УДК 621.391.26

А. А. Дятко, кандидат технических наук, доцент (БГТУ);
С. М. Костромицкий, доктор технических наук, профессор (КБ «Радар»);
П. Н. Шумский, кандидат технических наук, доцент (КБ «Радар»)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ ОБЛАКА ДИПОЛЬНЫХ ОТРАЖАТЕЛЕЙ

Рассмотрена математическая модель динамики облака дипольных отражателей после их сброса с летательного аппарата. В работе получены соотношения, позволяющие моделировать перемещение центра облака объемных отражателей в пространстве. Модель позволяет также определять изменение удельной эффективной площади рассеивания облака с течением времени, обусловленной изменением размеров облака под воздействием процессов в атмосфере, связанных с перемещением воздушных масс. Разработанная математическая модель может быть использована при проектировании радиолокационных систем различного назначения на этапе имитационного моделирования их работы на ЭВМ.

The mathematical model of dynamics a cloud of radar chaff after their dump from the flying machine is considered. In article the relations are received, allowing to model moving of the centre of a cloud of volume reflectors to space. The model allows to define also change of the specific effective area of dispersion of a cloud eventually, caused by change of the sizes of a cloud under the influence of processes in the atmosphere, the air weights connected with moving. The developed mathematical model can be used at designing of radar-tracking systems of different function at a stage of imitating modelling of their work on the computer.

Введение. Как отмечено в работе [1], при разработке, испытаниях и эксплуатационном контроле радиолокационных станций (РЛС) все большее распространение получают полунатурные испытания. В этом случае совокупность сигналов и помех на входе РЛС моделируется с помощью имитаторов. Их применение на всем протяжении разработки РЛС и ее программного обеспечения позволяет многократно сократить затраты, связанные с разработкой, испытаниями и эксплуатационным контролем.

Для формирования эхосигналов в имитаторах используются математические модели радиолокационных объектов, которые должны обеспечивать адекватное моделирование эхосигнала при минимальных вычислительных затратах. Одними из таких объектов являются облака радиолокационных дипольных отражателей [2], которые могут иметь как естественное (облака гидрометеоров), так и искусственное происхождение (полоски из фольги, металлизированной бумаги или отрезки металлизированного стекловолокна). Последние используются для создания искусственных помех радиолокационному наблюдению. Для этой цели дипольные отражатели искусственного происхождения в большом числе выбрасывают или выстреливают в воздушное пространство упакованными в пачки или без упаковки, при использовании они рассеиваются. Дипольные облака создают яркие засвеченные секторы на экранах индикаторов РЛС и долго висят в среде распространения радиолокационного сигнала, создавая помехи как РЛС обнаружения, так и РЛС комплексов управления оружием. Для практики применения пассивных дипольных помех очень важным является вопрос о динамике развертывания дипольного облака [3].

Данная работа посвящена вопросу разработки математической модели динамики облака дипольных отражателей после их сброса с летательного аппарата.

Основная часть. Будем полагать, что в момент сбрасывания форму облака дипольных отражателей (ОДО) можно представить в виде эллипсоида вращения, уравнение которого в собственной системе координат (СК) имеет вид

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1, \qquad (1)$$

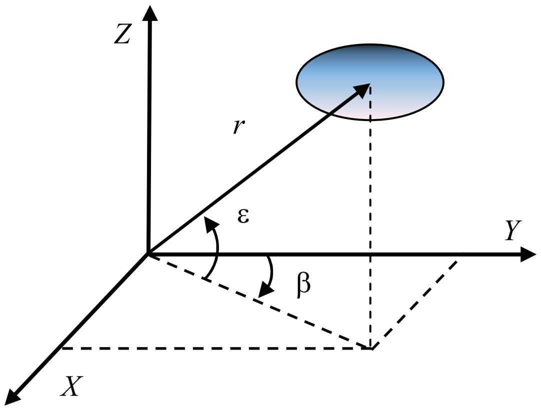
где a, b, c – полуоси эллипсоида соответственно по осям X, Y, Z.

Расположение облака дипольных отражателей в пространстве будем задавать в системе координат РЛС подсвета положением его центра, для которого определим дальность r, азимут β и угол места ε (рисунок).

Систему координат РЛС будем считать правой, азимут отсчитывается от направления оси Y по часовой стрелке.

Переход от сферических координат к декартовым выполняется по соотношениям

$$\begin{cases} x = r\cos\varepsilon\sin\beta, \\ y = r\cos\varepsilon\cos\beta, \\ z = r\sin\varepsilon. \end{cases} \qquad (2)$$



Расположение облака дипольных отражателей
в системе координат РЛС

Таким образом, для задания ориентации и положения в пространстве облака дипольных отражателей необходимо определить следующие параметры:

- a, b, c – геометрический размер облака;
- r, β, ε – дальность, азимут и угол места центра облака в системе координат РЛС.

Предположим, что облако должно содержать N_0 элементарных дипольных отражателей. Однако часть отражателей между собой слипается, что приводит к эффекту уменьшения их количества в пачке. Эффект слипания элементарных отражателей в пачке будем учитывать с помощью коэффициента слипания K_C, $K_C \approx 0{,}7 \ldots 0{,}9$.

Учитывая приведенное выше замечание, будем считать, что в сброшенном облаке находится

$$N = K_C N_0 \tag{3}$$

элементарных дипольных отражателей, которые распределены равномерно в объеме эллипсоида. Предположим также, что в момент сброса облако дипольных отражателей имеет начальную скорость

$$\vec{V}_0^{ch} = \vec{V}_0^{ch}(V_{0x}^{ch}, V_{0y}^{ch}, V_{0z}^{ch}). \tag{4}$$

Направление вектора скорости $\vec{V}_0^{ch}$ будем задавать в системе координат РЛС, указывая его азимут – β_{ch} и угол места – ε_{ch} .

Тогда

$$\begin{cases} V_{0x}^{ch} = V_0^{ch} \cos\varepsilon_{ch} \sin\beta_{ch}, \\ V_{0y}^{ch} = V_0^{ch} \cos\varepsilon_{ch} \cos\beta_{ch}, \\ V_{0z}^{ch} = V_0^{ch} \sin\varepsilon_{ch}, \end{cases} \tag{5}$$

где $V_0^{ch} = \left|\vec{V}_0^{ch}\right|$.

Положим, что после сбрасывания динамика облака дипольных отражателей определяется такими процессами, как:

- перемещение его центра в направлении и со скоростью ветра $\vec{V}^{w}$;
- перемещение его центра в направлении и со скоростью $\vec{V}^{ch}(t)$ (см. ниже);
- увеличение его размеров (разбухание облака), что обусловлено процессами в атмосфере, связанными с перемещением воздушных масс;
- снижение под действием силы тяжести со скоростью $\vec{V}^{g}$.

Пусть

$$\vec{V}^{w} = \vec{V}^{w}(V_x^w, V_y^w, V_z^w) \; – \tag{6}$$

вектор, определяющий направление и величину скорости ветра в системе координат РЛС подсвета.

Направление вектора скорости ветра $\vec{V}_0^{w}$ будем задавать в системе координат РЛС, указывая его азимут – β_w и угол места – ε_w .

Тогда

$$\begin{cases} V_x^w = V^w \cos\varepsilon_w \sin\beta_w, \\ V_y^w = V^w \cos\varepsilon_w \cos\beta_w, \\ V_z^w = V^w \sin\varepsilon_w, \end{cases} \tag{7}$$

где $V^w = \left|\vec{V}^{w}\right|$.

Далее пусть

$$\vec{V}^{g} = \vec{V}^{g}(V_x^g, V_y^g, V_z^g) = \vec{V}^{g}(0, 0, V_z^g) \; – \tag{8}$$

вектор, определяющий направление и величину скорости снижения центра облака под действием силы тяжести ($V_z^g < 0$); V_C – скорость расширения диаметра облака (одинаковая по горизонтали и вертикали).

После сброса облака никакие силы в направлении, определяемом вектором $\vec{V}_0^{ch}$, на него не действуют. Следовательно, с течением времени скорость облака в этом направлении будет уменьшаться до нулевого значения, так как существует сила сопротивления со стороны окружающей среды.

В силу вышесказанного будем считать, что в направлении вектора $\vec{V}_0^{ch}$ облако движется равнозамедленно с ускорением

$$\vec{a}^{ch} = \vec{a}^{ch}(a_x^{ch}, a_y^{ch}, a_z^{ch}), \tag{9}$$

где

$$\begin{cases} a_x^{ch} = a^{ch} \cos\varepsilon_{ch} \sin\beta_{ch}, \\ a_y^{ch} = a^{ch} \cos\varepsilon_{ch} \cos\beta_{ch}, \\ a_z^{ch} = a^{ch} \sin\varepsilon_{ch} \end{cases} \tag{10}$$

и $a^{ch} = \left|\vec{a}^{ch}\right|$.

Значение a^{ch} задается из интерфейса модулирующей программы.

Для любого момента времени скорость движения облака в рассматриваемом направлении определяется выражением

$$\vec{V}^{ch}(t) = \vec{V}_0^{ch} - \vec{a}^{ch} t . \qquad (11)$$

Из (11) определяем момент времени t^0, когда скорость облака в направлении $\vec{V}_0^{ch}$ становится равной нулю.

$$t^0 = \frac{V_{0x}^{ch}}{a_x^{ch}}. \qquad (12)$$

Таким образом, можно записать положение центра облака дипольных отражателей для любого момента времени в СК РЛС подсвета:

$$\begin{cases} \vec{r}(t) = \vec{r}^{\,0} + (\vec{V}^w + \vec{V}^g + \vec{V}^{ch})t - \dfrac{\vec{a}^{ch} t^2}{2}, \ t \le t^0, \\ \vec{r}(t) = \vec{r}(t^0) + (\vec{V}^w + \vec{V}^g)t \ , \ t > t^0, \end{cases} \qquad (13)$$

где

$$\vec{r}(t^0) = \vec{r}^{\,0} + (\vec{V}^w + \vec{V}^g + \vec{V}^{ch})t^0 - \frac{\vec{a}^{ch}(t^0)^2}{2}, \qquad (14)$$

$\vec{r}^{\,0} = \vec{r}^{\,0}(r_x^0, \ r_y^0, \ r_z^0)$ – радиус-вектор центра облака в момент сбрасывания.

Уравнения (13) можно записать в координатной форме:

- для $t \le t^0$:

$$\begin{cases} r_x(t) = r_x^0 + (V_x^w + V_x^{ch})t - \dfrac{a_x^{ch} t^2}{2}, \\ r_y(t) = r_y^0 + (V_y^w + V_y^{ch})t - \dfrac{a_y^{ch} t^2}{2}, \\ r_z(t) = r_z^0 + (V_z^w + V_z^g + V_z^{ch})t - \dfrac{a_z^{ch} t^2}{2}; \end{cases} \qquad (15)$$

- для $t > t^0$:

$$\begin{cases} r_x(t) = r_x(t^0) + V_x^w t, \\ r_y(t) = r_y(t^0) + V_y^w t, \\ r_z(t) = r_z(t^0) + (V_z^w + V_z^g)t. \end{cases} \qquad (16)$$

Размеры полуосей эллипсоида будут изменяться так:

$$\begin{cases} a(t) = a^0 + \dfrac{1}{2} V_C t, \\ b(t) = b^0 + \dfrac{1}{2} V_C t, \\ c(t) = c^0 + \dfrac{1}{2} V_C t, \end{cases} \qquad (17)$$

а его объем:

$$V^E(t) = \frac{4}{3} a(t) b(t) c(t) =$$

$$= \frac{4}{3}(a^0 + \frac{1}{2}V_C t)(b^0 + \frac{1}{2}V_C t)(c^0 + \frac{1}{2}V_C t) =$$

$$= V_0^E \left(1 + \frac{t}{T_0^a}\right)\left(1 + \frac{t}{T_0^b}\right)\left(1 + \frac{t}{T_0^c}\right) =$$

$$= V_0^E f(t), \qquad (18)$$

где $V_0^E = \dfrac{4}{3} a^0 b^0 c^0$ – начальный объем эллипсоида; $T_0^a = \dfrac{2a^0}{V_C}$, $T_0^b = \dfrac{2b^0}{V_C}$, $T_0^c = \dfrac{2c^0}{V_C}$;

$$f(t) = \left(1 + \frac{t}{T_0^a}\right)\left(1 + \frac{t}{T_0^b}\right)\left(1 + \frac{t}{T_0^c}\right). \qquad (19)$$

Соответствующим образом будет изменяться и концентрация дипольных отражателей в облаке:

$$n(t) = \frac{N}{V^E(t)} = \frac{N}{V_0^E f(t)} = \frac{n_0}{f(t)}, \qquad (20)$$

где n_0 – начальная концентрация дипольных отражателей,

$$n_0 = \frac{N}{V_0^E}. \qquad (21)$$

Учитывая, что эффективная площадь рассеяния (ЭПР) одиночного диполя определяется как [4]:

$$\sigma_0 \approx 0{,}17\lambda^2, \qquad (22)$$

можно получить выражение для удельной ЭПР облака:

$$\alpha^V(t) = n(t)\sigma_0 = \frac{n_0}{f(t)}\sigma_0 = \frac{\alpha_0^V}{f(t)}, \qquad (23)$$

где α_0^V – начальная удельная ЭПР облака,

$$\alpha_0^V = n_0 \sigma_0 \approx 0{,}17\lambda^2 \frac{N}{V_0^E}; \qquad (24)$$

λ – длина волны.

В заключение раздела дадим оценку скоростей V_C и V_z^g.

Известно [4], что размеры облака из одной пачки дипольных отражателей в вертикальной и горизонтальной плоскостях составляют:

- 0,8…1 км через 5 мин после сброса;
- 0,16…2 км через 10 мин после сброса.

Воспользовавшись средним значением d = = 1,8 – 0,9 = 0,9 [км] и временным интервалом $\Delta t = 10 - 5 = 5$ [мин], получим:

$$V_C = \frac{900}{5 \cdot 60} = 3 \text{ [м/с]}.$$

Известно также [4], что скорость снижения облака дипольных отражателей V_z^g составляет:

- 2…3 м/с на высотах 15…25 км;
- 1…2 м/с на высотах 5…15 км;
- до 1 м/с на высотах более 1 км.

Пусть σ_0^V – ЭПР одной раскрывшейся пачки. Тогда, воспользовавшись (24), получим

$$\sigma_0^V = \alpha_0^V V_0^E = 0{,}17\lambda^2 N, \qquad (25)$$

что позволяет оценить число диполей в пачке:

$$N = \frac{\sigma_0^V}{0{,}17\lambda^2} . \qquad (26)$$

Из справочных данных [4] следует, что значение ЭПР одной раскрывшейся пачки σ_0^V лежит в пределах от 100…200 м^2 (прицельные по частоте дипольные отражатели) до 30…50 м^2 (широкополосные дипольные отражатели).

Заключение. Рассмотрена математическая модель динамики облака радиолокационных дипольных отражателей после их сброса с летательного аппарата. В работе получены соотношения, позволяющие моделировать перемещение центра облака объемных отражателей в пространстве, а также изменение его удельной эффективной площади рассеивания с течением времени под воздействием процессов в атмосфере, связанных с перемещением воздушных масс. Рассмотренная в работе математическая модель динамики облака дипольных отражателей может быть использована при построении модели сигнала, отраженного от облака на этапе имитационного моделирования работы РЛС в условиях постановки пассивных помех. Такое моделирование дает возможность, например, оценить качество используемых алгоритмов обработки информации для различных условий работы РЛС.

Литература

1. Дятко, А. А. Математическая модель радиолокационного сигнала, отраженного от земной поверхности / А. А. Дятко, С. М. Костромицкий, П. Н. Шумский // Труды БГТУ. – 2012. – № 6: Физ.-мат. науки и информатика. – С. 127–130.

2. Дятко, А. А. Математические модели сигналов, отраженных от объемно-распределенных отражателей / А. А. Дятко, С. М. Костромицкий, П. Н. Шумский // Труды БГТУ. – 2011. – № 6: Физ.-мат. науки и информатика. – С. 97–101.

3. Куприянов А. И. Теоретические основы радиоэлектронной борьбы: учеб. пособие / А. И. Куприянов, А. В. Сахаров. – М.: Вузовская книга, 2007. – 356 с.

4. Радиоэлектронные системы: основы построения и теория / под ред. Я. Д. Ширмана. – М.: Радиотехника, 2007. – 508 с.

Поступила 07.03.2013