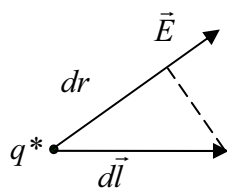


Рис. 6

Таким образом, напряженность поля в данной точке численно равна изменению потенциала на единицу длины в направлении силовой линии. Знак «−» в уравнении указывает на то, что вектор напряженности \vec{E} поля направлен в сторону наиболее быстрого убывания потенциала.

Приняв во внимание определение градиента, (31) запишем в виде

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi, \quad (32)$$

т. е. напряженность в произвольной точке электростатического поля равна градиенту потенциала в этой точке, взятому со знаком минус.

В общем случае потенциал φ – функция всех трех декартовых координат рассматриваемой точки поля, поэтому

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z} \vec{k} \right).$$

Следовательно, проекции вектора напряженности электростатического поля на оси координат связаны с потенциалом поля соотношениями

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}; \quad E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y}; \quad E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z}. \quad (33)$$

Понятие потенциала (разности потенциалов) широко используется по двум основным причинам. Во-первых, описание электрического поля при помощи потенциала гораздо проще, чем при помощи напряженности поля. Напряженность поля есть вектор, и поэтому для каждой точки поля нужно знать три скалярных величины: E_x , E_y , E_z – составляющие напряженности по координатам. Потенциал же – скалярная величина и вполне определяется в каждой точке своим числовым значением. Во-вторых, разность потенциалов гораздо проще измерить, чем напряженность поля. Для измерения напряженности поля нет удобных методов. Напротив, для измерения разности потенциалов существуют многочисленные методы и разнообразные приборы.

2.4. Примеры применения теоремы Остроградского – Гаусса

Эту теорему особенно удобно использовать в тех случаях, когда электростатическое поле, возбуждаемое заряженным телом или системой тел, обладает определенным типом симметрии.

1. Электрическое поле плоскости, бесконечно протяженной, равномерно заряженной с поверхностной плотностью $\sigma > 0$. Из условия симметрии следует, что линии вектора смещения \vec{D} параллельны друг другу и перпендикулярны плоскости (рис. 7). В этом случае в качестве замкнутой поверхности можно использовать прямой параллелепипед,

основания S которого нормальны к \vec{D} и расположены по обе стороны от плоскости. Полный поток вектора \vec{D} через выбранную поверхность равен потоку через основания параллелепипеда: $\Phi_e = 2DS$. Заряд, заключенный внутри замкнутой поверхности, равен σS . Поэтому, согласно теореме, имеем $2DS = \sigma S$, откуда

$$D = \frac{\sigma}{2}. \quad (34)$$

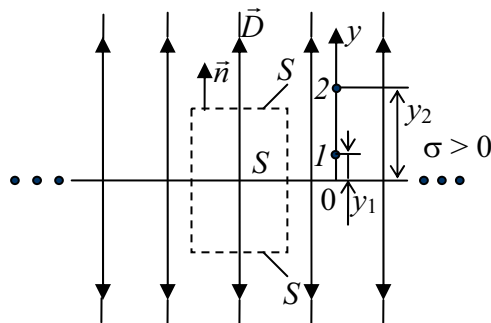


Рис. 7

Т. к. $D = \epsilon\epsilon_0 E$, то напряженность поля заряженной плоскости равна

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0}. \quad (35)$$

Найдем разность потенциалов между точками 1 и 2, координаты которых соответственно равны y_1 и y_2 . Из (33) и (35) следует, что

$d\phi = -E dy = -\frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0} dy$. Проинтегрировав последнее выражение по y от $y = y_1$ до $y = y_2$, получим

$$\phi_1 - \phi_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0} (y_2 - y_1). \quad (36)$$

2. Электростатическое поле двух параллельных плоскостей, заряженных разноименно с одинаковой по величине постоянной поверхностной плотностью σ . Плоскости считаются безгранично протяженными. Из условия симметрии следует, что силовые линии параллельны друг другу и перпендикулярны плоскостям. Напряженность поля в различных областях можно найти как суперпозицию полей, создаваемых каждой из плоскостей в отдельности (рис. 8). В областях 1 и 111 складываемые поля взаимно уничтожаются, т. к. их векторы напряженности равны и противоположно направлены. Между плоскостями

(обл. 11) векторы \vec{E}_+ и \vec{E}_- имеют одинаковое направление, и поэтому напряженность поля между плоскостями

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}. \quad (37)$$

Вектор электрического смещения \vec{D} численно равен

$$D = \varepsilon_0\varepsilon E = \sigma. \quad (38)$$

Проинтегрировав уравнение $d\varphi = -Edx$ по x от $x = 0$ до $x = d$, где d – расстояние между плоскостями, найдем разность потенциалов

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^d \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon} dx = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon} d. \quad (39)$$

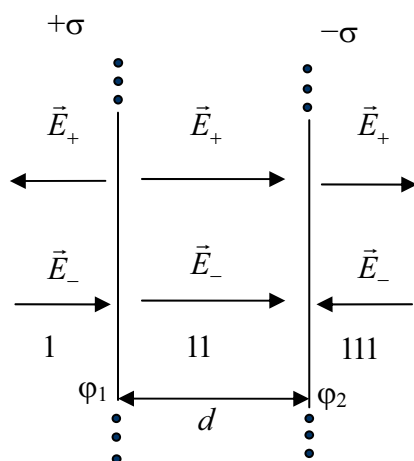


Рис. 8

Таким образом, поле оказывается сосредоточенным между плоскостями. Напряженность поля во всех точках этой области одинакова по величине и направлению, т. е. поле однородное. Полученный результат приближенно справедлив для ограниченных плоскостей, если зазор между ними много меньше их линейных размеров (плоский конденсатор). В этом случае заметное отклонение поля от однородности наблюдается только вблизи краев пластин (обкладок).

3. Электрическое поле сферической поверхности. Рассмотрим сначала поле двух концентрических сферических металлических поверхностей (сферический конденсатор) (рис. 9). Если заземлить внеш-

нюю поверхность (внешнюю обкладку) и сообщить внутренней сфере заряд $q > 0$, то на внешней поверхности возникнет индуцированный заряд $q < 0$. Под действием взаимного притяжения эти заряды расположатся только на поверхности внутреннего шара и на внутренней поверхности внешней обкладки. Из условия симметрии следует, что заряды на обеих поверхностях расположены равномерно, а линии смещения представляют собой радиальные прямые. Поэтому в качестве вспомогательной поверхности удобно выбрать сферу радиуса r , расположенную между обкладками конденсатора и имеющую с обеими общий центр. Тогда из теоремы Остроградского – Гаусса следует, что $D4\pi r^2 = q$. Откуда

$$D(r) = \frac{q}{4\pi r^2}; \quad (40)$$

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\epsilon r^2}. \quad (41)$$

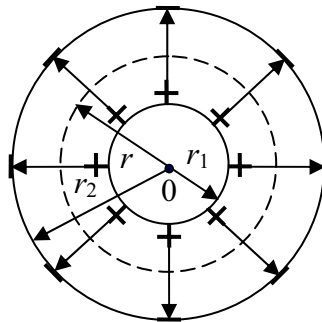


Рис. 9

Сферическая поверхность радиуса $r < r_1$ не охватывает зарядов, поэтому $E(r) = 0$. Алгебраическая сумма зарядов, заключенных внутри сферической поверхности радиуса $r > r_2$, равна нулю. Поэтому вне внешней обкладки конденсатора поле тоже будет отсутствовать. Таким образом, электрическое поле сферического конденсатора сосредоточено между его обкладками.

Если радиус внешней сферы значительно больше радиуса внутренней сферы ($r_2 \gg r_1$), то изменение формы внешней обкладки не влияет на распределение зарядов на поверхности внутренней сферы (шара), которое остается по-прежнему равномерным. Поэтому такой шар (сферу) можно считать уединенным. Напряженность электрического поля уединенного шара радиуса r равна

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\epsilon r^2}, \quad r_2 \gg r_1. \quad (41)$$

Таким образом, электрическое поле шара, равномерно заряженного по поверхности, во внешнем пространстве совпадает с полем точечного заряда, равного заряду шара и помещенного в его центре.

Если шар заряжен равномерно по объему ($\rho > 0$), то напряженность поля вне шара выражается формулой (41). Напряженность равна нулю только в центре шара и с увеличением расстояния r от центра возрастает пропорционально r :

$$E(r) = \frac{1}{3} \frac{\rho}{\epsilon_0 \epsilon_1} r, \quad (42)$$

где ρ – объемная плотность заряда; ϵ_1 – диэлектрическая проницаемость вещества заряженного шара.

Найдем выражение для разности потенциалов между обкладками сферического конденсатора. Для этого уравнение

$$d\varphi = -E(r) dr = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r^2} dr$$

проинтегрируем по r от $r = r_1$ до $r = r_2$:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E(r) dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (43)$$

4. Электростатическое поле бесконечно длинного прямого кругового цилиндра. Сначала рассчитаем поле между двумя длинными коаксиальными металлическими цилиндрами. Такая система проводников называется *цилиндрическим конденсатором* (рис. 10).

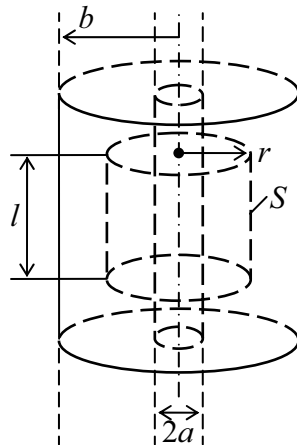


Рис. 10

Предположим, что внешний цилиндр радиуса b заземлен, а внутренний цилиндр радиуса a равномерно заряжен с линейной плотностью $\tau > 0$. Тогда на внешнем цилиндре появится заряд с линейной плотностью $-\tau$. Эти заряды будут сосредоточены только на обращенных друг к другу поверхностях цилиндров.

Из условия симметрии ясно, что линии вектора смещения будут радиальными прямыми, перпендикулярными к поверхностям цилиндров. Чтобы найти D и E в какой-либо точке, лежащей на расстоянии $r > a$, проведем через эту точку замкнутую цилиндрическую поверхность, коаксиальную заряженным и имеющую конечную длину l . Тогда по теореме Остроградского – Гаусса $\Phi_e = D2\pi rl = \tau l$. Отсюда

$$D(r) = \frac{\tau}{2\pi r} \quad \text{и} \quad E(r) = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon r}. \quad (44)$$

Рассмотрим произвольную точку, лежащую внутри внутреннего цилиндра ($r < a$). Проведем через нее цилиндрическую поверхность S , коаксиальную заряженным. Эта поверхность не охватывает электрических зарядов. Поэтому $\Phi_e = D2\pi rl = 0$ и $D = E = 0$. Поле отсутствует и вне большего цилиндра.

Если радиус внешнего цилиндра значительно больше радиуса внутреннего цилиндра ($b \gg a$), то напряженность поля вблизи него не зависит от формы внешнего электрода. Поэтому в этом случае говорят о поле длинного равномерно заряженного цилиндра. Электрическое смещение и напряженность поля такого цилиндра могут быть рассчитаны по формулам (44) при $r \geq a$.

Найдем выражение для разности потенциалов между обкладками цилиндрического конденсатора, для этого проинтегрируем уравнение

$$d\varphi = -E(r)dr = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{dr}{r} \quad \text{по } r \text{ от } r = a \text{ до } r = b:$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_a^b E(r)dr = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon} \ln \frac{b}{a}. \quad (45)$$

2.5. Проводники в электростатическом поле

В проводнике имеются электрически заряженные частицы – носители заряда, которые способны под действием внешнего поля перемещаться по всему объему проводника. В случае металлических проводников носителями заряда являются электроны, называемые

электронами проводимости, или свободными электронами. В отсутствии внешнего поля электрические поля электронов проводимости и положительных ионов металла взаимно компенсируют друг друга. При внесении проводника во внешнее электрическое поле электроны проводимости перераспределяются в проводнике до тех пор, пока всюду внутри проводника поле электронов и положительных ионов не скомпенсирует внешнее поле. Итак, в любой точке внутри проводника, находящегося в электростатическом поле, напряженность установившегося результирующего электрического поля равна нулю.

На поверхности проводника вектор напряженности \vec{E} поля должен быть направлен по нормали к этой поверхности, иначе под действием составляющей \vec{E}_τ заряды перемещались бы по проводнику, что противоречило бы их равновесному распределению. Отсюда следует, что в установившемся состоянии:

1) во всех точках внутри проводника $\vec{E} = 0$, а во всех точках на его поверхности $\vec{E} = \vec{E}_n$ ($\vec{E}_\tau = 0$);

2) весь объем проводника, находящегося в электростатическом поле, эквипотенциален (все точки проводника имеют одинаковый потенциал: $E = -\frac{d\phi}{dr} = 0 \Rightarrow \phi = \text{const}$). Поверхность проводника также

эквипотенциальна, т. к. для любой линии на поверхности $\frac{d\phi}{dl} = -E_\tau = 0$;

3) в заряженном проводнике нескомпенсированные заряды (их называют индуцированными) распределяются всегда на его внешней поверхности. Если внутри проводника имеется полость, то при равновесном распределении индуцированных зарядов поле внутри нее равно нулю. На этом основывается электростатическая защита.

Когда хотят защитить чувствительные электрические приборы от воздействия внешних полей, их заключают в проводящий экран, который соединяют с землей.

Если электрические заряды находятся внутри полости, то индуцированные заряды возникают не только на внешней поверхности проводника, но и на внутренней. В этом случае поле в любой точке в толще металла будет отсутствовать ($\vec{E} = 0$). Однако внутри полости и вне проводника оно будет существовать (рис. 11). Замкнутая проводящая оболочка, как видим, не экранирует поле электрических зарядов, помещенных внутри нее.

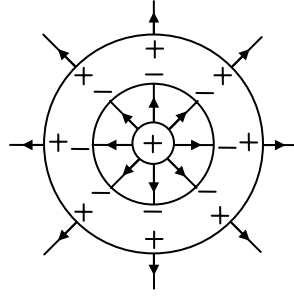


Рис. 11

Определим напряженность \vec{E} поля вблизи поверхности заряженного проводника. Для этого выделим на его поверхности площадку dS и построим на ней цилиндр высотой dl с образующей, перпендикулярной площадке dS , и основаниями dS' и dS'' , параллельными dS (рис. 12).

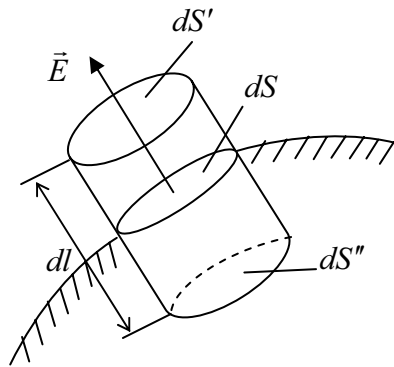


Рис. 12

На поверхности проводника и вблизи нее векторы \vec{E} и $\vec{D} = \epsilon\epsilon_0\vec{E}$ перпендикулярны этой поверхности. Поэтому поток вектора \vec{D} сквозь боковую поверхность цилиндра равен нулю; поток сквозь dS'' , также равен нулю, т. к. основание dS'' лежит внутри проводника. Следовательно, поток $d\Phi_e$ сквозь всю замкнутую цилиндрическую поверхность равен потоку сквозь верхнее основание dS' : $d\Phi_e = D_n dS'$, где D_n – проекция вектора электрического смещения на внешнюю нормаль \vec{n} к площадке dS' . По теореме Остроградского – Гаусса этот поток равен сумме зарядов dq , охватываемых поверхностью: $D_n dS' = \sigma dS$, где σ – поверхностная плотность зарядов на элементе dS . Т. к. $dS' = dS$, то

$$D_n = \sigma; \quad E_n = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}, \quad (46)$$

где ϵ – диэлектрическая проницаемость среды, окружающей проводник.

Исследования распределения зарядов на проводниках различной формы, находящихся в однородном диэлектрике, показывают, что поверхностная плотность σ различна в разных точках поверхности: она близка к нулю внутри углублений и принимает наибольшее значение у заострений. Поэтому и напряженность поля у поверхности проводника сложной формы весьма неодинакова. Она особенно велика возле участков с малым радиусом кривизны. Когда напряженность поля становится достаточно большой, в окружающем воздухе происходит ионизация молекул. Ионы с тем же знаком заряда, что и у острия, движутся от острия, увлекая в свое движение и нейтральные молекулы. В результате возникает так называемый *электрический ветер*. Вследствие сильной ионизации воздуха около острия оно быстро теряет электрический заряд. Поэтому для сохранения заряда на проводниках (на деталях приборов и машин, работающих при высоком напряжении) стремятся к тому, чтобы поверхности проводников имели возможно больший радиус кривизны и были гладкими.

Электростатические поля можно изобразить графически при помощи не только силовых линий, но и эквипотенциальных поверхностей. Силовые линии перпендикулярны к поверхности заряженного проводника в каждой ее точке ($\vec{E} = \vec{E}_n$). Поскольку поверхность проводника эквипотенциальна, то силовые линии поля нормальны к поверхностям равного потенциала. Очевидно, что работа, совершаемая при перемещении электрического заряда по одной и той же эквипотенциальной поверхности, равна нулю.

Если проводить эквипотенциальные поверхности так, чтобы они соответствовали одинаковым приращениям потенциала, то быстрота изменения потенциала в направлении силовых линий будет обратно пропорциональна расстоянию между соседними эквипотенциальными поверхностями. Это означает, что густота эквипотенциальных поверхностей пропорциональна напряженности поля: там, где больше напряженность поля, там и эквипотенциальные поверхности располагаются гуще. Таким образом, зная расположение силовых линий поля, можно построить эквипотенциальные поверхности (линии) и наоборот.

В случае поля точечного заряда силовые линии представляют собой радиальные прямые, а эквипотенциальные поверхности – концентрические сферы (окружности), густота которых увеличивается по мере приближения к заряду. Эквипотенциальные поверхности однородного поля представляют собой систему равноотстоящих друг от друга плоскостей, перпендикулярных к вектору \vec{E} .

3. ДИЭЛЕКТРИКИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

3.1. Электрический диполь. Электрическое поле диполя

Электрическим диполем называется система двух одинаковых по величине разноименных точечных зарядов $+q$ и $-q$, расстояние l между которыми значительно меньше расстояния до тех точек, в которых определяется поле системы. Прямая, проходящая через оба заряда, называется *осью диполя*. Поле диполя обладает осевой симметрией. Поэтому картина поля в любой плоскости, проходящей через ось диполя, будет одинаковой, причем вектор \vec{E} лежит в этой плоскости. Положение точки А (рис. 13) относительно диполя зададим радиусом-вектором \vec{r} . Вектор \vec{l} , проведенный от отрицательного заряда (полюса) к положительному полюсу, называется *плечом диполя*. Согласно (29), потенциал поля диполя в точке А равен

$$\varphi(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{(r_1 - r_2)}{r_1 r_2}. \text{ Т. к. длина плеча } l \text{ диполя все}$$

ма мала по сравнению с r_1 и r_2 , то $r_1 - r_2 = l \cos \alpha$, $r_1 r_2 \cong r^2$, и выражение для потенциала примет вид

$$\varphi(r, \alpha) = \frac{ql \cos \alpha}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{p \cos \alpha}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad (47)$$

где $p = ql$ – *электрический момент диполя*. Вектор $\vec{p} = q\vec{l}$ направлен по оси диполя от отрицательного полюса к положительному.

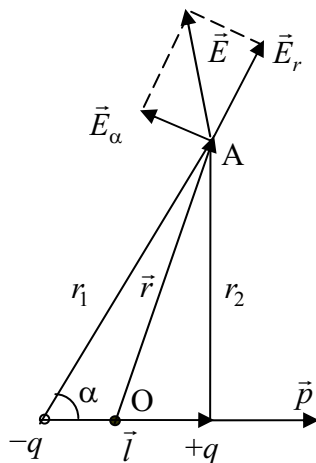


Рис. 13

Зная φ как функцию координат r и α , можно рассчитать напряженность E поля, дифференцируя выражение для φ по координатам. Составляющая вектора напряженности в направлении радиуса-вектора \vec{r} есть $E_r = -\frac{\partial\varphi}{\partial r} = \frac{2p \cos \alpha}{4\pi\epsilon_0 r^3}$. Составляющая, перпендикулярная к \vec{r} , $E_\alpha = -\frac{\partial\varphi}{r d\alpha} = \frac{p \sin \alpha}{4\pi\epsilon_0 r^3}$.

Модуль вектора напряженности \vec{E} поля в точке А

$$E = \sqrt{E_r^2 + E_\alpha^2} = \frac{P}{4\pi\epsilon_0 r^3} \sqrt{3 \cos^2 \alpha + 1}. \quad (48)$$

Положив в (48) $\alpha = 0$, получим выражение для напряженности поля в точках, лежащих в направлении оси диполя:

$$E_{\uparrow\uparrow} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2p}{r^3} \quad \text{или} \quad \vec{E}_{\uparrow\uparrow} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\vec{p}}{r^3}. \quad (49)$$

Положив в (48) $\alpha = \pi/2$, получим выражение для напряженности поля в точках, лежащих на прямой, проходящей через центр диполя (точку 0) и перпендикулярной к его оси:

$$E_\perp = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3} \quad \text{или} \quad \vec{E}_\perp = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p}}{r^3}. \quad (50)$$

В этом случае вектор \vec{E}_\perp антипараллелен вектору \vec{p} .

3.2. Диполь в электростатическом поле

Если диполь поместить в однородное электрическое поле, то образующие диполь заряды окажутся под действием равных по величине, но противоположных по направлению сил \vec{F}_1 и \vec{F}_2 (рис. 14). Эти силы образуют пару сил, момент которых

$$M = qEl \sin \alpha = pE \sin(\widehat{\vec{p}, \vec{E}}), \quad (51)$$

где α – угол между вектором \vec{p} и вектором напряженности \vec{E} поля.

Формулу (51) можно записать в векторном виде:

$$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}. \quad (52)$$

Момент сил (52) стремится повернуть диполь так, чтобы его электрический момент \vec{p} установился по направлению поля.

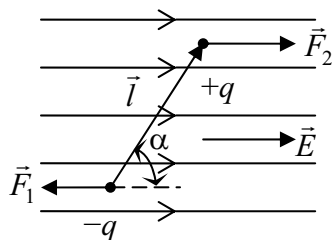


Рис. 14

Для того чтобы повернуть диполь в электрическом поле на некоторый угол, нужно совершить определенную работу. Т. к. эта работа равна изменению потенциальной энергии диполя, то отсюда можно найти выражение для потенциальной энергии диполя в электрическом поле:

$$\Pi = \int_{\pi/2}^{\alpha} pE \sin \alpha d\alpha = -pE \cos \alpha. \quad (53)$$

При выводе (53) принято, что нулевому значению энергии диполя соответствует его положение, когда угол $\alpha = \pi/2$ ($\vec{p} \perp \vec{E}$). Формула (53) справедлива и для неоднородного поля.

Рассмотрим теперь диполь, находящийся в неоднородном поле, обладающем симметрией относительно оси x . Пусть центр диполя лежит на этой оси, а электрический момент диполя образует с осью угол α , отличный от $\pi/2$ (рис. 15).

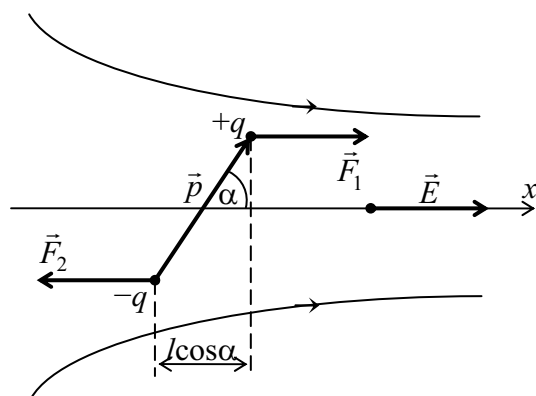


Рис. 15

В этом случае силы, действующие на заряд диполя, не одинаковы по величине. Поэтому, кроме вращающего момента, на диполь

будет действовать сила, стремящаяся переместить его в направлении оси x . При сделанном предположении компоненты силы $F_y = F_z = 0$. Найдем выражение для компоненты F_x . Из рис. 15 следует, что напряженность поля в точках, где находятся заряды $-q$ и $+q$, отличается на величину $\left(\frac{\partial E}{\partial x}\right)l \cos \alpha$. Поэтому разность сил, действующих на заряды, равна

$$F_x = q \left(\frac{\partial E}{\partial x}\right)l \cos \alpha = p \frac{\partial E}{\partial x} \cos \alpha. \quad (54)$$

Из (54) следует, что при $\alpha < \pi/2$ величина F_x положительна. Это означает, что под действием силы диполь втягивается в область более сильного поля. При $\alpha > \pi/2$ диполь выталкивается из поля.

3.3. Полярные и неполярные диэлектрики. Типы поляризации диэлектриков

Диэлектриками (или *изоляторами*) называются вещества, не способные проводить электрический ток. Идеальных изоляторов в природе не существует. Все вещества хотя бы в ничтожной степени проводят электрический ток. Однако вещества, называемые диэлектриками, проводят ток в 10^{15} – 10^{20} раз хуже проводников.

Каждая молекула (или атом) диэлектрика содержит положительно заряженные ядра и электроны. Суммарный положительный заряд ядер равен абсолютной величине заряда всех электронов, так что молекула в целом электрически нейтральная. В молекулах некоторых диэлектриков (H_2 , N_2 , CCl_4 , углеводороды и др.) центры положительных и центры отрицательных зарядов вне электрического поля совпадают, и дипольный момент этих молекул равен нулю ($\vec{p} = 0$). Поэтому молекулы таких диэлектриков называют *неполярными*.

Неполярные молекулы приобретают в электрическом поле индуцированные (наведенные) дипольные моменты за счет деформации электронных орбит. В этом можно убедиться на примере атома водорода, помещенного во внешнее поле. Именно вследствие смещения электронной орбиты, как показывают расчеты, атом приобретает электрический момент

$$p = 4\pi\epsilon_0 r^3 E = \epsilon_0 \alpha E,$$

где $\alpha = 4\pi r^3$ – множитель, пропорциональный третьей степени радиуса орбиты, т. е. объему атома, и называемый *поляризуемостью атома*.

Результаты, полученные в этом примере, имеют общее значение*. Индуцированный дипольный момент неполярной молекулы всегда пропорционален напряженности E внешнего электрического поля, причем поляризуемость молекулы зависит только от ее объема. Вектор \vec{p} совпадает по направлению с вектором напряженности \vec{E} внешнего поля:

$$\vec{p} = \varepsilon_0 \alpha \vec{E}. \quad (55)$$

Существенно, что электрические моменты неполярных молекул совпадают с направлением вектора \vec{E} независимо от температуры диэлектрика и связанного с ней хаотического движения. Описанный тип поляризации носит название *электронной деформационной поляризации*.

Большую группу диэлектриков составляют вещества, в молекулах которых электроны расположены несимметрично относительно ядер. В таких молекулах центры положительных и отрицательных зарядов не совпадают. Поэтому молекулы таких диэлектриков обладают постоянным дипольным электрическим моментом \vec{p}_0 и называются *полярными*. Диэлектриками с полярными молекулами являются H_2O , NH_3 , HCl , CH_3Cl и другие вещества. Приближенно можно считать молекулы таких веществ *жесткими диполями*, расстояние l между зарядами $+q$ и $-q$ которых не зависит от действия на них внешнего поля.

Как известно, на жесткий диполь во внешнем поле в общем случае действуют вращающий момент $\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$ и сила \vec{F} , втягивающая свободный диполь в область более сильного поля. Под действием вращающего момента \vec{M} полярные молекулы диэлектрика (жесткие диполи) стремятся повернуться таким образом, чтобы дипольные моменты \vec{p} совпали по направлению с \vec{E} . Однако тепловое движение молекул хаотически «разбрасывает» диполи, препятствуя ориентации их дипольных моментов вдоль поля. В результате совместного действия указанных причин в диэлектрике возникает преимущественная ориентация дипольных моментов молекул вдоль поля. Очевидно, что ее степень будет зависеть от величины поля и от температуры. Описанный тип поляризации называется *ориентационной поляризацией*.

* Поляризуемость несимметричных молекул зависит от их расположения по отношению к направлению вектора напряженности \vec{E} внешнего поля.

Практически в жидкостях и газах наблюдаются одновременно и ориентационная, и электронная поляризации.

В кристаллических диэлектриках, имеющих ионные кристаллические решетки (например, NaCl, CsCl и др.), под действием электрического поля положительные ионы смещаются в направлении вектора \vec{E} , а отрицательные – в противоположном направлении. Вследствие этого смещения простых решеток кристалл приобретает нескомпенсированный электрический момент, т. е. происходит поляризация кристалла. Этот тип поляризации называется *деформационной ионной поляризацией*. В кристаллических диэлектриках могут проявляться все рассмотренные три типа поляризации.

3.4. Вектор поляризации

Для количественной характеристики поляризации диэлектрика служит физическая величина \vec{P} , называемая *вектором поляризации*, или *поляризованностью*. Этот вектор равен векторной сумме электрических моментов всех молекул, заключенных в единице объема:

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V} \left\langle \sum_{i=1}^n \vec{p}_i \right\rangle, \quad (56)$$

где \vec{p}_i – дипольный момент i -й молекулы; n – число молекул в объеме ΔV .

Этот объем должен быть достаточно малым, чтобы в его пределах электрическое поле можно было считать однородным. Если диэлектрик однороден и смещение зарядов \vec{l} одинаково во всех точках, то и вектор \vec{P} будет одинаков по всему объему диэлектрика. Такую поляризацию называют *однородной*.

В случае однородного диэлектрика с неполярными молекулами $\vec{P} = n_0 \vec{p}$, где n_0 – число молекул в единице объема. С учетом (55) для такого диэлектрика получим

$$\vec{P} = n_0 \varepsilon_0 \alpha \vec{E} = \varepsilon_0 \varkappa \vec{E}, \quad (57)$$

где коэффициент $n_0 \alpha = \varkappa$ называется *диэлектрической восприимчивостью*.

Установлено, что в случае не слишком сильных полей формула (57) справедлива и для диэлектрика с полярными молекулами. В этих условиях для указанного диэлектрика диэлектрическая восприимчивость выражается формулой

$$\alpha = \frac{n_0 p_0^2}{3\varepsilon_0 kT}, \quad (58)$$

где \vec{p}_0 – электрический момент жесткого диполя; k – постоянная Больцмана; T – абсолютная температура.

Заметим, что линейная зависимость между векторами \vec{P} и \vec{E} остается справедливой и для ионных кристаллов при не слишком сильных полях.

3.5. Напряженность поля внутри диэлектрика

Если диэлектрик однороден и находится в однородном электрическом поле, то во всех его точках значения вектора поляризации одинаковы (однородная поляризация). При этом любой элемент dV объема диэлектрика, содержащий большое число молекул, остается нейтральным благодаря взаимной компенсации противоположных по знаку зарядов диполей, расположенных друг возле друга. Иначе обстоит дело в тонких слоях у поверхностей диэлектрика, ограничивающих его объем. Вследствие поляризации диэлектрика (при любом ее типе) у той его поверхности, в которую входят силовые линии внешнего поля, возникает избыток отрицательных связанных зарядов. У противоположной поверхности, из которой выходят силовые линии, возникает избыток положительного заряда. Эти так называемые *поляризационные* (или *связанные*) *заряды* распределяются на поверхности диэлектрика с поверхностной плотностью σ' .

Рассмотрим плоский конденсатор (однородное поле), заполненный однородным диэлектриком (рис. 16). Напряженность \vec{E} поля внутри диэлектрика есть сумма напряженностей двух полей: напряженности \vec{E}_0 поля, созданного зарядами на обкладках, и напряженности \vec{E}' поля, вызванного поляризованным диэлектриком:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'. \quad (59)$$

Под \vec{E} в соотношении (57) следует понимать напряженность поля внутри диэлектрика, определяемую формулой (59). Напряженность $E_0 = \sigma/\varepsilon_0$, где σ – поверхностная плотность зарядов на металлических обкладках. Напряженность $E' = \sigma'/\varepsilon$, где σ' – поверхностная плотность поляризационных зарядов. Т. к. векторы \vec{E}_0 и \vec{E}' противоположны по направлению, то

$$E = \frac{\sigma - \sigma'}{\epsilon_0}. \quad (60)$$

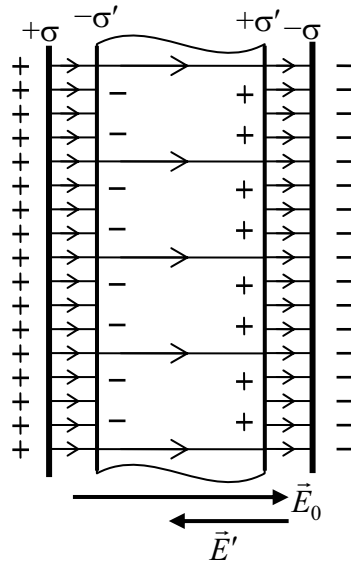


Рис. 16

Найдем связь между σ' и поляризуемостью \vec{P} . Будем считать поляризацию однородной и рассмотрим в однородном поле кусок диэлектрика в форме наклонной призмы с основанием S и ребром L , параллельным вектору \vec{P} (рис. 17). На одном из оснований призмы появятся отрицательные поляризационные заряды с поверхностной плотностью $-\sigma'$, а на другом – положительные с плотностью $+\sigma'$, и поэтому призма приобретет электрический момент

$$p_e = \sigma' SL.$$

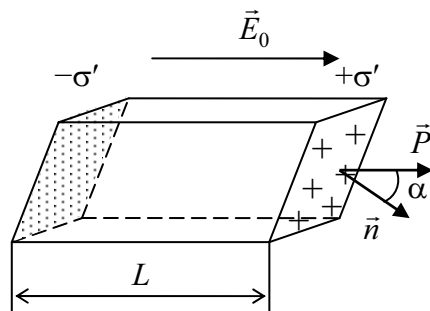


Рис. 17

Если α – угол между нормалью \vec{n} к основанию призмы и вектором \vec{P} , то объем призмы $V = SL \cos \alpha$. Тогда

$$p_e = \frac{\sigma' V}{\cos \alpha}.$$

С другой стороны, эту же величину можно выразить через электрический момент единицы объема $p_e = PV$.

Сравнивая последние два равенства, найдем

$$\sigma' = P \cos \alpha = P_n, \quad (61)$$

где P_n – проекция вектора \vec{P} на направление вектора нормали \vec{n} к рассматриваемой поверхности.

Полученный результат показывает, что поверхностная плотность поляризационных зарядов равна нормальной составляющей вектора поляризации в данной точке поверхности.

Если вектор \vec{P} различен в разных точках (неоднородная поляризация), то в диэлектрике могут возникать еще и объемные связанные заряды.

4. ТЕОРЕМА ГАУССА ДЛЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ДИЭЛЕКТРИКЕ. ТИПЫ ДИЭЛЕКТРИКОВ

4.1. Вектор электрического смещения

Из вышеизложенного следует, что поле индуцированных (связанных) зарядов всегда возникает в результате поляризации диэлектрика при его внесении во внешнее электрическое поле. Последнее создается какой-либо системой свободных зарядов q . Таким образом, первичным источником электрического поля являются свободные заряды. Однако связанные заряды q' также являются источниками электрического поля. Поэтому, согласно (18),

$$\oint_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \left(\sum_{i=1}^m q_i + \sum_{i=1}^k q'_i \right). \quad (62)$$

Расчеты показывают, что алгебраическая сумма связанных зарядов, охватываемых замкнутой поверхностью S , равна $-\oint P_n dS$, где P_n – проекция вектора поляризации на внешнюю нормаль к S . Тогда с учетом приведенной формулы выражение (62) примет вид

$$\oint_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \left(\sum_{i=1}^m q_i - \oint_S P_n dS \right) \Rightarrow \oint_S (\varepsilon_0 E_n + P_n) dS = \sum_{i=1}^m q_i = q_{\text{своб}},$$

где $\varepsilon_0 E_n + P_n = D_n$ – проекция вектора смещения \vec{D} на внешнюю нормаль \vec{n} к поверхности S .

Теорема Остроградского – Гаусса в форме

$$\oint D_n dS = q_{\text{своб}} \quad (63)$$

справедлива в любой среде – изотропной и анизотропной, однородной и неоднородной.

Таким образом, вектор электрического смещения в случае произвольного диэлектрика определяется соотношением

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}. \quad (64)$$

В случае изотропной среды $\vec{P} = \varkappa \varepsilon_0 \vec{E}$. Тогда

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \varepsilon_0 \varkappa \vec{E} = \varepsilon_0 (1 + \varkappa) \vec{E} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}, \quad (65)$$

где

$$\varepsilon = 1 + \varkappa. \quad (66)$$

Итак, диэлектрическая проницаемость изотропного диэлектрика равна его диэлектрической восприимчивости, увеличенной на единицу. В случае неполярных диэлектриков при их изохорном нагревании (или охлаждении) диэлектрическая проницаемость, как показывают опыты, не изменяется. Что же касается полярных диэлектриков, то с повышением температуры диэлектрическая проницаемость этих веществ уменьшается. Диэлектрическая проницаемость кристаллов в общем случае зависит не только от природы вещества и его состояния, но и от выбора направления в кристалле. В общем случае в анизотропной среде векторы \vec{D} и \vec{E} (\vec{P} и \vec{E}) неколлинеарны.

Используя формулы (57), (60), (61) и (66), для поверхностной плотности связанных зарядов можно получить выражение

$$\sigma' = \frac{(\varepsilon - 1)}{\varepsilon} \sigma. \quad (66a)$$

Отсюда следует, что поверхностная плотность поляризационных зарядов всегда меньше поверхностной плотности свободных зарядов, электрическое поле которых обуславливает возникновение связанных зарядов.

4.2. Условия на границе двух диэлектриков

Рассмотрим границу раздела OO_1 двух однородных и однородно поляризованных диэлектриков 1 и 2 (рис. 18). В каждом из диэлектриков вблизи поверхности раздела существуют поляризационные заряды с плотностями σ'_1 и σ'_2 , которые имеют противоположные знаки.

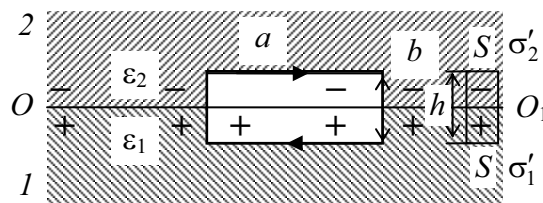


Рис. 18

Если предположить, что $\sigma'_1 > \sigma'_2$, то, согласно (60), напряженность поля в первом слое будет меньше, чем во втором ($E_1 < E_2$). Построим прямоугольный контур со сторонами a и b и расположим его симметрично относительно OO_1 . Будем стягивать контур так, чтобы b

стремилось к нулю. Тогда циркуляция вектора \vec{E} вдоль этого контура (с учетом выбранного направления обхода)

$$\oint_L E_l dl = E_{\tau 1} a - E_{\tau 2} a = 0.$$

Отсюда следует, что касательные составляющие к границе раздела векторов \vec{E}_1 и \vec{E}_2 будут равны между собой:

$$E_{\tau 1} = E_{\tau 2}. \quad (67)$$

Напротив, нормальные составляющие к границе раздела этих векторов будут различны; их разность равна

$$E_{n2} - E_{n1} = \frac{\sigma'_1 - \sigma'_2}{\epsilon_0}.$$

Поэтому число силовых линий, проходящих через единицу площади границы раздела, в диэлектриках 1 и 2 не равно друг другу, а значит, часть силовых линий на границе раздела прерывается.

Применив (65) к касательным составляющим векторов \vec{D}_1 и \vec{D}_2 ($D_{\tau 1} = \epsilon_1 \epsilon_0 E_{\tau 1}$ и $D_{\tau 2} = \epsilon_2 \epsilon_0 E_{\tau 2}$) и учитывая граничное условие (67), можно получить

$$\frac{D_{\tau 1}}{D_{\tau 2}} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}. \quad (67a)$$

Рассмотрим теперь поверхность, ограниченную прямым цилиндром высотой h , расположенным перпендикулярно к границе OO_1 (рис. 18). Основания S цилиндра лежат по обе стороны границы. Применим к этой поверхности теорему Остроградского – Гаусса. При $h \rightarrow 0$ поток вектора электрического смещения \vec{D} через рассматриваемую поверхность будет определяться только потоком через основания цилиндра (в пределах S поле считаем однородным). Если свободные заряды на границе OO_1 отсутствуют, то, согласно (63),

$$\oint_S D_n dS = D_{n1} S - D_{n2} S = 0.$$

Отсюда следует, что нормальные составляющие к границе раздела вектора электрического смещения непрерывны (рис. 19):

$$D_{n1} = D_{n2}. \quad (68)$$

(Касательные составляющие к границе раздела вектора \vec{D} при переходе через границу претерпевают разрыв, т. е. $D_{\tau 1} \neq D_{\tau 2}$, см. (67, а)).

Т. к. $D_{n1} = \varepsilon_1 \varepsilon_0 E_{n1}$ и $D_{n2} = \varepsilon_2 \varepsilon_0 E_{n2}$, то

$$\frac{E_{n1}}{E_{n2}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}. \quad (69)$$

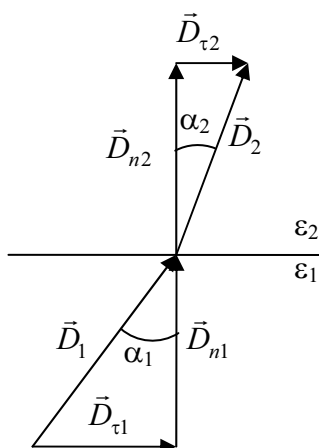


Рис. 19

Соотношения (67), (67, а), (68) и (69) определяют условия, называемые граничными, которым удовлетворяют векторы \vec{D} и \vec{E} на границе двух диэлектриков. Следует отметить, что эти соотношения справедливы и для полей, изменяющихся со временем.

4.3. Сегнетоэлектрики

Некоторые химические соединения в кристаллическом состоянии имеют весьма необычные и интересные диэлектрические свойства. Первоначально эти свойства были обнаружены у кристаллов сегнетовой соли (двойная натрий-калиевая соль винной кислоты $\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$), и поэтому все подобные диэлектрики называются *сегнетоэлектриками*. К этому классу веществ относятся: титанат бария (BaTiO_3), сульфат калия (KN_2PO_4), KN_2AsO_4 и др.

Всем сегнетоэлектрикам присущи следующие свойства:

1. В определенном интервале температур наблюдается резкое возрастание диэлектрической проницаемости ε . Так, для титаната бария при $t \approx 120^\circ\text{C}$ диэлектрическая проницаемость имеет значение, близкое к 2000. При понижении температуры до 80°C диэлектрическая

проницаемость резко возрастает до значений 6000–7000, после чего вновь уменьшается с понижением температуры.

2. Диэлектрическая проницаемость ϵ (и диэлектрическая восприимчивость ϵ') сегнетоэлектриков зависит от напряженности поля (рис. 20), тогда как для остальных диэлектриков ϵ (и ϵ') не зависит от напряженности E поля. Поэтому для сегнетоэлектриков отсутствует линейная зависимость между вектором поляризации \vec{P} и вектором напряженности \vec{E} электрического поля.

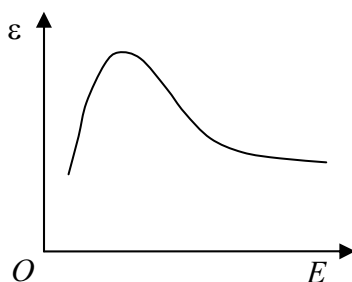


Рис. 20

3. Для сегнетоэлектриков характерно явление диэлектрического гистерезиса (от греч. «гистерезис» – запаздывание). При изменениях поля значения поляризованности P (а значит, и смещения D) отстают от напряженности E внешнего электрического поля, в результате чего P и D определяются величиной E не только в данный момент, но и от предшествующих состояний поляризации. Зависимость поляризованности от напряженности поля имеет вид, изображенный на рис. 21.

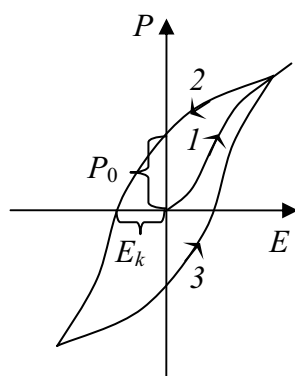


Рис. 21

При первоначальном увеличении E нарастание P описывается ветвью кривой 1, которая нелинейна. Если затем уменьшать E (напря-

жение на конденсаторе), то уменьшение поляризованности будет происходить в соответствии с ветвью 2, и при $E = 0$ поляризованность $P = P_0$ (*остаточная поляризация*). Лишь при наложении поля обратного направления ($-E_k$) поляризация исчезает полностью. Величина E_k называется *коэрцитивной силой*. При дальнейшем циклическом изменении электрического поля изменения P описываются петлеобразной кривой – *петлей гистерезиса*.

4. Сегнетоэлектрические свойства сильно зависят от температуры. При температурах, превышающих определенное значение T_k , различное для разных веществ, эти свойства исчезают, и сегнетоэлектрик превращается в обычный полярный диэлектрик. Указанная температура называется *температурой* (или *точкой*) *Кюри*. В некоторых случаях (например, для сегнетовой соли) существуют две точки Кюри ($+22,5^\circ\text{C}$ и -15°C), и сегнетоэлектрические свойства наблюдаются только при температурах, лежащих между этими точками. Для титаната бария точка Кюри лежит около 80°C .

5. Сегнетоэлектрические свойства являются следствием самопроизвольной поляризации кристаллических веществ, у которых отсутствует центр симметрии, возникающей в них под действием особенно сильного взаимодействия между частицами. Это взаимодействие частиц в кристалле приводит к тому, что их дипольные моменты спонтанно (самопроизвольно) устанавливаются параллельно друг другу. В результате этого в кристалле возникают области самопроизвольной поляризации – *домены*. Однако электрические моменты доменов при отсутствии внешнего поля расположены хаотически, и поэтому весь образец сегнетоэлектрика не поляризован. Такое положение соответствует минимуму энергии. При внесении кристалла сегнетоэлектрика во внешнее электрическое поле происходит переориентация электрических моментов доменов, и весь образец оказывается поляризованным. При температуре $T > T_k$ доменная структура разрушается.

Сегнетоэлектрики используют для изготовления конденсаторов большой емкости и малых размеров, для модуляции частоты электромагнитных колебаний и др.

4.4. Пьезоэлектрический эффект

Ранее была рассмотрена поляризация диэлектриков, обусловленная действием внешнего электрического поля. Но среди кристаллических диэлектриков есть такие вещества, которые поляризуются не только под воздействием электрического поля, но и в результате

механических деформаций (растяжения, сжатия, сдвига). Это явление получило название *пьезоэлектрического эффекта*. К пьезоэлектрикам относятся кварц, турмалин, сегнетова соль, сахар, цинковая обманка, титанат бария и др.

Рассмотрим основные особенности этого эффекта на примере кварца (α -кварца). Кристаллы α -кварца принадлежат к тригональной кристаллографической системе. Они имеют форму, близкую к шестигранной призме, ограниченной двумя пирамидами. В таких кристаллах выделяют четыре оси, определяющие важнейшие в них направления. Ось, соединяющая вершины пирамид (ось z), называется *оптической осью*. Три другие оси x_1 , x_2 , x_3 перпендикулярны к оси z и соединяют противоположные ребра призмы (рис. 22). Направление, определяемое осью z , пьезоэлектрически неактивно: при сжатии или растяжении в этом направлении поляризация не обнаруживается. Напротив, при сжатии или растяжении в любом направлении, перпендикулярном оси z , возникает электрическая поляризация. Поэтому оси x_1 , x_2 , x_3 называют *электрическими* (или *пьезоэлектрическими*) *осями*. Следует заметить, что концы указанных осей неравноправны (такие оси получили название полярных). Это проявляется не только в пьезоэффekte, но и в других явлениях.

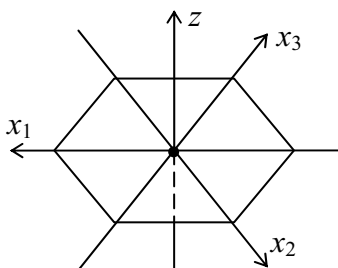


Рис. 22

На рис. 23 изображена пластинка кварца, вырезанная перпендикулярно одной из электрических осей. Оказывается, что при растяжении пластинки вдоль оси Ox на перпендикулярных к ней гранях $ABCD$ и $A'B'C'D'$ появляются разноименные электрические заряды. Такой пьезоэлектрический эффект называется *продольным*. При сжатии же пластинки знаки поляризационных зарядов изменяются на обратные. На гранях $ABCD$ и $A'B'C'D'$ поляризационные заряды появляются и тогда, когда пластинка подвергается деформации вдоль оси Oy . В этом случае говорят о *поперечном пьезоэффekte*. Как показывают опыты,

знаки поляризационных зарядов на гранях пластинки при ее растяжении вдоль оси Oy (в поперечном эффекте) такие же, как и при сжатии вдоль оси Ox (в продольном эффекте).

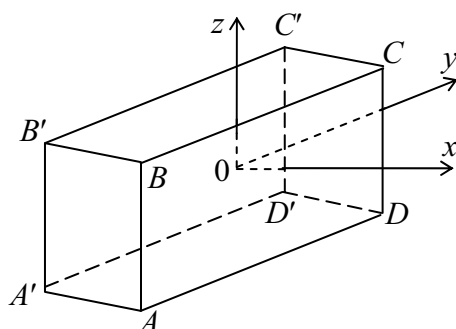


Рис. 23

Кварц (SiO_2), как и другие пьезоэлектрики, относится к ионным кристаллам, в которых центры положительных и отрицательных ионов элементарной ячейки не совпадают. При деформации кристалла α -кварца положительные ионы Si зарядом $4e$ и отрицательные ионы O зарядом $-2e$ (e – элементарный заряд) решетки смещаются друг относительно друга, и поэтому изменяется электрический момент кристалла. Это изменение электрического момента и проявляется в пьезоэлектрическом (прямом) эффекте.

Опыты показывают, что поверхностная плотность σ_p пьезополяризационных зарядов пропорциональна упругому напряжению в кристалле.

Наряду с пьезоэлектрическим эффектом наблюдается обратное ему явление. Если к металлическим обкладкам, укрепленным на гранях кварцевой пластинки, подать разность потенциалов, то образец под действием поля поляризуется и деформируется. При направлении поля вдоль оси Ox пластинка деформируется не только в направлении оси Ox (*продольный обратный пьезоэффект*), но и в направлении оси Oy (*поперечный обратный пьезоэффект*), причем растяжение пластинки вдоль оси Ox сопровождается ее сжатием вдоль оси Oy . Изменение полярности обкладок вызывает изменение характера деформации в направлении указанных осей.

Пьезоэлектрический эффект (прямой и обратный) широко применяется для устройства различных электромеханических преобразователей. Последние находят многочисленные применения в разнообразной электроакустической и измерительной аппаратуре (пьезоэлектрические микрофон и телефон, манометры, измерители вибраций и др.).

4.5. Электреты

Электретами называют диэлектрики, которые, будучи наэлектризованы при определенных условиях, длительное время сохраняют это состояние. Электреты могут быть изготовлены из самых разнообразных по своей структуре и свойствам твердых диэлектриков. По способу изготовления различают термо-, фото-, электро-, радио-, механо-, магнето- и другие электреты. Термоэлектрет можно изготовить, нагревая диэлектрики до температуры, близкой к точке плавления (в случае полимеров – до температуры, превышающей температуру стеклования), а затем охлаждая их в сильном электрическом поле. При изготовлении фотоэлектретов вместо нагревания используют освещение образца. В третьем способе определяющую роль играет только электрическое поле. Электреты, полученные таким методом, названы электроэлектретами. Электретное состояние у ряда материалов возникает при воздействии на них радиоактивным излучением (α -, β -, γ -лучами). Такие электреты называют радиоэлектретами. Электретный эффект может быть вызван, особенно в полимерах, различными видами механической деформации (механоэлектреты). При изготовлении магнитоэлектретов диэлектрик сначала нагревают до определенной температуры, а затем охлаждают его до комнатной температуры в достаточно сильном ($B \approx 1$ Тл) магнитном поле.

Рассмотрим основные свойства, присущие в той или иной степени всем электретам, преимущественно на примере термоэлектретов, у которых этот эффект проявляется наиболее рельефно. У одних материалов сразу после поляризации на поверхностях электрета возникают заряды, противоположные по знаку полярности поляризующих электродов. Такие заряды называют *гетерозарядами*. У других диэлектриков возникают заряды, совпадающие по знаку с зарядами электродов. Это – *гомозаряды*. Установлено, что гетерозаряд распределен в объеме и, как правило, равномерно. Что касается гомозаряда, то он сконцентрирован в достаточно тонком приэлектродном слое. Природа гетеро- и гомозарядов различна. Образование гетерозаряда в общем случае обусловлено тремя механизмами: «вмерзанием» ориентированных диполей или дипольных комплексов после остывания диэлектрика (это присуще в основном полярным веществам); закреплением сместившихся в электрическом поле ионов; «застыванием» зарядов, образованных на макронеоднородностях образца. Второй механизм особенно четко проявляется в случае поляризации диэлектрика при

температурах, когда электропроводность имеет заведомо ионный характер. Гомозаряд формируется за счет инъекции в образец ионов и электронов, которые образуются в результате местных пробоев воздуха в зазоре электрет – электроды и затем втягиваются полем внутрь диэлектрика. При изготовлении электретов в поле коронного заряда и радиоэлектретов можно достаточно точно дозировать количество инжектированных носителей зарядов, изменять их природу и регулировать глубину их локализации.

Для получения максимально возможных зарядов термоэлектретов необходимо соблюдение ряда условий и выбор оптимальных для данного вещества температуры поляризации $T_{\text{п}}$, времени поляризации $t_{\text{п}}$ и напряженности $E_{\text{п}}$ поляризующего поля. В зависимости от природы диэлектрика $T_{\text{п}}$ может быть различной. Так, для восков $T_{\text{п}}$ не превышает 60–80°C, для полиметилметакрилата (оргстекла) – 150°C, для керамических диэлектриков (CaTiO_3 , MgTiO_3 и др.) $T_{\text{п}}$ может достигать 300°C. Время поляризации составляет 4–8 ч. Напряженность $E_{\text{п}}$ может принимать значения примерно от 10^5 до 10^7 В/м и выше. При более низких значениях $E_{\text{п}}$, как правило, образуется гетерозаряд, при высоких значениях $E_{\text{п}}$ – гомозаряд. В случае промежуточных значений поляризующего поля в течение некоторого времени может наблюдаться переход гетерозаряда в гомозаряд. Некоторые электреты обнаруживают гомозаряд при любом значении поля поляризации, другие – только гетерозаряд, сохраняющийся длительное время.

Фотоэлектретное состояние возможно в диэлектриках, обладающих фотопроводимостью. У фотоэлектретов, как правило, наблюдаются только гетерозаряды, которые при хранении образца в темноте медленно уменьшаются со временем. опыты показали, что величина заряда фотоэлектретов определяется главным образом напряженностью $E_{\text{п}}$ поляризующего поля ($E_{\text{п}}$ может составлять несколько мегавольт на метр), но зависит также от величины поглощений энергии видимого или УФ-излучений. При определенных условиях формирования фотоэлектретного состояния наблюдается насыщение поляризации электрета. Кинетика образования фотоэлектретного состояния в монокристаллах может быть объяснена на основе зонной теории кристаллов.

Заряд электротретов обусловлен преимущественно инъекцией носителей зарядов, и его величина слабо зависит от времени поляризации, а определяется в основном напряженностью $E_{\text{п}}$ поляризующего поля. Величина $E_{\text{п}}$ близка к значению электрической прочности $E_{\text{пр}}$ данного материала при комнатной температуре и может достигать сотен мегавольт на метр.

Мерой зарядов электрета является их поверхностная плотность $\sigma_{\text{эф}}$. Эффективная поверхностная плотность характеризует как величину поверхностного заряда, так и величину и распределение объемного заряда. Измеряя $\sigma_{\text{эф}}$, определяют знак заряда электрета, длительность его сохранения, а также зависимость электретного состояния от внешних факторов. Наибольшей стабильностью среди электретов обладают электреты, изготовленные из керамических диэлектриков на основе рутила TiO_2 . Так, заряд электретов из титаната кальция (CaTiO_3) в течение 5 лет почти не изменяется, а через 10 лет $\sigma_{\text{эф}}$ составляет примерно $5 \cdot 10^{-5}$ Кл/м². Из полимерных электретов наиболее стабильными являются электроэлектреты, изготовленные из пленок фторопласта-4 (Ф-4) и поликарбоната (ПК). Поверхностная плотность ($\sigma_{\text{эф}} \approx 10^{-4}$ Кл/м²) у этих электретов сохраняется неизменной в течение нескольких лет.

Все электреты в той или иной степени обнаруживают анизотропию диэлектрических, магнитных и оптических свойств. У всех электретов обнаруживается пьезоэффект. Установлено, что закорачивание полюсов электретов из многих материалов не только существенно увеличивает их время жизни, но и замедляет все процессы, связанные с омической проводимостью диэлектриков и окружающей среды. Однако электреты, изготовленные, например, из керамических диэлектриков, могут длительно храниться в свободном состоянии. При таком режиме хранения электрета в воздушной среде при нормальных условиях напряженность E его внешнего поля не может быть больше электрической прочности $E_{\text{пр}}$ сухого воздуха при указанных условиях, т. е. $E \leq E_{\text{пр}} = 3,3$ МВ/м. Этому значению напряженности E поля соответствует $\sigma_{\text{эф}} = 2,92 \cdot 10^{-5}$ Кл/м² (практически эти величины меньше указанных значений).

Деполяризацию электретов вызывают: радиоактивное и УФ-излучения, нагревание, высокая влажность (свыше 80%) окружающей среды. Процесс разрушения электретного состояния ускоряется под действием ультразвука и переменного электрического поля. Время жизни электретного состояния зависит от геометрии образцов. Установлено, что время жизни электретов сложной формы меньше, чем электретов простой формы в виде тонких плоских дисков.

Электреты получили широкое применение вследствие их способности создавать в окружающем пространстве практически постоянное электрическое поле. Постоянное поле электрета можно использовать либо непосредственно, либо косвенным образом, путем индуцирования переменного тока в поле электрета. Первое направление реализу-

ется в фильтрах для газов, дозиметрах проникающей радиации, в электростатических электрометрах и вольтметрах, в фокусирующих и сортирующих системах на электретах и в других устройствах. Действие целого ряда приборов основано на втором принципе: конденсаторные микрофоны (с использованием пленочных электретов), тахометры, датчики давления и вибрации, гигрометры, высоковольтные генераторы (до 15 кВ и выше) постоянного напряжения и др. Электреты применяют для записи звука и изображения, в электрофотографии, а также в качестве пьезодатчиков и особенно пиродатчиков для индикации ИК-излучения.

5. ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ЕМКОСТЬ

5.1. Электроемкость уединенного проводника

Рассмотрим уединенный проводник, т. е. проводник, расположенный вдали от заряженных тел и других проводников. При сообщении такому проводнику некоторого заряда последний распределится по его поверхности так, что напряженность поля внутри проводника будет равна нулю. Такое распределение является единственным. Поэтому каждая новая порция заряда будет распределяться по поверхности проводника подобно предыдущей (отношение плотностей заряда в двух произвольных точках поверхности проводника при любой величине заряда будет одним и тем же). Отсюда следует, что потенциал φ уединенного проводника пропорционален находящемуся на нем заряду q :

$$q = C\varphi.$$

Величина C , численно равная отношению заряда q уединенного проводника к его потенциалу φ , называется *электрической емкостью* (или просто *емкостью*) проводника:

$$C = \frac{q}{\varphi}. \quad (70)$$

Электроемкость уединенного проводника зависит от его формы и размеров, а также от диэлектрической проницаемости ε окружающей среды; причем геометрически подобные проводники обладают емкостями, пропорциональными их линейным размерам.

Выведем формулу для емкости уединенного проводящего шара радиуса r_0 , несущего заряд q и находящегося в однородной безграничной среде с диэлектрической проницаемостью ε . Для такого шара, согласно (41, а), напряженность поля $E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{\varepsilon r^2}$. Тогда

$$d\varphi = -E(r)dr = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \frac{dr}{r^2}.$$

Проинтегрируем это выражение по r от $r = r_0$ до $r = \infty$:

$$\int_0^\varphi d\varphi = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \int_{r_0}^\infty \frac{dr}{r^2} \Rightarrow \varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{\varepsilon r_0}. \quad (71)$$

(Потенциал на бесконечности приняли равным нулю). Подставляя выражение (71) в (70), получим

$$C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 r_0. \quad (72)$$

Единицей емкости является Фарад (Ф): $1 \text{ Ф} = 1 \text{ Кл/В}$.

Емкостью в 1 Ф обладал бы уединенный шар, радиус которого в 1500 раз больше радиуса Земли ($R_3 = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$). Следовательно, электроемкость в 1 Ф очень велика. Поэтому на практике пользуются дольными единицами: $1 \text{ мкФ} = 10^{-6} \text{ Ф}$; $1 \text{ нФ} = 10^{-9} \text{ Ф}$; $1 \text{ пФ} = 10^{-12} \text{ Ф}$.

5.2. Конденсаторы

Конденсатор представляет собой систему двух проводников, близко расположенных друг к другу, изолированных между собой, и, по крайней мере, один из них должен быть изолирован от земли. Образующие конденсатор проводники называют его *обкладками*. Чтобы окружающие тела не оказывали влияние на емкость конденсатора, обкладкам придают такую форму и так располагают друг относительно друга, чтобы поле, создаваемое накапливаемыми на них зарядами, было практически сосредоточено внутри конденсатора. В таком случае линии электрического смещения начинаются на одной обкладке и заканчиваются на другой. Значит, электрические заряды, находящиеся на обкладках заряженного конденсатора, всегда равны по величине и противоположны по знаку.

В зависимости от формы обкладок различают плоские, сферические и цилиндрические конденсаторы. Электрическая емкость конденсатора

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U}, \quad (73)$$

где q – заряд одной из обкладок; $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ – разность потенциалов (напряжение) между обкладками.

Величина емкости зависит от геометрии конденсатора (от формы, размеров обкладок и от величины зазора между ними), а также от диэлектрической проницаемости ϵ среды, заполняющей пространство между обкладками. Если между обкладками конденсатора находится сегнетоэлектрик, ϵ которого зависит от напряженности поля, то пропорциональность между q и U нарушается. Такие конденсаторы называются *нелинейными*.

Выведем формулы для расчета емкости различных типов конденсаторов.

Плоский конденсатор состоит из двух параллельных металлических пластин площадью S каждая, расположенных на близком расстоянии d одна от другой и несущих заряды $q_1 = q > 0$ и $q_2 = -q < 0$. Будем считать, что зазор между пластинами мал по сравнению с их размерами, так что краевым эффектом можно пренебречь. Тогда, согласно (37), напряженность поля между обкладками равна

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{q}{\varepsilon \varepsilon_0 S},$$

где ε – диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей зазор между обкладками.

В соответствии с (39), разность потенциалов между обкладками

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Ed = \frac{q}{\varepsilon \varepsilon_0 S} d.$$

С учетом последней формулы на основе (73) получим

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d}. \quad (74)$$

Сферический конденсатор состоит из двух концентрических металлических обкладок сферической формы, радиусы которых соответственно равны r_1 и r_2 . Если заряд конденсатора q , то, согласно (43), разность потенциалов между обкладками

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{4\pi \varepsilon \varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Подставив выражение для разности потенциалов в (73), получим

$$C = \frac{4\pi \varepsilon \varepsilon_0 r_1 r_2}{r_2 - r_1}. \quad (75)$$

При $r_2 \rightarrow \infty$ внутреннюю обкладку сферического конденсатора можно рассматривать как уединенный шар. В этом случае $1/r_2 \rightarrow 0$, и, согласно (75), будем иметь $C = 4\pi \varepsilon \varepsilon_0 r_1$ (сравните с (72)).

Если $r_2 - r_1 = d \ll r_1$, то можно считать $r_2 \approx r_1$. Тогда

$$C \approx \frac{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_1^2}{d} = \frac{\epsilon\epsilon_0 4\pi r_1^2}{d} = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d},$$

где $S = 4\pi r_1^2$ – площадь поверхности обкладок.

Таким образом, если величина зазора между обкладками мала по сравнению со средним радиусом сфер, то емкость сферического конденсатора можно приближенно рассчитать по формуле для емкости плоского конденсатора.

Цилиндрический конденсатор состоит из двух полых коаксиальных металлических цилиндров с радиусами a (внутренний) и b (внешний). Длину l цилиндров будем считать большой по сравнению с зазором между ними. Тогда разность потенциалов (напряжение U_0) между обкладками можно рассчитать по формуле (45):

$$U = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln \frac{b}{a}.$$

Подставив выражение для разности потенциалов в (73), получим

$$C = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 l}{\ln \frac{b}{a}}, \quad (76)$$

где ϵ – диэлектрическая проницаемость вещества, полностью заполняющего зазор между обкладками.

Если зазор между обкладками $d = b - a$ мал по сравнению с a , то $\ln(b/a) \approx (b - a)/a$ и

$$C \approx \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 l a}{b - a} = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}, \quad (77)$$

где $S = 2\pi a l$ – площадь обкладки.

Любой конденсатор характеризуется не только электроемкостью, но и так называемым пробивным напряжением $U_{пр}$ – разностью потенциалов между его обкладками, при которой может произойти электрический разряд через слой диэлектрика. Величина пробивного напряжения зависит от свойств диэлектрика, его толщины и формы обкладок.

5.3. Соединение конденсаторов

Для того чтобы, располагая определенными конденсаторами, получить желаемую емкость при заданном рабочем напряжении, конденсаторы соединяют в батарее.

На рис. 24 показано параллельное соединение конденсаторов. В этом случае напряжение U на всех конденсаторах будет одинаковым. Поэтому их заряды: $q_1 = C_1 U$, $q_2 = C_2 U$, $q_3 = C_3 U$, ..., $q_n = C_n U$. Заряд q всей батареи $q = \sum_{i=1}^n q_i = (C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n)U$. С другой стороны, $q = CU$, где C – емкость батареи. Таким образом, емкость батареи

$$C = \frac{q}{U} = \sum_{i=1}^n C_i. \quad (78)$$

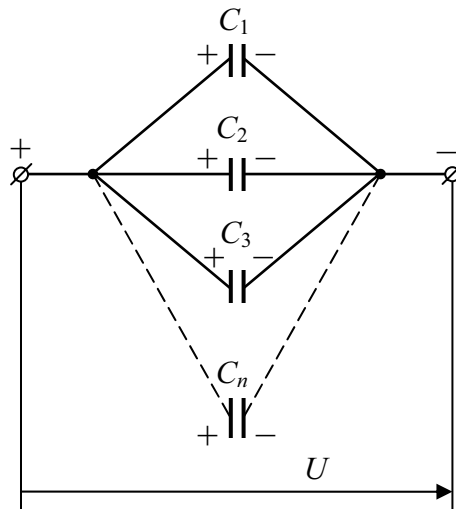


Рис. 24

При параллельном соединении конденсаторов допустимое рабочее напряжение батареи будет таким же, как и у одного из конденсаторов.

В случае последовательного соединения конденсаторов (рис. 25), если одной обкладке первого конденсатора сообщить заряд $+q$, то на его второй обкладке индуцируется заряд $-q$, а на соединенной с ней первой обкладке второго конденсатора появится заряд $+q$ и т. д. Поэтому напряжения на отдельных конденсаторах будут: $U_1 = q/C_1$, $U_2 = q/C_2$, $U_3 = q/C_3$, ..., $U_n = q/C_n$. Напряжение же на зажимах батареи будет равно сумме напряжений на отдельных конденсаторах, т. е.

$$U = \sum_{i=1}^n U_i = q \sum_{i=1}^n 1/C_i. \text{ Т. к. } U = q/C \text{ (где } C \text{ – емкость батареи), то}$$

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}. \quad (79)$$

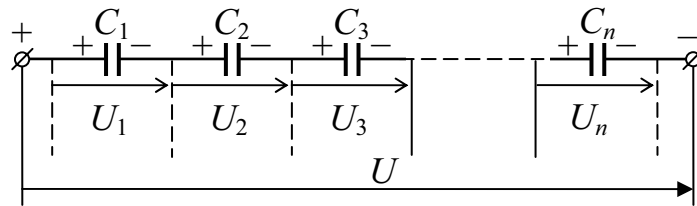


Рис. 25

Таким образом, в случае последовательного соединения конденсаторов емкость батареи всегда меньше минимальной емкости конденсатора, входящего в батарею. Напряжение же на каждом конденсаторе будет меньше напряжения на батарее, и поэтому допустимое рабочее напряжение будет больше, чем у отдельного конденсатора.

При смешанном соединении конденсаторов емкость батареи можно рассчитать, используя формулы (78) и (79).

5.4. Энергия заряженного проводника

Заряжая уединенный проводник, необходимо совершить работу против кулоновских сил отталкивания между одноименными электрическими зарядами. Эта работа идет на увеличение электрической (собственной) энергии заряженного проводника.

Рассмотрим уединенный проводник, емкость, заряд и потенциал которого соответственно равны C , q и ϕ . При перенесении заряда dq из бесконечности на этот проводник совершается работа против сил электростатического поля:

$$dA' = dq\phi = C\phi dq.$$

Для того чтобы зарядить проводник от нулевого потенциала до потенциала ϕ , необходимо совершить работу

$$A' = \int_0^{\phi} C\phi d\phi = \frac{C\phi^2}{2}. \quad (80)$$

Таким образом, энергия заряженного уединенного проводника

$$W_3 = \frac{C\phi^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2}q\phi. \quad (81)$$

5.5. Энергия заряженного конденсатора

Если обкладки заряженного конденсатора замкнуть проводом, то в нем возникнет электрический ток, а конденсатор разрядится. Электрический ток разряда конденсатора выделит в проводе определенное количество теплоты, а это значит, что заряженный конденсатор обладает энергией.

Вычислим энергию заряженного конденсатора. Для этого предположим, что конденсатор разряжается, и обозначим через $U(t)$ мгновенное значение напряжения на его обкладках. Если заряд dq проходит между обкладками, то работа электрических сил

$$dA = dqU(t).$$

Т. к. $dq = CdU$ (из $C = q/U$), то $dA = -CU(t)dU$. Знак «-» указывает на убывание разности потенциалов между обкладками. Полную работу, совершенную электрическими силами за время разряда, равную энергии W_3 конденсатора, найдем, интегрируя это выражение:

$$A = W_3 = -C \int_0^U U(t) dU = \frac{1}{2} CU^2. \quad (82)$$

Выражение для энергии заряженного конденсатора можно представить в любом из следующих видов:

$$W_3 = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2C} q^2 = \frac{1}{2} qU. \quad (83)$$

Благодаря способности запасать в себе энергию конденсаторы имеют широкое практическое применение.

5.6. Энергия электрического поля

Энергию заряженного конденсатора можно выразить через величины, характеризующие электрическое поле в зазоре между обкладками. В случае плоского конденсатора его емкость $C = \epsilon\epsilon_0 S/d$, а разность потенциалов между обкладками $U = Ed$, где E – напряженность его однородного поля. С учетом приведенных формул выражение (82) примет вид

$$W_3 = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d} E^2 d^2 = \frac{1}{2} \epsilon\epsilon_0 E^2 Sd.$$

Произведение $Sd = V$ – объем, занимаемый полем конденсатора. Следовательно,

$$W_э = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 E^2 V. \quad (84)$$

Формула $W_э = q^2/2C$ (см. (83)) связывает энергию заряженного конденсатора с его зарядом, а формула (84) – с напряженностью поля. Что же является носителем энергии – заряды или поле? В рамках электростатики дать ответ на этот вопрос невозможно. Постоянные поля и их источники – заряды – не могут существовать обособленно друг от друга. Однако изменяющиеся во времени поля могут существовать независимо от возбудивших их зарядов и распространяться в пространстве в виде электромагнитных волн. Опыт показывает, что электромагнитные волны переносят энергию, и эту энергию мы используем для многих целей. Факт существования электромагнитных волн позволяет заключить, что энергия сосредоточена в электрическом поле.

В силу однородности поля плоского конденсатора его энергия распределяется равномерно по всему его объему V . Из (84) следует, что объемная плотность энергии электрического поля

$$w_э = \frac{W_э}{V} = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} DE. \quad (85)$$

Зная плотность энергии поля в каждой точке, можно найти энергию поля, заключенную в любом объеме V . Для этого нужно вычислить интеграл

$$W_э = \int_V w_э dV = \int_V \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2} dV. \quad (86)$$

6. ЗАКОНЫ ПОСТОЯННОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА

6.1. Характеристики тока

Электрическим током называют всякое упорядоченное движение электрических зарядов. Ток, возникающий в проводящей среде при создании в ней электрического поля, называется *током проводимости*. Носителями заряда в металлах являются электроны проводимости, в электролитах – ионы обоих знаков, в газах – электроны и ионы, в полупроводниках (и в некоторых металлах) – электроны и дырки. Упорядоченное движение носителей заряда в проводнике обусловлено составляющей \vec{E}_τ напряженности поля, направленной вдоль проводника. Это означает, что при наличии тока в проводнике вектор напряженности \vec{E} внешнего поля, а следовательно, и силовые линии не перпендикулярны к поверхности проводника.

Силой тока называется физическая величина I , равная отношению заряда dq , переносимого через поверхность S за промежуток времени dt , к величине этого промежутка:

$$I = \frac{dq}{dt}. \quad (87)$$

Если сила тока и его направление не изменяются во времени, то ток называется *постоянным*, или *стационарным*. Сила постоянного тока

$$I = \frac{q}{t}. \quad (88)$$

где q – заряд, переносимый через поверхность S за конечный промежуток времени t . Сила постоянного тока во всех сечениях проводника одинакова. Единица силы тока – ампер ($1 \text{ A} = 1 \text{ Кл/с}$).

Для характеристики направления электрического тока в различных точках рассматриваемой поверхности и распределения силы тока через эту поверхность вводится *вектор плотности тока* \vec{j} . Вектор плотности электрического тока совпадает по направлению с движением положительно заряженных частиц и численно равен отношению силы тока dI через малый элемент поверхности, перпендикулярный к направлению движения носителей заряда, к площади dS_n этого элемента:

$$j = \frac{dI}{dS_n}. \quad (89)$$

Плотность тока измеряется в амперах на квадратный метр (1 А/м²). Т. к. $dS_n = dS \cos \alpha$, то из (89) следует

$$dI = j dS \cos \alpha = j_n dS = \vec{j} \vec{n} dS, \quad (90)$$

где \vec{n} – единичный вектор, нормальный к площадке dS ; $j_n = j \cos \alpha$ – проекция вектора \vec{j} на направление нормали \vec{n} . Таким образом, сила тока через произвольную поверхность S равна

$$I = \int_S j_n dS, \quad (91)$$

где интегрирование проводится по всей площади этой поверхности.

Опытами установлено, что плотность постоянного тока одинакова по всему поперечному сечению S однородного проводника. Поэтому для постоянного тока формулу (91) можно записать в виде

$$I = jS. \quad (92)$$

6.2. Закон Ома для пассивного участка цепи

Участок электрической цепи, не содержащий источников электроэнергии, называется *пассивным*. Для такого участка (проводника) закон Ома гласит:

Сила тока I в проводнике прямо пропорциональна напряжению U на его концах и обратно пропорциональна сопротивлению R проводника (участка):

$$I = \frac{U}{R}. \quad (93)$$

Единица сопротивления – Ом (1 Ом = 1 В/А).

Величина g , обратная сопротивлению, называется *электропроводностью*:

$$g = \frac{1}{R}. \quad (94)$$

Единица электропроводности – сименс (1 сим = 1 А/В = 1/Ом).

Сопротивление (или электропроводность) проводника является его характеристикой (наравне с емкостью и индуктивностью). Эта характеристика зависит от природы вещества проводника, его геометрии, а также от его состояния. Если площадь S поперечного сечения проводника – величина постоянная, то

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (95)$$

где ρ – удельное (объемное) сопротивление вещества; l – длина проводника. Единица удельного сопротивления есть Ом · м.

Величина $\gamma = \frac{1}{\rho}$ называется *удельной электропроводностью*.

С повышением температуры удельное сопротивление большинства металлов увеличивается. Если интервал изменения температуры достаточно мал, то оказывается справедливым уравнение

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t^\circ), \quad (96)$$

где ρ – удельное сопротивление при температуре $t^\circ\text{C}$; ρ_0 – удельное сопротивление при 0°C ; α – температурный коэффициент сопротивления (ТКС). Для всех химически чистых металлов ТКС близок к $1/273$, т. е. к величине температурного коэффициента расширения газов. Отметим, что некоторые сплавы (например, константан: 58,8% Cu, 40% Ni, 1,2% Mn) отличаются очень малым значением ТКС. Поэтому проволоки из таких сплавов применяют для изготовления образцовых резисторов.

Зависимость сопротивления металлов от температуры используют в различных измерительных и автоматических устройствах. Наиболее важными из них являются термометры сопротивления, балометры, термисторы.

Удельное сопротивление металлов зависит не только от температуры, но и от механических воздействий. При растяжении удельное сопротивление большинства чистых металлов и сплавов возрастает. Зависимость сопротивления проволоки от степени ее растяжения используют для измерения деформаций и механических напряжений. С этой целью изготавливают (в основном из тонкой константановой проволоки) так называемые тензометры сопротивлений.

6.3. Закон Ома в дифференциальной форме

На основе закона Ома (93) и формулы (95) можно рассчитать силу тока лишь в тех случаях, когда трубки тока* представляют собой цилиндры постоянного сечения. В общем случае расчет силы тока в проводящих средах осуществляют на основе закона Ома в дифференциальной (локальной) форме. Мысленно выделим в однородной и изотропной проводящей среде небольшой отрезок трубки тока нецилиндрической формы (рис. 26). На рисунке 1 и 2 – близко расположенные эквипотенциальные сечения этой трубки, расстояние между которыми Δl и потенциалы которых соответственно равны φ_1 и φ_2 ; ΔS – средняя величина площади сечения трубки.

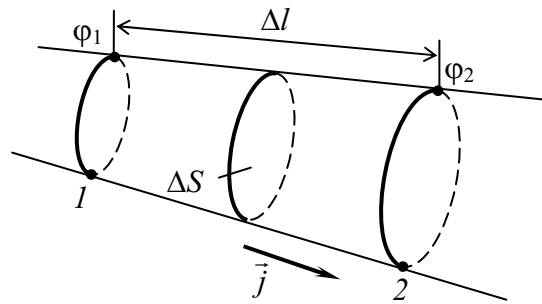


Рис. 26

По закону Ома $I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_{12}}$, а $R_{12} = \rho \frac{\Delta l}{\Delta S}$. Учтем, что $I = j\Delta S$ и $\rho = \frac{1}{\gamma}$. Тогда $j\Delta S = -\gamma \frac{\Delta\varphi}{\Delta l} \Delta S \Rightarrow j = -\gamma \frac{\Delta\varphi}{\Delta l}$.

Но $\lim_{\Delta l \rightarrow 0} \left(-\frac{\Delta\varphi}{\Delta l} \right) = -\frac{d\varphi}{dl} = E$, где E – напряженность электрического поля в некоторой точке внутри проводника. Таким образом, имеем

$$j = \gamma E, \quad (97)$$

т. е. плотность электрического тока в любой точке проводящей среды вычисляется как произведение удельной электропроводности среды на напряженность электрического поля в этой точке.

* Трубка тока есть часть пространства, ограниченная линиями тока, т. е. линиями, вдоль которых направленно движутся носители заряда. За направление линий тока принимают направление движения положительных зарядов.

Принимая во внимание, что \vec{j} и \vec{E} есть векторы и что внутри изотропных проводящих сред они направлены одинаково, можно записать

$$\vec{j} = \gamma \vec{E} = \frac{1}{\rho} \vec{E}. \quad (98)$$

Это уравнение и носит название *дифференциальной (локальной) формы закона Ома*.

В анизотропных средах, каковыми являются многие кристаллические вещества, направления векторов \vec{j} и \vec{E} не совпадают. В этом случае вместо уравнения (97) получается более сложное соотношение.

Выразим силу тока I и плотность тока j в проводнике через среднюю скорость $\langle \vec{u} \rangle$ упорядоченного движения носителей заряда. Если концентрация носителей заряда равна n и каждый носитель имеет элементарный заряд e (что не обязательно для ионов), то за время dt через поперечное сечение S проводника переносится заряд $dq = en\langle u \rangle S dt$. Тогда сила тока

$$I = \frac{dq}{dt} = en\langle u \rangle S,$$

а плотность тока

$$\vec{j} = en\langle \vec{u} \rangle. \quad (99)$$

Сравнив эту формулу с уравнением (98), можно заключить, что средняя скорость упорядоченного движения (скорость дрейфа) носителей заряда пропорциональна напряженности поля, т. е.

$$\langle \vec{u} \rangle = b \vec{E}. \quad (100)$$

где b – *подвижность* носителей заряда. Эта величина численно равна их средней скорости упорядоченного движения при напряженности поля $E = 1$ В/м; единица подвижности носителей заряда $\frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$. Подставляя выражение (100) в уравнение (99), получим

$$\vec{j} = enb \vec{E} = \gamma \vec{E}. \quad (101)$$

Таким образом, удельная электропроводность γ среды определяется концентрацией носителей заряда и их подвижностью, т. е.

$$\gamma = enb. \quad (102)$$

Величины n и b называют внутренними характеристиками проводящей среды. Величина концентрации электронов проводимости в металлах составляет 10^{28} – 10^{29} м⁻³ и не зависит от температуры. Подвижность электронов в металлах, напротив, весьма мала и составляет 10^{-4} – 10^{-3} $\frac{\text{м}^2}{\text{В}\cdot\text{с}}$ ($5,6 \cdot 10^{-3}$ $\frac{\text{м}^2}{\text{В}\cdot\text{с}}$ – для серебра; $3,5 \cdot 10^{-3}$ $\frac{\text{м}^2}{\text{В}\cdot\text{с}}$ – для меди; $5,8 \cdot 10^{-4}$ $\frac{\text{м}^2}{\text{В}\cdot\text{с}}$ – для цинка^{*}). Низкие значения подвижности

электронов проводимости в металлах, а также тот факт, что скорость дрейфа электронов пропорциональна напряженности \vec{E} поля, указывают на наличие силы сопротивления среды, действующей на носители заряда. Какова же причина возникновения этой силы? Она состоит в том, что электроны при своем движении в кристалле испытывают рассеяние как на колебаниях ионов решетки, так и на различного рода дефектах кристаллической структуры и примесях. Чем интенсивнее рассеяние, тем меньше подвижность электронов, а значит, больше электрическое сопротивление проводника. С повышением температуры металла интенсивность тепловых колебаний ионов решетки возрастает, что приводит к возрастанию сопротивления.

Для большинства металлов закон Ома точно выполняется вплоть до плотностей силы тока, намного превосходящих (в десятки тысяч раз!) величины плотности силы тока, которую можно было бы долго поддерживать в проводе. До настоящего времени еще не удавалось получить экспериментальных доказательств отступлений от закона Ома.

6.4. Закон Ома для активного участка цепи

Для поддержания в цепи постоянного тока необходимо наличие специального устройства, внутри которого происходило бы непрерывное разделение разноименных зарядов и их перенос к соответствующим проводникам. Такое устройство называется *источником электрической энергии* (или *генератором*). В источниках электроэнергии на носители зарядов действуют силы неэлектростатического происхождения. Эти силы называются *сторонними силами*. Они могут быть обусловлены химическими процессами, диффузией носителей

* Приведенные данные соответствуют комнатной температуре.

заряда в неоднородной среде или через границу двух разнородных веществ, вихревыми электрическими полями и т. д. Под действием поля сторонних сил электрические заряды движутся внутри источника против сил электростатического поля, благодаря этому на полюсах генератора поддерживается разность потенциалов и в цепи течет постоянный электрический ток.

Сторонние силы, перемещая электрические заряды, совершают работу. Физическая величина, определяемая работой, совершаемой сторонними силами при перемещении единичного положительного заряда, называется *электродвижущей силой* (э. д. с.) \mathcal{E} источника электроэнергии:

$$\mathcal{E} = \frac{A_{\text{ст}}}{q}. \quad (103)$$

Э. д. с., как и потенциал, измеряется в вольтах. Каждый источник электроэнергии характеризуется еще внутренним сопротивлением R_i .

Стороннюю силу $\vec{F}_{\text{ст}}$, действующую на заряд q , можно представить в виде

$$\vec{F}_{\text{ст}} = q\vec{E}_{\text{ст}}, \quad (104)$$

где $\vec{E}_{\text{ст}}$ – напряженность поля сторонних сил. Работа сторонних сил над зарядом q на некотором участке 1–2 равна

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F}_{\text{ст}} \cdot \vec{dl} = q \int_1^2 \vec{E}_{\text{ст}} \cdot \vec{dl}.$$

Э. д. с., действующая на данном участке,

$$\mathcal{E}_{12} = \frac{A_{12}}{q} = \int_1^2 \vec{E}_{\text{ст}} \cdot \vec{dl}. \quad (105)$$

Аналогичный интеграл, вычисленный для замкнутой цепи, будет численно равен э. д. с., действующей в этой цепи:

$$\mathcal{E}_{12} = \oint_l \vec{E}_{\text{ст}} \cdot \vec{dl}. \quad (106)$$

Таким образом, э. д. с., действующая в замкнутой цепи, может быть определена как циркуляция вектора напряженности поля сторонних сил. Это определение э. д. с. наиболее общее и пригодно для любых случаев.

Участок цепи называется *активным*, если он содержит источник (или источники) электрической энергии. На рис. 27 участок цепи 1–2 является составной частью сложной электрической цепи. Под R_{12} надо понимать полное сопротивление участка (включая сопротивление самого источника электроэнергии). Предположим, что $\varphi_1 > \varphi_2$, тогда \vec{j} имеет направление $1 \rightarrow 2$. Для любой точки данного участка напряженность результирующего поля $\vec{E} = \vec{E}_{\text{кул}} + \vec{E}_{\text{ст}}$. Поэтому закон Ома в локальной форме (см. (98)) запишется в виде

$$\vec{j} = \gamma(\vec{E}_{\text{кул}} + \vec{E}_{\text{ст}}). \quad (107)$$

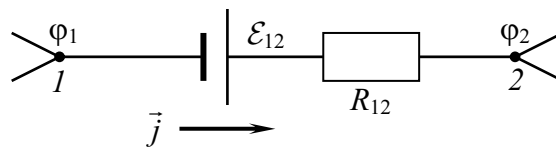


Рис. 27

Результирующая сила, действующая в каждой точке участка на заряд q , равна

$$\vec{F} = \vec{F}_g + \vec{F}_{\text{ст}} = q(\vec{E}_{\text{кул}} + \vec{E}_{\text{ст}}).$$

Работа, совершаемая этой силой над зарядом q на участке цепи 1–2, определяется выражением

$$\begin{aligned} A_{12} &= q \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l} + q \int_1^2 \vec{E}_{\text{ст}} \cdot d\vec{l} = q(\varphi_1 - \varphi_2) + q\mathcal{E}_{12} \Rightarrow \\ \Rightarrow U_{12} &= \frac{A_{12}}{q} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_{12}. \end{aligned} \quad (108)$$

Величина U_{12} , численно равная работе, совершаемой силами электростатического поля и сторонними силами при перемещении единичного положительного заряда на участке 1–2, называется *падением напряжения* на данном участке цепи. Т. к. $U_{12} = IR_{12}$, то

$$IR_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}. \quad (109)$$

При практическом использовании формулы (109) надо четко соблюдать правила знаков для силы тока (или падения напряжения) и

э. д. с. генераторов, действующих на рассматриваемом участке. Часто направление (и величину) силы тока можно определить, исходя из содержания конкретной задачи. Если этого сделать нельзя, то направление силы тока следует выбрать произвольно. Тогда истинное направление этой величины определится при решении уравнения (109). Э. д. с. источника считается положительной, если, перемещаясь по направлению силы тока, проходим источник от отрицательного полюса к положительному.

Запишем формулу (109) в виде

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_{12}}{R_{12}}. \quad (110)$$

Это уравнение выражает закон Ома для активного участка цепи. Положив $\varphi_1 = \varphi_2$ и $R_{12} = R + R_i$, получим выражение закона Ома для замкнутой цепи:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + R_i}, \quad (111)$$

где R – сопротивление внешнего участка цепи.

Если $R \ll R_i$, то происходит короткое замыкание источника. Сила тока при этом достигает максимального значения (сила тока короткого замыкания):

$$I_{\max} = \frac{\mathcal{E}}{R_i}. \quad (112)$$

6.5. Правила Кирхгофа

Одним из методов расчета разветвленных электрических цепей является метод, основанный на использовании двух правил Кирхгофа: правила узлов и правила контуров.

Правило узлов. *Узлом* называют любую точку цепи, в которой соединяются три и более проводника с током. Токи, подходящие к узлу, считают положительными (или отрицательными), а токи, отходящие от него – отрицательными (или положительными). Первое правило Кирхгофа гласит, что *алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле, равна нулю*:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0. \quad (113)$$

Первое правило Кирхгофа вытекает из закона сохранения электрического заряда. Действительно, в случае установления постоянного тока ни в одной точке проводника и ни на одном его участке не накапливаются заряды. В противном случае токи не могли бы оставаться постоянными.

Второе правило (правило контуров) является обобщением закона Ома на разветвленные электрические цепи. Согласно этому правилу, в любом замкнутом контуре, произвольно выбранном в разветвленной электрической цепи, алгебраическая сумма произведений сил токов I_k на сопротивления R_k соответствующих участков этого контура равна алгебраической сумме э. д. с. источников, действующих в этом контуре:

$$\sum_{k=1}^n I_k R_k = \sum_{i=1}^m \mathcal{E}_i. \quad (114)$$

Для составления уравнений на основе (114) необходимо условиться о направлении обхода контура (цепи) (по часовой стрелке или против нее). Выбор этого направления произволен. Все токи, совпадающие по направлению с направлением обхода контура считают положительными. Э. д. с. источников электроэнергии, действующих на различных участках контура, считают положительными, если, следуя направлению обхода контура, переходят от отрицательного полюса источника к положительному. Так, например, в случае обхода по часовой стрелке замкнутого контура ABC (рис. 28) уравнение (114) записывается следующим образом: $I_1(R_1 + r_1) + I_2 r_2 - I_3(R_3 + r_3) = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3$.

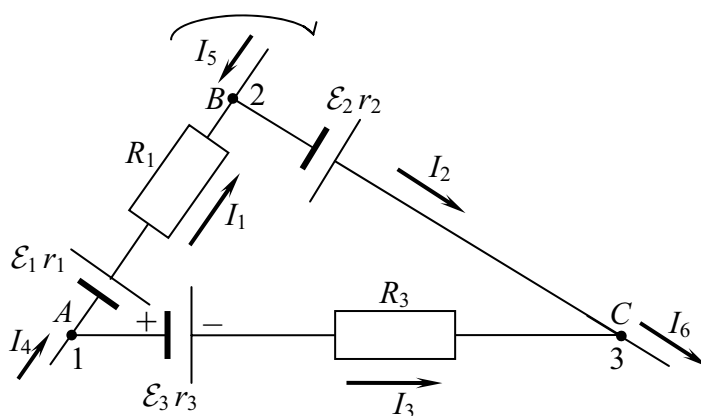


Рис. 28

При решении задач рекомендуется следующий порядок действий:

1. Произвольно выбрать направление обхода цепи (при освоении этого метода лучше выбирать одинаковое направление обхода всех контуров цепи) и указать его на рисунке. Если цепь содержит замкнутые контуры, составленные только из резисторов, то для упрощения решения задачи такие контуры следует заменить эквивалентными резисторами.

2. Произвольно (но так, чтобы для каждого узла выполнялось первое правило) выбрать и указать на схеме цепи направление токов на всех участках (см. рис. 28), считая их положительными.

3. Подсчитать число узлов z в цепи и на основе первого правила (113) составить $z - 1$ уравнений.

4. Подсчитать число всех замкнутых контуров цепи, при этом каждый следующий контур должен отличаться от предыдущего хотя бы одним участком.

5. На основе второго правила (114) составить такое число уравнений, чтобы общее число составленных уравнений было равно числу неизвестных задачи.

6. Решить полученную систему алгебраических уравнений первого порядка с использованием определителей.

7. Действительное направление токов определяется при решении задачи: если сила тока в каком-либо участке цепи окажется положительной, то направление тока совпадает с указанным; в противном случае ток направлен противоположно принятому направлению. Это касается и других искомых величин.

6.6. Работа и мощность тока. Закон Джоуля – Ленца

Рассмотрим произвольный участок цепи постоянного тока, к которому приложено напряжение U . Если за время dt через каждое сечение проводника переносится заряд $dq = Idt$, то работа сил электростатического поля и сторонних сил, действующих на данном участке, будет равна

$$dA = dqU = IUdt. \quad (115)$$

Если сопротивление участка R , то, используя закон Ома (98), получим

$$dA = I^2 R dt = \frac{U^2}{R} dt. \quad (116)$$

Разделив работу dA на время dt , за которое она совершается, получим мощность P , развиваемую током на рассматриваемом участке цепи:

$$P = \frac{dA}{dt} = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}. \quad (117)$$

Выражения (117) справедливы как для постоянного, так и для переменного токов. В случае переменного тока этими формулами определяется мгновенное значение мощности.

Если ток проходит по неподвижному металлическому проводнику, то работа тока полностью превращается во внутреннюю энергию проводника, в результате чего проводник нагревается:

$$\delta Q = dA. \quad (118)$$

Используя (115) и (116), а также последнее выражение для конечного промежутка времени, будем иметь

$$Q = UIt = I^2 Rt = \frac{U^2}{R} t. \quad (119)$$

Соотношение

$$Q = I^2 Rt \quad (120)$$

было экспериментально установлено Дж. Джоулем и, независимо от него, Э. Х. Ленцем и называется *законом Джоуля – Ленца*.

Если сила тока в проводнике изменяется со временем $I = I(t)$, то количество теплоты, выделяющееся за время t , надо рассчитывать по формуле

$$Q = \int_0^t (I(t))^2 R dt. \quad (121)$$

Нагревание проводников током нашло многочисленные технические применения. Наиболее важные из них – осветительные лампы накаливания, электрическая дуга, электронагревательные приборы и др.

Выделим мысленно в проводнике элементарный объем dV , ограниченный цилиндром*, площадь основания которого dS , а длина dl .

* Образующая цилиндра параллельна вектору \vec{j} плотности силы тока.

Сопrotивление цилиндра $R = \rho \frac{dl}{dS}$. По закону Джоуля – Ленца за время dt в цилиндре выделится количество теплоты

$$dQ = I^2 R dt = (jdS)^2 \rho \frac{dl}{dS} dt = \rho j^2 dV dt, \quad (122)$$

где ρ – удельное сопротивление материала проводника; j – плотность тока в проводнике.

Разделив выражение (122) на dV и dt , найдем количество теплоты, выделяющееся в единице объема проводника за единицу времени:

$$Q_{уд} = \rho \vec{j}^2 = \gamma \vec{E}^2 = \vec{j} \vec{E}. \quad (123)$$

Величина $Q_{уд}$ называется *удельной тепловой мощностью тока*. Формула (123) является уравнением закона Джоуля – Ленца в дифференциальной форме.

6.7. Классическая электронная теория металлов

Многочисленными опытами было установлено, что носителями заряда в металлах являются электроны, которые были названы *электронами проводимости*. Их можно считать свободными, т. к. они не связаны с определенными атомами. В такое состояние переходят внешние (валентные) электроны атомов при образовании кристаллической структуры в результате действия на них других атомных ядер, входящих в состав этой структуры. Свободные электроны, число которых является величиной того же порядка, что и число атомов в данном объеме кристалла, связывают положительные ионы решетки в прочное образование. Положительные ионы металла, находясь в узлах кристаллической решетки, совершают колебания у положений равновесия. Электроны же проводимости, подобно молекулам газа, участвуют в хаотическом тепловом движении, перемещаясь по всему кристаллу, и, следовательно, образуют своеобразный электронный газ. Суммарный электрический заряд электронов проводимости по величине равен суммарному заряду положительных ионов решетки, что обуславливает электрическую нейтральность кристалла.

Исходя из представлений о свободных электронах в металлах, П. Друде создал классическую электронную теорию, которая затем была усовершенствована Х. А. Лоренцем. Указанная теория базируется на

основных положениях классической (доквантовой) физики. Согласно этой теории, электроны электронного газа обладают всеми свойствами молекул одноатомного идеального газа, и их движение подчиняется законам механики Ньютона. Далее в этой теории пренебрегают взаимодействием электронов между собой, а взаимодействие электронов с положительными ионами решетки сводится только к соударениям. Для электронов проводимости применим закон равномерного распределения кинетической энергии по степеням свободы, так что для них, как и для молекул одноатомного идеального газа, средняя энергия теплового движения равна $\bar{\varepsilon} = \frac{3}{2}kT$, где $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана; T – абсолютная температура.

Оценим среднюю квадратичную скорость $\bar{v}_{\text{кв}}$ теплового движения электронов. Т. к. $\bar{\varepsilon} = \frac{3}{2}kT = \frac{m\bar{v}_{\text{кв}}^2}{2}$, где m – масса электрона; $\bar{v}_{\text{кв}}^2$ – среднее значение квадрата скорости движения электронов, то, приняв $T = 300$ К и $m = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг, можно определить среднюю квадратичную скорость электронов, она составляет порядка 10^5 м/с. Такое же значение по порядку величины имеет средняя арифметическая скорость \bar{v}_T электронов при той же температуре.

При включении поля на хаотическое тепловое движение, происходящее со скоростью \bar{v}_T , накладывается упорядоченное движение электронов со средней скоростью (*скоростью дрейфа*) $\langle \vec{u} \rangle$. Величину этой скорости легко определить, используя формулу

$$\vec{j} = en\langle \vec{u} \rangle$$

(см. (99)). Известно, что для медного изолированного провода наибольшая допустимая плотность тока составляет $11 \text{ А/мм}^2 = 1,1 \cdot 10^7 \text{ А/м}^2$. Т. к. для Cu концентрация электронов проводимости $n = 8,6 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$, а величина заряда электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, то скорость дрейфа электронов в этом случае оказывается равной $\langle u \rangle = 8 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}$. Таким образом, даже при больших плотностях силы тока скорость дрейфа $\langle \vec{u} \rangle$ электронов примерно в 10^8 раз меньше их средней скорости \bar{v}_T теплового движения. Поэтому при вычислениях модуль результирующей скорости $|\vec{v}_T + \langle \vec{u} \rangle|$ можно считать практически равным модулю скорости теплового движения $|\vec{v}_T|$.

Важнейшей задачей классической электронной теории металлов является теоретический вывод основных законов электрического тока: законов Ома и Джоуля – Ленца, установленных опытным путем.

Вывод закона Ома. Если в металлическом проводнике существует постоянное электрическое поле напряженностью E , то на каждый электрон действует сила $F = eE$, сообщаящая ему ускорение $a = \frac{eE}{m}$.

Таким образом, во время свободного пробега электроны движутся равноускоренно, приобретая к концу свободного пробега скорость

$$u_{\max} = \frac{eE}{m} \tau, \quad (124)$$

где τ – среднее (для всех электронов) время свободного пробега. Согласно теории Друде, в конце свободного пробега электрон, сталкиваясь с ионами решетки, отдает им накопленную в поле энергию, и поэтому скорость его упорядоченного движения становится равной нулю. Следовательно, средняя скорость направленного движения электрона

$$\langle u \rangle = \frac{1}{2} \frac{eE}{m} \tau. \quad (125)$$

Подставляя полученное выражение в (99), имеем

$$j = \frac{1}{2} e^2 \frac{n\tau}{m} E. \quad (126)$$

Из уравнения (126) следует, что плотность силы тока j пропорциональна напряженности поля, а это и выражается законом Ома в дифференциальной форме (см. (98)). Сравнивая (126) и (98), видим, что удельная электропроводность металлов

$$\gamma = \frac{1}{2} e^2 n \frac{\tau}{m}. \quad (127)$$

Формула (127) показывает, что удельная электропроводность тем больше, чем больше концентрация электронов проводимости в металле и чем больше время их свободного пробега. Это и понятно, т. к. чем больше τ , тем меньшую помеху для упорядоченного движения электронов представляют их соударения с узлами решетки.

При построении теории П. Друде исходил из упрощенного предположения, что все свободные электроны, участвуя в тепловом дви-

жении, имеют одинаковую скорость v_T . Поскольку скорость дрейфа электронов $\langle u \rangle \ll v_T$, то, представив время τ как $\tau = \frac{\bar{\lambda}}{v_T}$ ($\bar{\lambda}$ – средняя длина свободного пробега электронов), для удельной электропроводности (см. (127)) получим выражение

$$\gamma = \frac{1}{2} e^2 \frac{n \bar{\lambda}}{m v_T}. \quad (128)$$

Вывод закона Джоуля – Ленца. К концу свободного пробега электрон под действием поля приобретает дополнительную кинетическую энергию, среднее значение которой

$$\bar{E}_k = \frac{m \bar{v}_{\max}^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{e^2 \tau^2}{m} E^2. \quad (129)$$

При соударении электрона с ионом эта энергия полностью передается решетке и идет на увеличение внутренней энергии металла, т. е. на его нагревание.

За единицу времени каждый электрон системы испытывает в среднем $\bar{z} = \frac{1}{\tau}$ соударений. Если n – концентрация электронов проводимости в металле, то в единицу времени происходит $n \bar{z}$ столкновений и решетке передается энергия

$$Q_{\text{уд}} = n \bar{z} \bar{E}_k = \frac{n}{\tau} \bar{E}_k, \quad (130)$$

которая расходуется на нагревание проводника. Подставив (129) в (130), получим

$$Q_{\text{уд}} = \frac{1}{2} e^2 \frac{n \tau}{m} E^2 = \frac{1}{2} e^2 \frac{n \bar{\lambda}}{m v_T} E^2 = \gamma E^2 = \vec{j} \vec{E}, \quad (131)$$

где $Q_{\text{уд}}$ – удельная тепловая мощность тока. Коэффициент пропорциональности между $Q_{\text{уд}}$ и E^2 есть удельная электропроводность металла. Таким образом, уравнение (131) выражает закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме (см. (123)).

Связь между теплопроводностью и электропроводностью металлов. Из опытов известно, что металлы отличаются как высокой электропроводностью, так и хорошей теплопроводностью. Это объяс-

няется тем, что носителями заряда и теплоты в металлах являются одни и те же частицы – свободные электроны, которые, перемещаясь в металле, переносят не только электрический заряд, но и присущую им энергию беспорядочного теплового движения, т. е. осуществляют перенос тепла.

В 1853 г. Г. Видеман и Р. Франц экспериментально установили закон, согласно которому отношение коэффициента теплопроводности K к удельной электропроводности γ для всех металлов при одной и той же температуре приблизительно одинаково и изменяется пропорционально их абсолютной температуре:

$$\frac{K}{\gamma} = LT, \quad (132)$$

где коэффициент L называется числом Лоренца, которое не зависит от природы металла.

Классическая электронная теория позволяет вывести уравнение (132) и найти значение коэффициента L . Рассматривая систему свободных электронов в металле как одноатомный газ, установим выражение для коэффициента теплопроводности металлов. Из молекулярно-кинетической теории следует, что коэффициент теплопроводности газов

$$K = \frac{1}{3} \bar{v}_T \bar{\lambda} \rho C_V, \quad (133)$$

где \bar{v}_T – средняя скорость теплового движения; $\bar{\lambda}$ – средняя длина свободного пробега молекул; ρ – плотность; C_V – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме. Плотность газа представим как

$\rho = \frac{nM}{N_A}$ (n – концентрация молекул; M – молярная масса; N_A – постоянная Авогадро).

Известно, что $C_V = \frac{i}{2} \frac{R}{M}$ (i – число степеней свободы; R – универсальная газовая постоянная). С учетом изложенного (133) примет вид

$$K = \frac{1}{2} \bar{v}_T \bar{\lambda}. \quad (134)$$

Учли, что $\frac{R}{N_A} = k$ есть постоянная Больцмана, i приняли рав-

ным трем (одноатомный газ). Таким образом, если теплопроводность металла обусловлена в основном теплопроводностью электронного газа, то коэффициент их теплопроводности может быть выражен формулой (134).

Составив отношение выражений для коэффициента теплопроводности (134) и удельной теплопроводности (128) и заменив затем $\frac{1}{2}m\upsilon_T^2$ через $\frac{3}{2}kT$, получим теоретическую формулу закона Видемана – Франца:

$$\frac{K}{\gamma} = \frac{km\upsilon_T^2}{e^2} = 3\left(\frac{k}{e}\right)^2 T. \quad (135)$$

При этом число Лоренца оказывается равным $L = 3\left(\frac{k}{e}\right)^2$. Оно определяется только универсальными постоянными k и e и поэтому не зависит от природы металла. Теоретическое значение L (оно равно $2,23 \cdot 10^{-8}$ Дж²/(Кл² · К²)) хорошо согласуется с опытными данными. Следует отметить, что это согласие теории с опытом наблюдается только в области достаточно высоких температур. При низких температурах обнаруживается отклонение теоретического значения L от опытных данных, неодинаковых для разных металлов.

6.8. Недостатки классической электронной теории

Таким образом, классическая электронная теория хорошо объясняет существование электрического сопротивления металлов, дает возможность вывести законы Ома, Джоуля – Ленца и Видемана – Франца, позволяет выразить удельную электропроводность и коэффициент теплопроводности через атомарные величины металлов. Однако теория Друде – Лоренца столкнулась с целым рядом затруднений при объяснении различных опытных данных. Рассмотрим некоторые из них.

1. Классическая электронная теория не объясняет температурную зависимость удельного сопротивления металлов. В самом деле, экспериментально установлено, что в достаточно широком интервале температур удельное сопротивление пропорционально абсолютной температуре ($\rho \sim T$ или $\gamma \sim \frac{1}{T}$). Обратимся к формуле (128). Единственной вели-

чиной, зависящей от температуры, является скорость хаотического движения электронов v_T . Известно, что $v_T \sim \sqrt{T}$. Тогда зависимость γ от температуры будет $\gamma \sim \frac{1}{\sqrt{T}}$, что не согласуется с опытными данными.

Как известно, Х. А. Лоренц усовершенствовал теорию Друде и последовательно применил к электронному газу статистику Максвелла – Больцмана. Он исходил из того, что при отсутствии электрического поля в металле электроны проводимости распределены по скоростям в соответствии с законом Максвелла. Однако усовершенствованная теория Лоренца ничего нового не дала. Зависимость γ от T оказалась такой же, как и в теории Друде, а для числа Лоренца получилось выражение $2\left(\frac{k}{e}\right)^2$, что хуже согласуется с экспериментальными данными.

2. Чтобы по формуле (128) получить такие значения удельной теплопроводности металла, которые не расходились бы с данными опытов, надо принимать среднюю длину $\bar{\lambda}$ свободного пробега электронов в сотни раз большей, чем период решетки металла (порядка нескольких десятых долей нанометра). Другими словами, приходится предположить, что электрон проходит без соударений с ионами решетки сотни межузельных расстояний. Почему решетка настолько прозрачна для электронов? На этот вопрос теория Друде – Лоренца не может ответить.

3. Теплоемкость металла складывается из теплоемкости его кристаллической решетки и теплоемкости электронного газа. Согласно кинетической теории, молярная теплоемкость одноатомных кристаллов равна $C_V = 3R$ (R – универсальная газовая постоянная). Учитывая, что хаотическое движение электронов характеризуется тремя степенями свободы, для молярной теплоемкости электронного газа получим значение $\frac{3}{2}R$. Поэтому следовало бы ожидать, что молярная теплоемкость металлов будет близка к $4,5R$. Однако опыт показывает, что она приблизительно равна $3R$, т. е. для металлов, так же как и для кристаллических диэлектриков, хорошо выполняется закон Дюлонга и Пти. Следовательно, наличие электронов проводимости практически не сказывается на величине молярной теплоемкости, что непонятно с точки зрения классической электронной теории.

Приведенные расхождения теории Друде – Лоренца с опытом объясняются тем, что, во-первых, движение электронов в металлах подчиняется не законам классической механики, а более сложным законам квантовой механики. Во-вторых, поведение электронов проводимости следует описывать не статистикой Максвелла – Больцмана, а квантовой статистикой Ферми – Дирака. И, наконец, в классической теории не учитывается взаимодействие электронов. Между тем при очень низких температурах взаимодействие между электронами может играть решающую роль.

Было бы, однако, ошибкой считать, что классическая теория утратила свое значение. Во многих случаях она позволяет найти правильные качественные результаты и притом в наглядной форме. Оказывается, что расхождения между выводами этой теории и опытом тем меньше, чем меньше концентрация электронов и чем выше температура вещества.

7. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В ЭЛЕКТРОЛИТАХ И ГАЗАХ

7.1. Электрический ток в электролитах

К электролитам относятся не только водные, но и другие растворы солей, кислот и щелочей, а также расплавленные соли, кристаллы которых построены из ионов (NaCl , AgCl , NaNO_3 и др.). Прохождение тока через электролиты всегда сопровождается переносом и выделением на электродах вещества, т. е. явлением электролиза. Этот факт свидетельствует об ионном механизме электропроводности проводников второго рода.

В растворах носители заряда – ионы – возникают вследствие электролитической диссоциации, характер которой обусловлен химическими свойствами растворенного вещества. Из-за хаотического теплового движения образовавшихся ионов происходит и обратный процесс – рекомбинация.

Интенсивная диссоциация молекул кислот, солей и щелочей в водных растворах связана с тем, что молекулы воды обладают большим электрическим моментом. Диполи воды своим электрическим полем существенно ослабляют связь между ионами молекулы растворимого вещества и тем самым облегчают ее диссоциацию. Из опыта следует, что чем больше диэлектрическая проницаемость ϵ растворителя (для воды $\epsilon = 81$), тем, при прочих равных условиях, интенсивнее протекает процесс диссоциации молекул веществ.

Мерой электролитической диссоциации является коэффициент диссоциации α , который показывает, какая доля всех молекул распалась на ионы. Величина α зависит от природы растворимого вещества и растворителя, а также от концентрации раствора. Для слабых электролитов (значение α близко к 1, поскольку концентрация ионов мала и рекомбинация практически отсутствует) выполняется закон Оствальда:

$$\frac{\alpha^2}{1 - \alpha} = \frac{\text{const}}{n}, \quad (136)$$

где n – концентрация молекул соединения.

Из (136) следует, что по мере увеличения концентрации раствора α убывает. Для слабых электролитов имеет место динамическое равновесие между процессами диссоциации и рекомбинации. Что касается сильных электролитов, то молекулы в них диссоциированы полностью,

но часть ионов из-за действия электрических сил образуют комплексы (пары и тройки) и поэтому не принимают участие в переносе заряда.

Явление электролиза подчиняется двум законам, экспериментально установленным М. Фарадеем (1834 г.). Первый закон Фарадея: масса m выделившегося на электродах вещества пропорциональна электрическому заряду q , прошедшему через электролит:

$$m = kq = kIt, \quad (137)$$

где k – электрохимический эквивалент вещества; I – сила постоянного тока, протекающего через электролит в течение времени t .

Второй закон Фарадея: электрохимический эквивалент вещества пропорционален отношению молярной массы M вещества к валентности z его ионов:

$$k = \frac{1}{F} \frac{M}{z}, \quad (138)$$

где $F = 96\,486$ Кл/моль – одинаковая для всех веществ величина, называемая *постоянной (числом) Фарадея*.

Подставив это выражение для k в (137), получим уравнение, объединяющее оба закона электролиза:

$$m = \frac{1}{F} \frac{M}{z} It. \quad (139)$$

Предположим, что молекулы растворяемого вещества распадаются на два иона. Под действием внешнего электрического поля носители заряда приходят в упорядоченное движение. Плотность силы тока, создаваемая дрейфом положительных ионов (катионов), $j_+ = n_p q_p u_p$ (где n_p , q_p , u_p – соответственно концентрация, заряд и скорость дрейфа катионов). Плотность силы тока, обусловленная дрейфом отрицательных ионов (анионов), $j_- = n_n q_n u_n$. Т. к. концентрация катионов и анионов вдали от электродов одинакова: $n_p = n_n = \alpha n$, то $j = j_+ + j_- = \alpha n q (u_p + u_n)$. Выразим скорости дрейфа ионов через их подвижности и напряженность \vec{E} электрического поля: $u_p = b_p \vec{E}$ и $u_n = b_n \vec{E}$. Тогда будем иметь

$$\vec{j} = \alpha n q (b_p + b_n) \vec{E}. \quad (140)$$

Выражение (140) является уравнением закона Ома в локальной форме для электролитов. Их удельная электропроводность

$$\gamma = \alpha n q (b_p + b_n), \quad (141)$$

где заряд иона $q = ez = \frac{F}{N_A} z$ (e – элементарный заряд; z – валентность иона; F – число Фарадея; N_A – постоянная Авогадро).

В интервале малых значений концентрации C по мере ее увеличения удельная электропроводность большинства водных растворов (для них $\alpha \approx 1$) значительно возрастает. В этих условиях подвижности ионов изменяются слабо, зато заметно увеличивается число носителей заряда αn . В интервале больших значений C подвижности ионов значительно снижаются, вследствие чего γ уменьшается. Различают два механизма торможения носителей заряда – катафарический и релаксационный. Первый из них заключается в том, что существующая ионная атмосфера вокруг каждого иона (сольватная оболочка) несет противоположный ему заряд и движется в обратном направлении. Этот эффект выражен тем сильнее, чем ниже температура и больше вязкость электролита. Движущийся ион оказывается несимметрично расположенным в своей атмосфере, которая к тому же не успевает полностью сформироваться. Это и обуславливает релаксационный механизм торможения, который проявляется сильнее при более низкой температуре. Оба эффекта зависят от величины заряда иона. С повышением температуры подвижность носителей заряда, что следует из изложенного, возрастает. Для слабых электролитов при этом растет и коэффициент диссоциации. Поэтому при нагревании проводников второго рода их проводимость увеличивается (температурный коэффициент сопротивления для электролитов отрицателен).

В промышленной и лабораторной практике широко применяется кондуктометрический метод анализа, основанный на исследовании электропроводности электролитов. С его помощью определяют концентрацию солевых растворов, контролируют процесс очистки и качество воды и т. п.

Явление электролиза широко используется для промышленного получения едкого натра (NaOH), водорода, серной кислоты (H_2SO_4). Электролизом добывают химически чистые и в большом количестве медь, цинк и другие металлы. Особенно важным является электролитическое производство алюминия из расплава, который представляет собой раствор глиниста (Al_2O_3) в криолите (Na_3AlF_6). Широчайшее применение нашла гальваностегия – гальваническое покрытие поверхностей различных деталей и разнообразных предметов (хромирование, никелирование, покрытие кадмием, золочение и т. п.).

7.2. Эмиссионные явления и их применение

Электроны проводимости не покидают самопроизвольно металл в заметном количестве. Могут вырваться из металла в окружающее пространство только те электроны, которые обладают достаточно большой кинетической энергией. При этом они совершают работу как против сил притяжения со стороны избыточного положительного заряда, возникающего в металле в результате их вылета, так и против сил отталкивания со стороны ранее вылетевших электронов, образующих вблизи поверхности проводника электронное облако. Между электронным газом в металле и электронным облаком устанавливается динамическое равновесие.

Работу, которую нужно совершить для удаления электрона из металла в вакуум, называют *работой выхода*. Работа выхода зависит от химической природы металла и состояния его поверхности. Эта величина слабо зависит от температуры. Для чистых металлов работа выхода колеблется в пределах нескольких электрон-вольт.

Для того чтобы электроны вырывались из металла в заметном количестве, необходимо сообщить им дополнительную энергию. В зависимости от того, каким способом сообщается эта энергия, различают термоэлектронную, фотоэлектронную, вторичную электронную и автоэлектронную эмиссии.

Явление термоэлектронной эмиссии можно изучить с помощью электрической цепи, схема которой изображена на рис. 29.

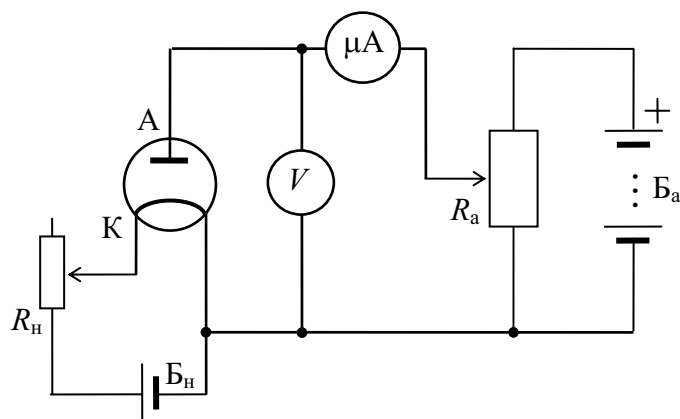


Рис. 29

Основным элементом цепи является двухэлектродная электронная лампа, называемая *вакуумным диодом*. Она представляет собой стеклянный (или металлический) баллон, откачанный до глубокого вакуума, с двумя электродами – анодом А и катодом К. Обычно анод имеет

форму круглого цилиндра, а катод – проволочной спирали, натянутой вдоль оси этого цилиндра. Катод нагревается током, создаваемым батареей накала B_n . Температуру катода можно изменять, регулируя силу тока накала с помощью реостата R_n . На электроды подается напряжение от анодной батареи B_a . Анодное напряжение U_a можно изменять с помощью делителя напряжения R_a и измерять вольтметром V . Сила термоэлектронного (анодного) тока I_a измеряется микроамперметром μA .

При холодном катоде ток в анодной цепи не возникает, т. к. сильно разреженный газ внутри диода не содержит заряженных частиц. При пропускании тока через нить накала (катод) она нагревается и испускает электроны, которые образуют отрицательный пространственный заряд – электронное облако. При постоянном токе накала кривая зависимости силы анодного тока I_a от анодного напряжения U_a (вольт-амперная характеристика диода) показана на рис. 30.

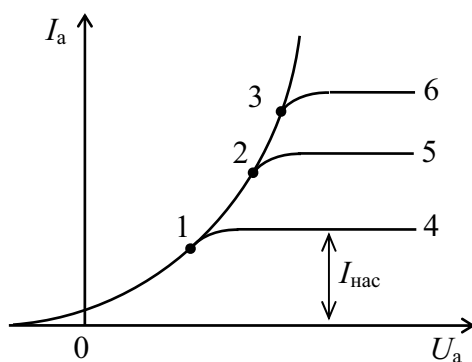


Рис. 30

Различные кривые на этом рисунке соответствуют разным температурам катода. При сравнительно малых значениях U_a эти кривые совпадают. Если $U_a = 0$, то сила тока $I_a \neq 0$, т. к. небольшое число электронов из электронного облака попадает на анод, и в анодной цепи существует очень малый ток. При увеличении U_a сила анодного тока сначала возрастает в соответствии с кривой 01 и, достигнув некоторого максимального значения $I_{нас}$, называемого *током насыщения*, перестает зависеть от анодного напряжения (участок 14). Начальные участки (0123) характеристик диода при различных температурах катода, как показано на рис. 30, совпадают.

Характер зависимости $I_a = I_a(U_a)$ объясняется тем, что на каждый термоэлектрон, кроме внешней ускоряющей разности потенциалов, действует еще тормозящее поле пространственного заряда. Поэтому

при малых анодных напряжениях I_a значительно меньше силы тока эмиссии ($I_{\text{нас}}$) катода. С повышением внешней разности потенциалов (U_a) электронное облако постепенно рассеивается, и сила анодного тока возрастает.

В интервале сравнительно малых значений напряжения между анодом и катодом (при наличии пространственного заряда – участок кривой 0123) зависимость $I_a = I_a(U_a)$ выражается законом Богуславского – Ленгмюра, или «законом трех вторых»:

$$I = KU_a^{3/2}, \quad (142)$$

где K – коэффициент, характеризующий форму и размеры электродов и не зависящий от температуры катода. Таким образом, вакуумный диод является нелинейным элементом.

Если при данной температуре за единицу времени катодом испускается N электронов, то сила тока насыщения

$$I_{\text{нас}} = Ne.$$

Из опытов следует, что сила тока насыщения резко возрастает с повышением температуры катода. Исходя из квантовых представлений, можно показать, что плотность силы тока насыщения $j_{\text{нас}}$ определяется уравнением, известным под названием формулы Ричардсона – Дешмена:

$$j_{\text{нас}} = B'T^2 \exp\left(-\frac{A}{RT}\right), \quad (143)$$

где B' – эмиссионная постоянная, зависящая от материала катода и состояния его поверхности; T – абсолютная температура катода; A – работа выхода электрона из металла.

Формула (143) хорошо согласуется с данными опытов. Из (143) следует, что уменьшение работы выхода резко повышает термоэлектронную эмиссию. Поэтому при изготовлении электронных ламп применяют специальные покрытия и способы обработки катодов, приводящие к снижению работы выхода. Например, в случае торированного катода ($W + Th$) при $t = 1700^\circ\text{C}$ сила тока насыщения в 3000 раз больше, чем в случае чистого вольфрама при 2500°C .

Электронную лампу характеризуют дифференциальным внутренним сопротивлением

$$R_i = \frac{dU_a}{dI_a}.$$

Чем круче вольт-амперная характеристика лампы, тем меньше величина R_i . Внутреннее сопротивление вакуумного диода и сила тока насыщения достаточно полно определяют его свойства.

При отрицательном потенциале анода лампы сила анодного тока $I_a = 0$. Вентильное действие диода используют для устройства выпрямителей переменного тока.

Явление термоэлектронной эмиссии используется в приборах, в которых необходимо получить поток электронов в вакууме, например в электронных лампах, рентгеновских трубках, в высоковольтных линейных ускорителях, в электронно-лучевых трубках и т. д.

Фотоэлектронной эмиссией, или *внешним фотоэффектом*, называется явление вырывания электронов из вещества под действием света*. Катоды электровакуумных приборов, испускающие электроны под действием света, называются *фотокатодами*. Основной характеристикой фотокатода является его квантовый выход, равный отношению числа вылетевших из фотокатода электронов к числу фотонов, поглощенных фотокатодом. Специальной обработкой фотокатодов стремятся уменьшить работу выхода и тем самым увеличить их чувствительность.

Вторичная электронная эмиссия. Если поверхность металла (полупроводника или диэлектрика) в вакууме бомбардируется электронами, ускоренными электрическим полем, то она сама становится источником электронов. Это явление называется *вторичной электронной эмиссией*.

Отношение количества выбитых вторичных электронов n к количеству первичных n_0

$$\delta = \frac{n}{n_0}$$

называется *коэффициентом вторичной эмиссии*. Он зависит от природы металла и скорости первичных электронов. С увеличением скорости первичных электронов коэффициент δ сначала возрастает, затем, достигнув размытого максимума, уменьшается. Энергия первичных электронов, соответствующая максимальному значению δ , различна для различных металлов и имеет порядок сотен электрон-вольт. Значение δ в максимуме для чистых металлов не превышает 2.

* Фотоэффект имеет место, когда энергия фотона $E_\phi = h\nu$ (h – постоянная Планка, ν – частота излучения) больше или равна работе выхода электрона из поверхности тела ($h\nu \geq A_{\text{вых}}$).

Для полупроводников δ_{\max} может достигать 10 и более. Поэтому для получения большей вторичной эмиссии используют эмиттеры, состоящие из металлической подложки, на которую наносят слой полупроводника и подвергают его соответствующей химической обработке.

Вторичная электронная эмиссия используется в фотоэлектронных умножителях (ФЭУ), применяемых для усиления слабых электрических токов.

Вторичная электронная эмиссия происходит и при бомбардировке мишени тяжелыми частицами – положительными и отрицательными ионами.

Автоэлектронная эмиссия. Эмиссия электронов из металлов происходит также под действием сильного электрического поля. Для наблюдения этого явления может служить хорошо откачанная трубка, содержащая два металлических электрода – катод и анод. В качестве катода используют электрод с очень малой поверхностью (острие), а анод, напротив, делают большим. В этом случае напряженность поля у поверхности катода, даже при умеренных напряжениях, становится очень большой. Если постепенно повышать напряжение между катодом и анодом, то при напряженности поля у катода $10^7 \div 10^8$ В/м в трубке возникает слабый ток. Сила этого тока быстро увеличивается с увеличением напряжения. При дальнейшем увеличении напряжения катод начинает сильно нагреваться и испаряться, и в трубке возникает газовый разряд.

Возникновение автоэлектронной (или холодной) эмиссии объясняется тем, что сильное электрическое поле у катода уменьшает потенциальный барьер у поверхности металла, а это приводит к увеличению вероятности эмиссии электронов.

7.3. Электрический ток в газах

7.3.1. Ионизация газов

Газы в отличие от металлов и электролитов состоят из электрически нейтральных атомов и молекул и не содержат свободных носителей заряда. Поэтому при нормальных условиях газы являются хорошими изоляторами. Газ становится проводником, если часть его молекул ионизируется, т. е. расщепляется на электроны и положительные ионы. При определенных условиях в газе могут возникать и отрицательные ионы вследствие соединения с его нейтральными молекулами части освобожденных электронов.

Атомы и молекулы газов представляют собой устойчивые системы заряженных частиц. Отрыв электрона от атома (молекулы) требует затраты определенной энергии – *энергии ионизации*. Величина энергии ионизации зависит от химической природы газа и энергетического состояния вырываемого электрона в атоме (или молекуле). Наиболее слабо связаны с ядром внешние (валентные) электроны атома, поэтому для удаления из атома валентного электрона нужно затратить меньшую энергию, чем для вырывания любого другого электрона. Значения энергии ионизации атомов различных веществ лежат в пределах 4–25 эВ ($\text{H} \rightarrow \text{H}^+ - 13,5 \text{ эВ}$; $\text{H}_2 \rightarrow \text{H}_2^+ - 15,4 \text{ эВ}$; $\text{He} \rightarrow \text{He}^+ - 24,5 \text{ эВ}$; $\text{Na} \rightarrow \text{Na}^+ - 5,1 \text{ эВ}$; $\text{K} \rightarrow \text{K}^+ - 4,3 \text{ эВ}$; $\text{CO}_2 \rightarrow \text{CO}_2^+ - 14,4 \text{ эВ}$).

Присоединение электрона к нейтральной молекуле оказывается энергетически выгодным процессом, т. к. энергия образовавшегося отрицательного иона меньше энергии нейтральной молекулы. Установлено, что при определенных условиях образуются отрицательные ионы: H^- , O^- , O_2^- , OH^- , CO_2^- и др. Однако число таких ионов обычно невелико. В инертных газах и в азоте отрицательные ионы не возникают. При разряде в газах значительно большую роль играют положительные ионы. Так, в воздухе образуются положительные ионы O^+ , O_2^+ , N^+ , N_2^+ , NO^+ .

Ионизация газа может происходить под влиянием различных внешних воздействий: сильного нагрева газа, ультрафиолетового и рентгеновского излучений, α -, β - и γ -лучей, возникающих при радиоактивном распаде, бомбардировки молекул (атомов) газа быстро движущимися электронами и ионами.

После прекращения действия ионизатора количество носителей заряда в газе с течением времени уменьшается, и в конце концов ионы исчезают вовсе. Исчезновение ионов объясняется тем, что ионы и электроны участвуют в тепловом движении и поэтому, соударяясь друг с другом, могут воссоединяться в нейтральные атомы. Процесс взаимной нейтрализации ионов называется *рекомбинацией ионов*. При рекомбинации ионов высвобождается определенная энергия, равная энергии, затраченной на ионизацию, которая может приводить к излучению квантов света. Поэтому рекомбинация ионов сопровождается свечением (*свечение рекомбинации*), интенсивность которого зависит от концентрации ионов.

Проводимость газов в естественных условиях обусловлена действием космических лучей и распадом рассеянных в земной коре ра-

диоактивных элементов. Концентрация носителей заряда в газах при таких условиях, как показывают опыты, составляет порядка 10^9 м^{-3} , что на двадцать порядков меньше, чем концентрация электронов проводимости в металлах. Поэтому чистый сухой воздух является очень хорошим изолятором.

7.3.2. Несамостоятельный газовый разряд

Процесс прохождения электрического тока через газ называется *газовым разрядом*. Если электропроводность газа обусловлена действием внешних ионизаторов, то газовый разряд называется *несамостоятельным*. С прекращением действия внешних ионизаторов несамостоятельный разряд прекращается. Такой разряд не сопровождается свечением газа.

Рассмотрим цепь, содержащую газовый промежуток (рис. 31), подвергающийся постоянному по интенсивности воздействию ионизатора (например, ультрафиолетового излучения, вырывающего электроны из катода). В результате действия ионизатора газ приобретает некоторую электропроводность, и в цепи возникает ток. График зависимости силы тока от приложенного к электродам напряжения приведен на рис. 32.

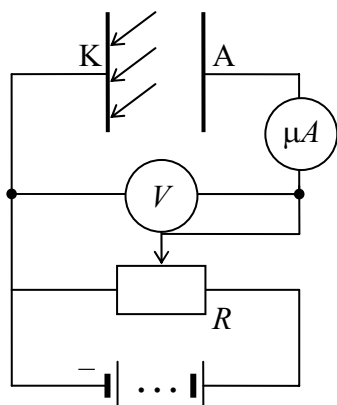


Рис. 31

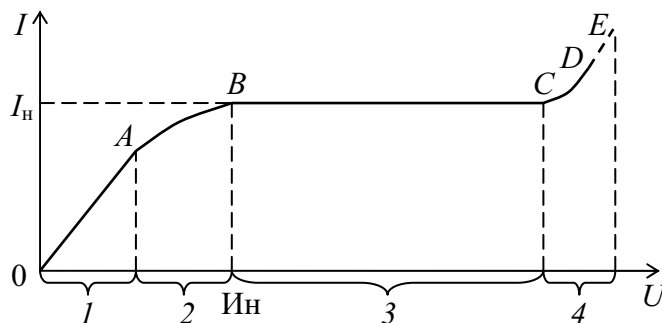


Рис. 32

При небольшом напряжении на участке кривой *OA* сила тока возрастает пропорционально напряжению, т. е. выполняется закон Ома. Несамостоятельный газовый разряд подобен току в электролитах: оба они осуществляются упорядоченно движущимися ионами. Поэтому в данном случае для плотности тока в разряде можно использовать выражение

$$\vec{j} = q_p n_p (b_p + b_n) \vec{E}, \quad (144)$$

где b_p и b_n – подвижности положительных и отрицательных ионов, а q_p и n_p – заряд и концентрация положительных ионов.

При ионизации в газе обычно образуются электроны и одновалентные положительные ионы. Поэтому можно принять, что $q_p = e$ и $n_p = n_0$ (n_0 – число пар ионов в единице объема). Тогда формула (144) примет вид

$$\vec{j} = en_0 (b_p + b_n) \vec{E}. \quad (145)$$

Подвижность ионов в газах имеет значение $\approx 10^{-4} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$. Как показывает опыт, подвижность ионов газа в широком интервале давлений обратно пропорциональна давлению:

$$bp = \text{const}. \quad (146)$$

При дальнейшем увеличении напряжения сила тока из-за уменьшения концентрации ионов растет все медленнее (участок AB). Когда число ионов, достигающих электродов за 1 с, станет равным числу носителей заряда, возникших за то же время в газоразрядном промежутке, сила тока достигнет насыщения (участок BC). Сила тока насыщения I_n определяется только интенсивностью ионизатора. При больших напряжениях возникающие под действием ионизатора электроны, сильно ускоренные электрическим полем, сталкиваясь с нейтральными молекулами газа, ионизируют их, в результате чего образуются вторичные электроны и ионы. Вторичные электроны в свою очередь вызывают ионизацию молекул, и, следовательно, количество носителей заряда по мере продвижения электронов к аноду будет возрастать лавинообразно. Ударная ионизация и является причиной увеличения силы тока на участке CD .

7.3.3. Самостоятельный газовый разряд

Однако ударная ионизация, производимая только электронами, недостаточна для поддержания разряда при удалении внешнего ионизатора, т. е. для осуществления самостоятельного разряда. Совершенно иная картина будет наблюдаться, если напряжение будет столь высоким, что положительные ионы также приобретут способность порождать вторичные электроны. Основной причиной появления вторичных электронов под действием положительных ионов является процесс выбивания электронов из поверхности катода. В этом случае образуется двусторонняя лавина электронов и поло-

жительных ионов, возникающих во всех частях объема газа. Теперь внешний ионизатор практически не играет никакой роли в осуществлении газового разряда, т. к. число создаваемых им первичных электронов и ионов ничтожно мало по сравнению с числом вторичных носителей заряда, образовавшихся благодаря описанным выше процессам. Таким образом, при достаточно высоком напряжении между электродами несамостоятельный разряд может перейти в самостоятельный. Этот переход называется *электрическим пробоем*, а соответствующее ему напряжение U_0 – *напряжением зажигания*, или *напряжением пробоя*.

Кроме указанных выше процессов, могут происходить и другие процессы, приводящие к возникновению электронов. Электроны могут вырываться из поверхности катода под действием фотонов излучения самого разряда. Электроны, необходимые для поддержания лавины, могут возникать в объеме газа при соударении нейтральных атомов с положительными ионами.

7.3.4. Тлеющий разряд

Тлеющий разряд наблюдается в газах при низких давлениях. Если к плоским металлическим электродам, впаянным в торцы стеклянной трубки длиной 30–50 см (рис. 33) подать напряжение в несколько сотен вольт и затем постепенно откачивать воздух из трубки, то наблюдаются следующие явления.

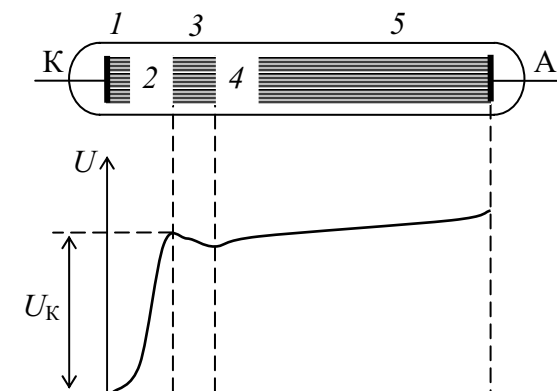


Рис. 33

При давлении примерно 5,3–6,7 кПа возникает разряд между электродами в виде светящегося извилистого шнура красноватого цвета. По мере уменьшения давления шнур утолщается и заполняет все сечение трубки. При давлении порядка 1,3–13,0 Па (0,01–0,10 мм рт. ст.)

разряд имеет вид, изображенный на рис. 33. Непосредственно к катоду прилегает тонкий светящийся слой *1* – *первое катодное свечение* (или *катодная пленка*), за которым следует слой *2* – *катодное темное пространство*, переходящее в светящуюся область *3* – *тлеющее свечение*. Все перечисленные слои составляют катодную часть тлеющего разряда.

С тлеющим свечением граничит темный промежуток *4* – *фарадеево темное пространство*. Граница между ними размыта. Вся остальная часть трубки заполнена светящимся газом, ее называют *положительным столбом*. В некоторых случаях этот столб распадается на ряд слоев, или *страт*.

Основную роль в поддержании тлеющего разряда играют две первые области его катодной части. Остальные части разряда не существенны, они даже могут отсутствовать (при малом расстоянии между электродами или при низком давлении).

Измерения показали, что потенциал вдоль трубки изменяется неравномерно (см. график на рис. 33). Из графика следует, что почти вся приложенная к электродам разность потенциалов приходится на область катодного темного пространства. Это напряжение между катодом и передней границей области тлеющего свечения называют *катодным падением потенциала* U_K . При не очень больших значениях силы тока в разряде величина U_K зависит от материала катода, природы газа и работы выхода электронов из катода. В области тлеющего разряда потенциал изменяется незначительно – здесь напряженность поля мала. В фарадеевом темном пространстве и в положительном столбе потенциал медленно увеличивается.

Каковы же основные процессы, поддерживающие разряд? Положительные ионы, образовавшиеся в результате ионизации электронными ударами (в тлеющем свечении и положительном столбе), двигаясь к катоду, в области катодного падения потенциала приобретают значительную энергию. Под действием интенсивной бомбардировки этими ионами (а также вследствие фотоэффекта, вызванного излучением заряда) с катода вылетают электроны. Эти электроны, двигаясь к аноду, в области катодного падения потенциала сильно ускоряются и при соударениях с атомами газа ионизируют их. В результате опять появляются положительные ионы, которые, снова устремляясь на катод, выбивают новые электроны и т. д. Таким образом, основными процессами, обуславливающими тлеющий разряд, являются ионизация электронными ударами в объеме и вторичная электронная эмиссия на катоде.

Существование катодного темного пространства объясняется тем, что электроны начинают сталкиваться с атомами газа не сразу, а лишь на некотором расстоянии от катода. Ширина этой области приблизительно равна средней длине $\bar{\lambda}$ свободного пробега электронов: она увеличивается с уменьшением давления газа.

Благодаря высокой концентрации электронов и ионов в области тлеющего свечения идет интенсивный процесс рекомбинации, сопровождающийся излучением выделяющейся при этом энергии. Из области тлеющего свечения в фарадеево темное пространство электроны и ионы проникают в основном за счет диффузии. Вследствие меньшей концентрации заряженных частиц вероятность процесса рекомбинации в фарадеевом темном пространстве сильно уменьшается. Поэтому эта область разряда и кажется темной.

В области положительного столба концентрация положительных ионов и электронов почти одинакова, и поэтому здесь отсутствует пространственный заряд. Свечение положительного столба вызвано переходами возбужденных молекул в основное состояние. При таких переходах молекулы разных газов испускают излучение разной длины волны. Поэтому свечение положительного столба имеет характерный для каждого газа цвет. Это обстоятельство используется в газосветных трубках для изготовления светящихся надписей и реклам.

Если в трубке понижать давление, то катодная часть разряда распространяется на все большую часть межэлектродного пространства. При некотором давлении свечение газа прекращается. В этом случае электроны, выбитые из катода положительными ионами, проходят через газ без столкновений с его молекулами, образуя *катодные лучи*.

В лампах дневного света излучение тлеющего разряда, происходящее в парах ртути, поглощается нанесенным на внутреннюю поверхность трубки флуоресцирующим веществом (люминофором), которое светится под действием поглощенного излучения. Спектр этого свечения при соответствующем подборе люминофоров близок к спектру солнечного света. Тлеющий разряд используют также для *катодного распыления* металлов.

7.3.5. Искровой и коронный разряды

Искровой разряд возникает в тех случаях, когда напряженность электрического поля для данного газа достигает пробивного значения $E_{пр}$ (эту величину называют *электрической прочностью* материала). Значение $E_{пр}$ зависит от давления газа, его температуры и влажности. Так, для

сухого воздуха при нормальных условиях эта величина составляет 3,3 МВ/м. Кроме того, $E_{\text{пр}}$ зависит от формы и размеров электродов, между которыми происходит разряд. Поэтому измерение этой характеристики материалов (в том числе и газов) производят, используя размеры и форму электродов, определяемые ГОСТом.

Зависимость $E_{\text{пр}}$ от давления p для газов подчиняется экспериментальному закону Пашена:

$$\frac{E_{\text{пр}}}{p} \approx \text{const.}$$

Искровой разряд в газах имеет вид ярких зигзагообразных разветвляющихся нитей – каналов, которые пронизывают разрядный промежуток и исчезают, сменяясь новыми. Все особенности этого вида разряда объясняются на основе *стримерной теории*. Согласно этой теории, возникновению ярко светящегося канала искры предшествует появление слабо светящихся скоплений ионизированных частиц (*стримеров*). Стримеры возникают не только в результате образования электронных лавин посредством ударной ионизации, но и в результате ионизации газа излучением, возникающим в самом разряде (фотоионизация). В процессе своего развития отдельные лавины, догоняя друг друга, образуют проводящие мостики из стримеров, по которым в следующие моменты времени и устремляются мощные потоки электронов – происходит пробой.

Наряду со стримерами, распространяющимися от катода к аноду (отрицательные стримеры), возникают также стримеры, движущиеся от анода к катоду (положительные стримеры). Развитие положительных стримеров начинается в местах наибольшей напряженности поля: около острых выступов, кромок и других неровностей поверхности анода.

При малой длине разрядного промежутка искровой разряд вызывает разрушение (эрозию) анода. Это явление используется в электроискровом методе резки, сверления и других видах точной обработки металлов. Искровой разряд используется для воспламенения горючей смеси в двигателях внутреннего сгорания и предохранения электрических линий передач от перенапряжения. Для измерения высоких напряжений (до 10^5 В) используют искровые разрядники, электродами которых служат два металлических шара достаточно большого диаметра с полированной поверхностью.

Разновидностью искрового разряда является молния. Молнии возникают или между облаками, или между облаком (частью тучи) и землей. Длина молнии может достигать 10 км, диаметр ее канала до

40 см. Сила тока в молнии колеблется от 10^4 до 10^6 А, а напряжение между облаком и землей перед возникновением молнии составляет 10^8 – 10^9 В. Из-за выделения большого количества энергии происходит сильное разогревание воздуха в канале молнии и возникает ударная звуковая волна и как следствие – мощные раскаты грома.

Если один из электродов (или оба) имеют большую кривизну (например, электродом служит тонкая проволока или острие), то при не слишком большом напряжении возникает так называемый *коронный разряд*. При увеличении напряжения этот разряд переходит в искровой или дуговой. В случае коронного разряда ионизация и возбуждение молекул происходят только вблизи электрода с малым радиусом кривизны, где напряженность поля достигает значений, равных или превышающих $E_{пр}$. В этой области разряда газ светится; свечение имеет вид короны, окружающей электрод. Коронный разряд у острия имеет форму светящейся кисти (*кистевой разряд*). В случае коронирования катода (отрицательная корона) электроны, вызывающие ударную ионизацию молекул газа, выбиваются из катода при бомбардировке его положительными ионами. Если коронирует анод (положительная корона), то рождение электронов происходит вследствие фотоионизации газа вблизи анода. В естественных условиях корона возникает под влиянием атмосферного электричества у вершин мачт (на этом основано действие молниеотводов), деревьев. Вредное действие короны вокруг проводов высоковольтных линий передач проявляется в возникновении токов утечки и потере электроэнергии. Для уменьшения коронирования увеличивают радиус кривизны проводов, а их поверхность делают более гладкой.

7.3.6. Дуговой разряд

Если после зажигания искрового разряда постепенно уменьшать сопротивление цепи, то сила тока в канале искры будет увеличиваться. Когда сопротивление цепи станет достаточно малым, возникнет новая форма газового разряда, называемая *дуговым разрядом*. При этом сила тока резко увеличивается, достигая десятков и сотен ампер, а напряжение на разрядном промежутке уменьшается до нескольких десятков вольт. Это свидетельствует о том, что в разряде протекают новые процессы, обуславливающие большую электропроводность газа.

Дуговой разряд при атмосферном давлении можно получить от источника низкого напряжения, минуя стадию искры. Для этого электроды (дуговые угли) сближают до соприкосновения; благодаря этому

они сильно раскаляются электрическим током. Затем электроды разводятся, и между ними возникает дуговой разряд (именно таким образом была получена электрическая дуга В. В. Петрова в 1802 г.). Основными процессами, поддерживающими дуговой разряд, являются интенсивная термоэлектронная эмиссия с раскаленной поверхности катода и термическая ионизация молекул, обусловленная высокой температурой газа в межэлектродном зазоре. При атмосферном давлении температура в канале дугового разряда достигает примерно 3900 К. По мере горения дуги угольный катод заостряется, а на аноде образуется углубление – *кратер*, являющийся наиболее горячим местом дуги. Температура угольного и вольфрамового анодов составляет приблизительно 4200 К, а температура катода – 2000–3000 К. При высоких давлениях температура в канале дугового разряда может достигать 10 000 К.

Если уменьшить сопротивление внешней цепи, увеличить силу тока дугового разряда, то проводимость газового промежутка столь сильно возрастает, что напряжение между электродами уменьшается. Поэтому дуговой разряд имеет *падающую* вольт-амперную характеристику.

Электрическая дуга нашла разнообразное применение. Высокая температура дугового разряда позволяет использовать его для устройства *дуговой печи*. Дуговые печи применяют для выплавки стали, чугуна, ферросплавов, бронзы, получения карбида кальция. Громадное значение для многих отраслей техники имеет использование дуги для сварки и резки металлов. Дуговой разряд применяют как источник света (в прожекторах и проекционных аппаратах). В медицине и научных исследованиях широко применяются дуговые лампы с ртутными электродами в кварцевых баллонах, где разряд происходит в парах ртути и является мощным источником ультрафиолетового излучения.

7.3.7. Плазма

Плазмой называется сильно ионизированный газ, в котором концентрация электронов приблизительно равна концентрации положительных ионов. Различают *высокотемпературную* плазму, возникающую при сверхвысоких температурах, и *газоразрядную*, возникающую при газовом разряде.

Носители заряда (электроны и ионы) газоразрядной плазмы, находясь в ускоряющем электрическом поле, обладают различной кинетической энергией. Объясняется это тем, что в поле прежде всего ускоряются электроны ($m_e \ll m_i$), которые затем при соударениях пере-

дают энергию ионам. При низких давлениях, когда число соударений относительно мало, средняя кинетическая энергия электронов оказывается больше средней кинетической энергии ионов. Иными словами, температура T_e электронного газа в плазме оказывается выше температуры T_i ионного газа (*неизотермическая* плазма). Например, в положительном столбе тлеющего разряда при давлении порядка 13 Па значение T_e может достигать 10^5 К, в то время как T_i не превышает нескольких сотен градусов. При достаточно высоком давлении газа $T_i = T_e$ (*изотермическая* плазма). Изотермическая плазма существует в случае ионизации под действием высокой температуры (например, в дуговом канале). Прекращение действия электрического поля приводит к исчезновению газоразрядной плазмы.

Плазма обладает следующими основными свойствами: высокой степенью ионизации; объемный заряд в ней, как и в металлах, равен нулю; большой электроплотностью (при определенных условиях она может превосходить электропроводность металлов); свечением; сильным взаимодействием с электрическим и магнитным полями; коллективным взаимодействием громадного числа частиц. Эти свойства определяют качественное своеобразие плазмы, позволяющее рассматривать ее как особое, четвертое состояние вещества.

Плазма – это наиболее распространенное состояние вещества в природе. Солнце и звезды можно рассматривать как гигантские сгустки горячей плазмы. Верхние ионизированные слои атмосферы Земли (ионосфера) тоже представляют собой плазму. Изучение свойств высокотемпературной плазмы связано прежде всего с проблемой осуществления управляемого термоядерного синтеза ядер легких элементов.

Низкотемпературная плазма ($<10^5$ К) применяется в газовых лазерах, в термоэлектронных преобразователях и магнитогидродинамических генераторах (МГД-генераторах) – установках для непосредственного преобразования тепловой энергии в электрическую. Плазма, получаемая в плазмотронах, используется для резки и сварки металлов.

СОДЕРЖАНИЕ

1. ЗАКОН КУЛОНА. МЕТОДЫ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ	3
1.1. Введение	3
1.2. Закон Кулона	4
1.3. Электрическое поле. Напряженность поля. Принцип суперпозиции	5
1.4. Поток вектора электрического смещения. Теорема Остроградского – Гаусса	7
2. ПОТЕНЦИАЛ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ	11
2.1. Работа в электростатическом поле	11
2.2. Потенциал электростатического поля	13
2.3. Связь между напряженностью и потенциалом электрического поля	15
2.4. Примеры применения теоремы Остроградского – Гаусса	16
2.5. Проводники в электростатическом поле	21
3. ДИЭЛЕКТРИКИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ	25
3.1. Электрический диполь. Электрическое поле диполя	25
3.2. Диполь в электростатическом поле	26
3.3. Полярные и неполярные диэлектрики. Типы поляризации диэлектриков	28
3.4. Вектор поляризации	30
3.5. Напряженность поля внутри диэлектрика	31
4. ТЕОРЕМА ГАУССА ДЛЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ДИЭЛЕКТРИКЕ. ТИПЫ ДИЭЛЕКТРИКОВ	34
4.1. Вектор электрического смещения	34
4.2. Условия на границе двух диэлектриков	35
4.3. Сегнетоэлектрики	37
4.4. Пьезоэлектрический эффект	39
4.5. Электреты	42
5. ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ЕМКОСТЬ	46
5.1. Емкость уединенного проводника	46
5.2. Конденсаторы	47
5.3. Соединение конденсаторов	49
5.4. Энергия заряженного проводника	51

5.5. Энергия заряженного конденсатора	52
5.6. Энергия электрического поля	52
6. ЗАКОНЫ ПОСТОЯННОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА	54
6.1. Характеристики тока	54
6.2. Закон Ома для пассивного участка цепи	55
6.3. Закон Ома в дифференциальной форме	57
6.4. Закон Ома для активного участка цепи	59
6.5. Правила Кирхгофа	62
6.6. Работа и мощность тока. Закон Джоуля – Ленца	64
6.7. Классическая электронная теория металлов	66
6.8. Недостатки классической электронной теории	71
7. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В ЭЛЕКТРОЛИТАХ И ГАЗАХ	74
7.1. Электрический ток в электролитах	74
7.2. Эмиссионные явления и их применение	77
7.3. Электрический ток в газах	81
7.3.1. Ионизация газов	81
7.3.2. Несамостоятельный газовый разряд	83
7.3.3. Самостоятельный газовый разряд	84
7.3.4. Тлеющий разряд	85
7.3.5. Искровой и коронный разряды	87
7.3.6. Дуговой разряд	89
7.3.7. Плазма	90

Учебное издание

Олехнович Александр Михайлович

ФИЗИКА
В 5-ти частях
Часть 3
Стационарное
электрическое поле

Редактор *О. А. Готовчик*
Компьютерная верстка *Д. В. Чернушевич*

Учреждение образования
«Белорусский государственный технологический университет».
220006. Минск, Свердлова, 13а.
ЛИ № 02330/0549423 от 08.04.2009.