ФИЗИКА

УДК 539.12

Д. В. Кленицкий, кандидат физико-математических наук, доцент (БГТУ)

ВЛИЯНИЕ ИСКЛЮЧЕННОГО ОБЪЕМА НА УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ МНОГОКОМПОНЕНТНОГО АДРОННОГО ГАЗА

Сильные взаимодействия между адронами включают в себя две составляющие: силы притяжения и силы отталкивания. В статистических подходах силы притяжения моделируют, принимая во внимание резонансы (возбужденные состояния адронов). Силы отталкивания возникают при учете исключенного объема (объема, занимаемого частицами). В работе изучается влияние исключенного объема на свойства сильновзаимодействующей материи в рамках подхода Ван-дер-Ваальса, обобщенного на случай переменного числа частиц. Термодинамические величины, вычисленные в этой работе с учетом исключенного объема, уменьшаются по сравнению с величинами, определенными в модели идеального резонансного газа. Различие зависит от температуры и величины исключенного объема.

The strong interactions between hadrons include attractive and repulsive components. In statistical approaches attractive interactions are modelled by including resonances (excited states of hadrons). Repulsive forces arise by taking into account the excluded volume (the volume occupied by the particles). We study the effect of the excluded volume on the properties of strongly interacting matter in the approach of van der Waals generalized to the case of a variable number of particles. The thermodynamic quantities calculated in this work taking into account the excluded volume decreased compared with the values calculated in the model of an ideal resonance gas. The difference depends on the temperature and the excluded volume.

Введение. Цель экспериментов по столкновению тяжелых ионов при высоких энергиях заключается в том, чтобы создать адронную (сильновзаимодействующую) материю при высоких температурах, в частности, попытаться достигнуть условий, при которых может иметь место фазовый переход адронов в кварк-глюонную плазму. При низких температурах адронная материя представляет собой разреженный газ (и поэтому идеальный) самых легких адронов – пионов. При увеличении температуры газ становится более плотным, поэтому надо принять во внимание взаимодействие между частицами. Это было сделано с использованием концепции резонансного газа. Резонансами называют элементарные частицы, которые распадаются за счет сильного взаимодействия. Время жизни резонансов составляет 10^{-22}–10^{-24} с, поэтому их невозможно наблюдать непосредственно в виде треков на детекторах. Их регистрируют по продуктам распада. Масса резонанса равна полной энергии продуктов распада, измеренных в системе отсчета, связанной с распадающейся частицей.

Если в результате взаимодействия частиц образуется резонанс, то его вклад в статистическую сумму будет точно таким же, как и для связанного состояния [1]. Это наблюдение было позже использовано многими учеными, в частности Р. Хагедорном [2], которые пришли к выводу, что все адроны (как стабильные, так и резонансы) должны рассматриваться как реальные степени свободы адронной материи. Таким образом, если взаимодействие частиц приводит к образованию резонансов, то среду взаимодействующих частиц можно заменить идеальным газом стабильных частиц и всевозможных резонансов. Такую среду называют адронным резонансным газом.

Резонансы, введенные в идеальный адронный газ, учитывают притяжение между адронами. Кроме того, на малых расстояниях следует принять во внимание силы отталкивания между адронами. Это делают, используя процедуру, предложенную Ван-дер-Ваальсом, обобщенную на случай переменного числа частиц в системе.

Цель данной работы заключается в исследовании влияния исключенного объема на температурную зависимость давления P и плотности энергии ε в адронном резонансном газе. Мы используем статистику Больцмана и систему единиц, в которой $c = \hbar = k = 1$, где c – скорость света в вакууме; $\hbar$ – постоянная Планка; k – постоянная Больцмана.

Основная часть. Для идеального газа, состоящего из смеси частиц массой $m_1, \ldots, m_n$, обладающих вырожденностью состояний $g_1, \ldots, g_n$, большая каноническая статистическая сумма имеет вид [3, 4]

$$Z_{id}(T,\ V) = \prod_{i=1}^{n} \sum_{N_i=0}^{\infty} \frac{\left[g_i V \varphi(m_i,\ T)\right]^{N_i}}{N_i!}, \qquad (1)$$

где V – объем системы и $\varphi(m_i, T)$ – определяется соотношением

$$\varphi(m_i,\ T) = \frac{m_i^2 T}{2\pi^2} K_2\left(\frac{m_i}{T}\right), \qquad (2)$$

где $K_2(x)$ – модифицированная функция Бесселя второго порядка.

Давление P_{id} и плотность энергии ε_{id} определяются из (1) следующим образом:

$$P_{id}(T) = T\left(\frac{\partial \ln Z(V, T, m)}{\partial V}\right)_T = T\sum_{i=1}^{n} g_i \varphi(m_i, T), \qquad (3)$$

$$\varepsilon_{id} = T\frac{dP}{dT} - P = T^2 \sum_{i=1}^{n} g_i \frac{d\varphi(m_i,\ T)}{dT}. \qquad (4)$$

В данном рассмотрении частицы считаются точечными объектами. Однако из эксперимента известно, что адроны являются протяженными частицами, размеры которых известны. Чтобы учесть эту особенность, надо ввести в рассмотрение собственные объемы адронов, которые приводят к силам отталкивания между ними.

Для учета сил отталкивания между адронами пользуются процедурой предложенной Ван-дер-Ваальсом. Вместо объема системы V вводят в рассмотрение объем, доступный для движения адронов:

$$V' = V - \sum_{j=1}^{n} \upsilon_j N_j, \qquad (5)$$

где υ_j – объем, приходящийся на один адрон; N_j – число частиц данного сорта. При этом учитывают, что $V \geq \Sigma \upsilon_j N_j$. Основная техническая трудность состоит в том, что не удается найти выражение для суммы в (1) в этом случае. В работе [5] был предложен оригинальный способ нахождения давления такого ван-дер-ваальсовского газа, используя преобразование Лапласа от (1) по переменной V:

$$\hat{Z}(s,\ T) = \frac{1}{s - \sum_{j=1}^{n} \exp(-\upsilon_j s) g_j \varphi(m_j,\ T)}, \qquad (6)$$

где s – параметр преобразования Лапласа.

Преобразование (6) расходится для всех $s < P_\upsilon / T$. Поэтому давление в системе определяется самой правой сингулярностью s^* функции $\hat{Z}(s,\ T)$ на вещественной оси:

$$P_\upsilon = Ts^*. \qquad (7)$$

В данном случае s^* является полюсом $Z\,(s, T)$ и определяется трансцендентным уравнением:

$$s^* = \sum_{j=1}^{n} \exp(-\upsilon_j s^*) g_j \varphi(m_j,\ T). \qquad (8)$$

Из (7) и (8) найдем уравнение для давления P_υ с учетом исключенного объема:

$$P_\upsilon = T\sum_{j=1}^{n} \exp\left(-\frac{P_\upsilon \upsilon_j}{T}\right) g_j \varphi(m_j,\ T). \qquad (9)$$

В дальнейшем мы предполагаем, что объемы всех частиц приблизительно одинаковы, т. е. $\upsilon_j \approx \upsilon$. Поэтому давление P_υ (9) примет вид

$$P_\upsilon = P_{id} \exp\left(-\frac{P_\upsilon \upsilon}{T}\right), \qquad (10)$$

где P_{id} – давление идеального многокомпонентного газа (3).

Используя (10), найдем плотность энергии ε_υ многокомпонентного газа с учетом исключенного объема:

$$\varepsilon_\upsilon = T\frac{dP_\upsilon}{dT} - P_\upsilon = \frac{\varepsilon_{id} \exp\left[-\frac{P_\upsilon \upsilon}{T}\right]}{1 + \frac{P_\upsilon \upsilon}{T}}, \qquad (11)$$

где ε_{id} – плотность энергии многокомпонентного идеального газа (4).

Спектр адронов представляет практически непрерывный набор состояний. Для его характеристики используют спектр масс $\rho(m)$, так что $\rho(m)dm$ определяет число состояний адронов в интервале $[m, m + dm]$. Мы используем параметризацию для спектра масс адронов $\rho(m)$, которая хорошо описывает спектр мезонов в интервале $0 < m < 2$ ГэВ [6]:

$$\rho(m) = 3\delta(m - m_\pi) + Cm^3 \theta(m - m_1)\theta(M - m), \qquad (12)$$

где первое слагаемое принимает во внимание три зарядовых состояния π-мезона массой $m_\pi = 0{,}14$ ГэВ, $C = 90$ ГэВ$^{-4}$, а θ-функции во втором слагаемом учитывают, что оно отлично от нуля в интервале $m_1 < m < M$, здесь $m_1 = 0{,}5$ ГэВ и $M = 2$ ГэВ.

Заменяя в формулах (3), (4) $g_i \to \rho(m)dm$ и переходя от суммирования к интегрированию по массе, мы вычислили давление P_{id} и плотность энергии ε_{id} идеального резонансного газа при различных значениях температуры $0 < T < T_c$, где T_c – критическое значение температуры. Затем эти значения были использованы при решении трансцендентного уравнения (10) для нахождения давления P_υ и плотности энергии ε_υ по формуле (11). В качестве оценки для параметра υ в работе используется соотношение

$$\upsilon = 4\frac{4\pi}{3}r^3, \quad (13)$$

где r – радиус адронов. Из эксперимента известно, что $r \approx (0{,}3 \div 0{,}8)$ фм, это соответствует исключенному объему $\upsilon \approx (0{,}5 \div 8)$ фм^3. Величину r мы рассматриваем как параметр модели. На рис. 1, 2 показаны поведение термодинамических величин в зависимости от температуры при различных значениях r.

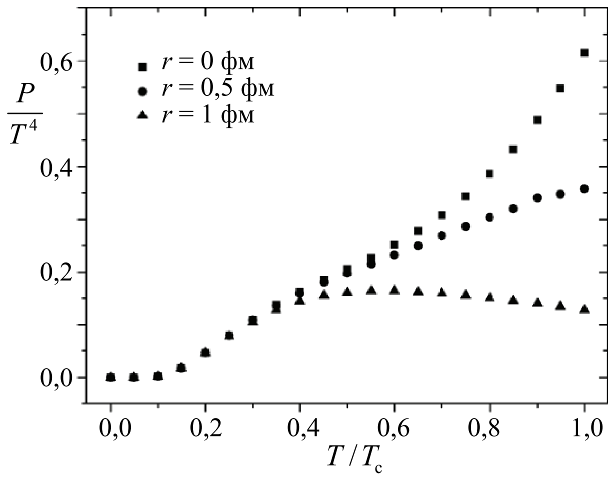

Рис. 1. Зависимость давления от температуры

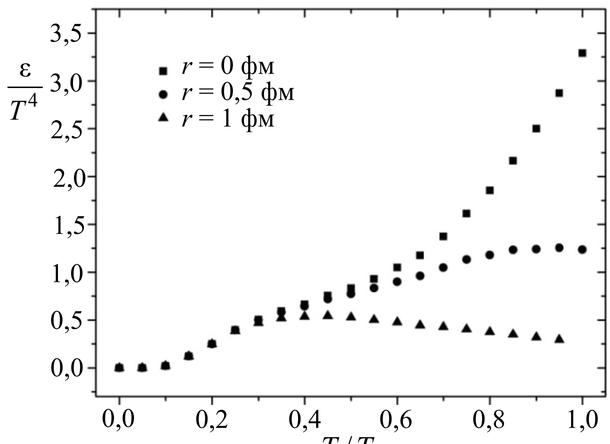

Рис. 2. Зависимость плотности энергии от температуры

При малых температурах нет различия в значениях давления, плотности энергии многокомпонентного резонансного газа, вычисленного с учетом исключенного объема и без него ($r = 0$). При температурах $T > 0{,}4T_c$ термодинамические величины, вычисленные с учетом исключенного объема, уменьшаются по сравнению с величинами, определенными при $r = 0$. Различие между двумя вычислениями увеличивается с ростом температуры и зависит от радиуса адронов.

Заключение. Модель идеального адронного резонансного газа является простой и имеет несколько свободных параметров. Несмотря на это, она успешно применяется для описания свойств адронной материи при столкновении частиц при высоких энергиях. Эта модель принимает во внимание силы притяжения между адронами, но игнорирует силы отталкивания на малых расстояниях. Учет сил отталкивания необходим, чтобы правильно понимать основные качественные особенности сильных взаимодействий, например фазовый переход адронов в кварк-глюонную плазму. Кроме того, они могут сильно модифицировать свойства адронного резонансного газа. Наиболее распространенным способом ввести силы отталкивания является процедура исключения объема адронов, предложенная Ван-дер-Ваальсом. Термодинамические величины, вычисленные в этой работе с учетом исключенного объема, уменьшаются по сравнению с величинами, вычисленными в модели идеального резонансного газа. Различие зависит от температуры и размеров исключенного объема. Влияние исключенного объема на термодинамические величины является существенным при больших значениях плотности энергии.

Литература

1. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика: в 10 т. / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – 3-е изд. – М.: Наука, 1976. – Т. 5: Статистическая физика. Часть I. – 583с.

2. Hagedorn, R. Statistical thermodynamics of strong interactions at high-energies // Nuovo Cim. Suppl. – 1965. – Vol. 3 – P. 147–186.

3. Кленицкий, Д. В. Скорость звука в равновесном адронном газе / Д. В. Кленицкий // Труды БГТУ. – 2011. – № 6: Физ.-мат. науки и информатика. – С. 50–53.

4. Кленицкий, Д. В. Уравнение состояния адронного резонансного газа / Д. В. Кленицкий // Труды БГТУ. – 2012. – № 6: Физ.-мат. науки и информатика. – С. 66–68.

5. Точно решаемая модель фазового перехода между адронной и кварк-глюонной материей / М. И. Горенштейн [и др.] // ТМФ. – 1982. – Т. 52, № 3. – С. 346–362.

6. Burakovsky, L. On the thermodynamics of hot hadron matter / L. Burakovsky, L. P. Horwitz // Nucl. Phys. – 1997. – Vol. A614, No. 3. – P. 373–399.

Поступила 01.03.2013