

УДК 62.50

А. В. Лапето, ассистент (БГТУ);**В. М. Марченко**, доктор физико-математических наук,
профессор, заведующий кафедрой (БГТУ);**И. Ф. Кузьмицкий**, кандидат технических наук, доцент (БГТУ)**СИНТЕЗ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ МНОГОСВЯЗНЫМИ ХИМИКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ**

Работа посвящена исследованию проблем, возникающих при изготовлении продукции в экструзионных аппаратах. Показана возможность применения новых методов синтеза алгоритмов управления процессами с использованием теории вложения систем. Рассматривается возможность применения системы механических манипуляторов в составе технологического процесса с целью улучшения физико-механических характеристик продукции, а также рационального использования производственных площадей.

The paper deals with the problems related to the process of production of extrusion devices. It goes about new methods for the synthesis of process control algorithms by using the system embedding theory. In the paper, we show how to apply a mechanical manipulator process to obtain more stable physical and mechanical characteristics of the product in maintaining the optimal use of the production space.

Введение. На практике сложные технологические процессы, описываемые дифференциальными уравнениями в частных производных, могут быть рассмотрены в виде дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. Такой подход к математическому описанию в химической промышленности широко применяется к массообменным процессам (абсорбция, ректификация и т. д.).

Управление такими процессами связано с большими трудностями, как в моделировании, так и с реализацией законов управления.

Основная часть. Так как математические модели представляют большое количество звеньев, иногда с запаздыванием соединенных между собой и оказывающих влияние не только на выходной параметр процесса, но и на состояние во время протекания этого процесса [1–5], достаточно удобно использовать описание таких объектов и процессов в пространстве состояний:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=0}^l (A_i x(t - \tau_i)) + \sum_{j=0}^r (B_j u(t - \theta_j)), \\ y(t) &= \sum_{i=0}^l (C_i x(t - \tau_i)), \end{aligned} \quad (1)$$

где $\tau_0 = 0$, $0 < \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_l$ – постоянные времена запаздываний в каналах состояния и выхода; $\theta_0 = 0$, $0 < \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_r$ – постоянные времена запаздываний в каналах управления; $i = 0, \dots, l$; $j = 0, \dots, r$; $u(t) \in R^s$; $y(t) \in R^m$, $x(t) \in R^n$ – вектора входных, выходных переменных и фазовый вектор объекта управления соответственно. В нашем случае матрицы A_i имеют размер $n \times n$, C_i – $m \times n$, являющиеся числовыми при временах запаздывания τ_i . Матрицы B_j размера $n \times s$ также являются числовыми и соответствуют временам запаздывания по управлению θ_j .

Среди быстроразвивающихся отраслей современной промышленности можно выделить целый ряд процессов, заключающихся в продавливании расплава материала через формующее отверстие. Такие технологические процессы получили название экструзионных [6].

Чаще всего такие процессы применяются в производстве полимерных (резиновых смесей, пластмасс, пленок, ПВХ труб), ферритовых изделий (сердечники), получения брикетированного биотоплива, а также в пищевой промышленности (макаронны, лапша) путем продавливания расплава материала через формующее отверстие экструдера.

Технологическая схема процесса состоит из непосредственно экструдера и электропривода, отводящего готовый продукт.

В качестве примера рассмотрим одношнековый экструдер, изображенный на рисунке.

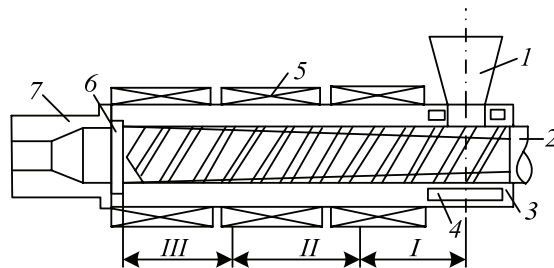


Схема одношнекового экструдера:

1 – бункер; 2 – шнек; 3 – цилиндр; 4 – полость для циркуляции воды; 5 – нагреватель; 6 – решетка с сетками; 7 – формующая головка

Технологический процесс экструзии складывается из последовательного перемещения материала вращающимся шнеком в его зонах: питания (I), пластикации (II), дозирования расплава (III), а затем продвижения расплава в каналах формующей головки.

Деление шнека на зоны I–III осуществляется по технологическому признаку и указывает на то, какую операцию в основном выполняет данный участок шнека. Разделение шнека на зоны условно, поскольку в зависимости от природы перерабатываемого полимера, температурно-скоростного режима процесса и других факторов начало и окончание определенных операций могут смещаться вдоль шнека, захватывая различные зоны или переходя из одного участка в другой.

Нагрев полимера в зоне I связан с выделением диссипативной теплоты трения материала и дополнительным теплом от нагревателей, расположенных по периметру цилиндра.

Иногда количество тепла может быть достаточно для расплавки полимера, после чего нагреватели отключаются. Однако на практике это случается редко.

При требуемой температуре процесса полимер сжимается, уплотняется, образуя твердые пробки в межвитковом пространстве. В этом случае наблюдается формирование и хранение скользящей пробки в приграничных зонах I и II. Свойства пробки во многом определяют производительность машины, стабильность транспортировки полимера, значение максимального давления и т. д.

В зоне пластикации пробка плавится и под воздействием теплоты внутреннего вязкого трения материала в тонком слое расплава, где происходит интенсивная деформация сдвига. Это обстоятельство приводит к выраженному эффекту перемешивания. Расплав интенсивно гомогенизируется, и компоненты композиционного материала перемешиваются.

Основной подъем давления расплава происходит на границе I и II зон. На этой границе образуется пробка из уплотненного материала, и она как бы скользит над винтом: в зоне I это твердый материал, в зоне II – расплав. Наличие этой пробки и создает основной вклад в повышение давления расплава. Увеличение давления происходит в связи с уменьшением глубины резания винта. Запасаемое на выходе из цилиндра давление расходуется на преодоление сопротивления течения расплава в каналах головки и формирования изделия.

В межвитковом пространстве расплав имеет ряд потоков, основными из которых являются продольные и круговые. Продольные (вдоль оси винта) потоки определяют производительность экструдера, а круговые – качество однородности полимера или смеси компонентов.

В свою очередь, продольный поток является суммой трех потоков расплава: прямого, обратного и потока утечек.

Прямой поток вызван движением винта в направлении формирующей головки. Обратный

поток – это условное течение, являющееся результатом высокого давления со стороны головки, и в действительности он не существует. Поток утечки происходит при перетекании расплава между цилиндром и гребнем червяка.

Исследования технологического процесса показывают, что в процессе производства изделий методом экструзии наблюдаются значительные колебания выходных переменных процесса: производительности – 4–10%; толщины стенки трубы – 17–30%; и физико-механических характеристик – в диапазоне 30–50%. К настоящему времени не разработана единая теория движения расплава при экструзии, что затрудняет исследование процесса.

Анализ уровня автоматизации экструзионных линий показал необходимость разработки датчиков расплава, толщины получаемого изделия. Существующие системы управления температурой в зонах электрообогрева и скоростей вращения электроприводов основного оборудования технологических линий имеют невысокую точность стабилизации параметров.

В настоящее время закон управления формируется без учета выходных характеристик получаемого изделия. Проведенные рядом авторов исследования требуемой точности основных электроприводов показывают, что при построении системы управления электроприводами с обратными связями от выходных параметров процесса можно ограничиться стабилизацией скорости вращения шнека, тянущего устройства (гофратора) с точностью $\leq 2\%$.

При правильном построении системы управления и получении необходимого закона управления возможно получение готового продукта с лучшими механическими характеристиками, а также меньшими затратами сырья за счет регулирования толщины получаемого изделия, построенного на обратной связи.

Математическое описание. В связи с тем, что в настоящее время отсутствует единое описание движения расплава, для получения математической модели используются экспериментальные данные линий по производству различных изделий.

Рассмотрим пример математической модели линии по производству гладких и гофрированных труб диаметром 50 мм на основе экструзионной машины с диаметром шнека 63 мм. С учетом распределенности параметров процесса, на основе экспериментальных исследований получена математическая модель движения расплава, которая позволяет определять скорость входа трубы в калибрующую насадку из формирующего канала головки косвенным образом по давлению расплава, измеренному в граничных точках головки. По кривым разгона определены

передаточные функции, на основе которых построена многомерная математическая модель технологического процесса в динамике:

$$W_{об}(p) = \begin{bmatrix} W_5(p) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ W_6(p) & W_{11}(p) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ W_9(p) & W_{12}(p) & W_{13}(p) & W_{14}(p) & W_{15}(p) & W_{16}(p) \\ W_7(p) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ W_8(p) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Передаточная матрица $W_{об}(p)$ связана с векторами управляющих воздействий S и выходных переменных Y следующим образом:

$$Y(p) = W_{об}(p)S(p);$$

$$S^T(p) = |\omega, V, \Theta_{VI,II}, \Theta_{I,Г}, \Theta_{II,Г}, \Theta_{III,Г}|; \quad (3)$$

$$Y^T(p) = |Q, \delta, D_\Phi, P, \Theta_p|,$$

где ω – угловая скорость вращения электропривода шнека; V – линейная скорость электропривода тянущего устройства или гофратора; $\Theta_{I,Г}$, $\Theta_{VI,II}$ – температуры зон обогрева головки (Г) и цилиндра (II) соответственно; Q – производительность машины; δ – толщина стенки трубы; D_Φ – физико-механическая характеристика трубы (для гофрированных труб – деформативность); P – давление расплава; Θ_p – температура расплава.

Передаточные функции матрицы $W_{об}(p)$ в большинстве своем эквивалентны передаточной функции последовательно включенных звеньев: инерционного звена и звена транспортного запаздывания.

Использование процедуры вложения. Так как полученная математическая модель имеет в своем составе звенья запаздывания, то при построении системы управления возникает ряд трудностей [7].

Для формирования законов управления экстремальными процессами можно воспользоваться методами модального управления. Такой способ получения алгоритмов управления предусматривает получение модели объекта в пространстве состояний (1), что позволяет рассматривать поведение отдельных параметров процесса в каждой зоне отдельно.

Одним из наиболее быстроразвивающихся направлений в модальном управлении является «Теория вложения систем» [8].

Использование аппарата вложения предполагает представление системы управления в блочно-матричном виде:

$$\Omega(p) \begin{bmatrix} x \\ y \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ 0 \\ u \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где x_0 – вектор начальных условий; $\Omega(p)$ – проматрица системы управления.

Для задачи управления системами с запаздыванием матрица $\Omega(p)$ должна быть расширена и принимает вид:

$$\Omega(p) = \begin{bmatrix} pI_n - \sum_{i=0}^l A_i e^{T_i p} & 0 & -\sum_{j=0}^r B_j e^{\theta_j p} & 0 \\ -\sum_{i=0}^l C_i e^{T_i p} & I_m & 0 & 0 \\ 0 & K(p) & I_s & -G(p) \\ 0 & 0 & 0 & I_s \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Квадратная и всегда полная (невырожденная) матрица $\Omega(p)$ называется проматрицей системы в пространстве состояний.

Представление системы с помощью проматрицы обладает исчерпывающей полнотой. В силу своей полноты проматрица всегда характеризуется двусторонней обратимостью независимо от задания матриц A , B , C системы. Отсюда следует единственность обратной к (5) матрицы или репроматрицы:

$$\Omega^{-1}(p) = \begin{bmatrix} E_x^{qx}(p) & * & * & E_x^g(p) \\ E_y^{qx}(p) & * & * & E_y^g(p) \\ E_u^{qx}(p) & * & * & E_u^g(p) \\ 0 & 0 & 0 & I_s \end{bmatrix}, \quad (6)$$

где $E_i^j(p)$ – матричная передаточная функция от параметра i к параметру j .

После выполнения процедур технологии вложения можно получить уравнения, которые должны удовлетворять матричным передаточным функциям предкомпенсатора $G(p)$ и регулятора $K(p)$ для трех случаев: при синтезе по свободной и вынужденной составляющим $E_y^{qx}(p)$ и $E_y^g(p)$ соответственно; а также при совместном синтезе по свободной и вынужденной составляющим движения замкнутой динамической системы.

Определим параметры настройки регулятора и предкомпенсатора, опустив условия разрешимости полученных уравнений.

1. Синтез по свободной составляющей движения замкнутой динамической системы.

В этом случае свободное движение системы, обусловленное начальными условиями объекта, не зависит от выбора предкомпенсатора, и закон управления принимает вид

$$u(p) = -K(p)x(p).$$

Применение технологии вложения при синтезе по свободной составляющей дает следующее уравнение для определения регулятора $K(p)$:

$$E_y^{\varphi_x}(p) \sum_{j=0}^r B_j e^{\theta_j p} K(p) = \sum_{i=0}^l C_i e^{\tau_i p} - E_y^{\varphi_x}(p) (pI_n - \sum_{i=0}^l A_i e^{\tau_i p}). \quad (7)$$

Из уравнения (7) с использованием результатов [6] можно выразить множество регуляторов:

$$\{K(p)\}_\mu = \left(E_y^{\varphi_x}(p) \sum_{j=0}^r B_j e^{\theta_j p} \right)^\sim \times \left(\sum_{i=0}^l C_i e^{\tau_i p} - E_y^{\varphi_x}(p) \left(pI_n - \sum_{i=0}^l A_i e^{\tau_i p} \right) \right) + \overline{E_y^{\varphi_x}(p) \sum_{j=0}^r B_j e^{\theta_j p}}^R \mu(p), \quad (8)$$

где $\mu(p)$ – произвольная дробно-полиномиальная матрица соответствующих размеров.

2. Синтез по вынужденной составляющей движения замкнутой динамической системы.

Применение технологии вложения при синтезе по вынужденной составляющей дает следующие уравнения относительно искомым передаточных матриц $G(p)$ и $K(p)$:

$$\{K(p)\}_{T,\lambda,\vartheta} = \overline{\sum_{j=0}^r B_j e^{\theta_j p}}^R \mathfrak{R}(p) + \left(\sum_{j=0}^r B_j e^{\theta_j p} \right)^\sim \times \left(T^{-1}(p) \left[\begin{array}{c} \left(\sum_{i=0}^l C_i e^{\tau_i p} \right)^{\sim L} \\ \lambda(p) \end{array} \right] - \left(pI_n - \sum_{i=0}^l A_i e^{\tau_i p} \right) \right); \quad (9)$$

$$\{G(p)\}_{N,\xi,\kappa} = \left(\sum_{j=0}^r B_j e^{\theta_j p} \right)^\sim N^{-1}(p) \left[\begin{array}{c} (E_y^g(p))^{-L} E_y^g(p) \\ \kappa(p) \end{array} \right] + \overline{\sum_{j=0}^r B_j e^{\theta_j p}}^R \xi(p), \quad (10)$$

где T, N – произвольные обратимые матрицы; λ, κ, ξ – произвольные матрицы, дополняющие соответствующие им строчечные базисы до размерности пространства состояний n .

Аналогично происходит и одновременный синтез по свободной и вынужденной составляющим.

Ввиду наличия в уравнениях для нахождения численных значений регулятора и компенсатора (8)–(10) запаздываний в матрицах делителей нулей и канонизаторов возникают проблемы в их вычислении, и дальнейший синтез становится невозможным.

Так как экструзионные процессы являются достаточно медленными, для учета запаздыва-

ний в математической модели можно использовать разложение в ряды различного типа [4].

Разложив запаздывания, получим стандартную форму записи модели системы в пространстве состояний:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=0}^l (A_i x(t - \tau_i)) + B^* u(t); \quad (11)$$

$$y(t) = C^* x(t),$$

где B^*, C^* – числовые матрицы пространства состояний, полученные при переходе от структурной формы системы.

Для полученной системы управления можно применить процедуру вложения в более простом виде, чем (8)–(10):

– для синтеза по свободной составляющей замкнутой динамической системы:

$$\{K(p)\}_\mu = \left(E_y^{\varphi_x}(p) B^* \right)^\sim \times \left(C^* - E_y^{\varphi_x}(p) \left(pI_n - \sum_{i=0}^l A_i e^{\tau_i p} \right) \right) + \overline{E_y^{\varphi_x}(p) B^*}^R \mu(p); \quad (12)$$

– для синтеза по вынужденной составляющей замкнутой динамической системы:

$$\{K(p)\}_{T,\lambda,\vartheta} = \overline{B^*}^R \mathfrak{R}(p) + \left(B^* \right)^\sim \times \left(T^{-1}(p) \left[\begin{array}{c} (C^*)^{-L} C^* \\ \lambda(p) \end{array} \right] - \left(pI_n - \sum_{i=0}^l A_i e^{\tau_i p} \right) \right); \quad (13)$$

$$\{G(p)\}_{N,\xi,\kappa} = \left(B^* \right)^\sim N^{-1}(p) \left[\begin{array}{c} (E_y^g(p))^{-L} E_y^g(p) \\ \kappa(p) \end{array} \right] + \overline{B^*}^R \xi(p). \quad (14)$$

В полученных уравнениях отсутствуют времена запаздываний в канонизируемых матрицах, а следовательно, синтез системы управления становится возможным.

Следующим шагом, необходимым для синтеза системы управления, является формирование матричных передаточных функций системы $E_i^j(p)$.

Очевидно, что желаемое поведение системы управления должно соответствовать определенному набору требований, предъявляемых к этой системе. Следовательно, и матричные желаемые передаточные функции должны быть выбраны на основе технологических требований.

В настоящее время наиболее широко используются такие показатели качества систем управления, как перерегулирование, показатель

колебательности, степень затухания, установившаяся ошибка и др. Однако синтезировать систему управления возможно лишь задаваясь некоторыми из них. Использование перерегулирования в качестве требования к системе управления сопряжено с определенными трудностями.

Используя алгоритм синтеза на основе желаемого показателя перерегулирования [9], возможно одновременно обеспечить также такие показатели качества, как степень затухания и время регулирования.

С целью рационального использования производственных площадей возникает необходимость складирования готового продукта в непосредственной близости от оборудования. Для этого вместо тянущего привода может быть применена система механических манипуляторов. Первый манипулятор будет отводить готовый продукт на необходимую длину (в зависимости от вида продукции), после чего изделие будет обрезаться и складываться на стеллаж. Пока первый манипулятор занят укладкой продукции, второй будет выполнять те же функции (для поддержания непрерывного режима работы экструдера).

Показателями качества получаемой продукции являются в первую очередь физико-механические характеристики. К сожалению, в процессе изготовления эти характеристики не поддаются измерению, поэтому об их значении судят по тянущему усилию электроприводов (манипуляторов).

При отклонении тянущего усилия от номинального значения в большую сторону будет наблюдаться резкое падение сопротивления вытягиванию со стороны материала, и продукт начнет рваться.

При значении усилия меньше номинального наблюдается неэффективное использование сырья (толщина изделия будет выше необходимой). При превышении толщиной заданного значения также возникают трудности сочленения изделий между собой.

О текущем значении тянущего усилия можно судить по значению тока привода манипулятора. Зная значение тока, можно косвенно судить о физико-механических характеристиках продукции, которая будет получена через определенное время. Фактически в данном случае можно говорить о наличии транспортного запаздывания между измерением и получением продукта.

Заключение. В ходе проведенного анализа экструзионных технологических процессов выявлен ряд трудностей, возникающих при изготовлении продукции таким методом. Рассматриваемая математическая модель процесса позволяет рассматривать поведение системы в пространстве состояний. Как следствие, для таких

технологических процессов становится возможен синтез систем управления при использовании новых методик модального управления.

Рассмотрена возможность применения системы механических манипуляторов для вытягивания продукта из экструдера и складирования готового материала.

Рассматриваемый технологический процесс может быть разделен на три основные части: экструдер непосредственно, процесс вытягивания изделия и движение манипуляторов. Все три объекта описываются в пространстве состояний и имеют в своем составе звенья запаздывания (как чистого, так и транспортного). Применение рассматриваемых алгоритмов управления позволит задавать каждой части процесса желаемое поведение (как свободное, так и вынужденное).

Литература

1. Marchenko, V. M. A brief review of the development of qualitative control theory in Belarus / V. M. Marchenko // *Cybernetics and System Analysis*. – 2002. – Vol. 38, № 4. – P. 597–606.
2. Marchenko, V. M. Hybrid control and observation systems in symmetric form / V. M. Marchenko, O. N. Poddubnaya, Z. Zaczekiewicz // *Proc. of IEEE conf. «RoMoCo»*, Poznan, Poland, 2005. – P. 137–143.
3. Marchenko, V. M. Control of Systems with Aftereffect in Scales of Linear Controllers with Respect to the Type of Feedback / V. M. Marchenko // *Differential Equations*. – Vol. 47, №7. – P. 1014–1028.
4. Marchenko, V. M. On the complete observability of Hybrid differential-difference systems / V. M. Marchenko // *Doklady Mathematics*. – Vol. 48, № 3. – P. 891–894.
5. Marchenko, V. M. Hybrid Discrete-Continuous Systems: I. Stability and Stabilizability / V. M. Marchenko // *Differential Equations*. – Vol. 48, № 12. – P. 1623–1638.
6. Торнер, Р. В. Теоретические основы переработки полимеров (механика процессов) / Р. В. Торнер. – М.: Химия, 1977. – 464 с.
7. Лапето, А. В. Анализ методов синтеза систем автоматического управления с запаздыванием / А. В. Лапето // *Труды БГТУ*. – 2011. – № 6: Физ.-мат. науки и информатика. – С. 78–80.
8. Буков, В. Н. Вложение систем. Аналитический подход к анализу и синтезу матричных систем / В. Н. Буков. – Калуга: Изд-во научной лит-ры Н. Ф. Бочкаревой, 2006. – 720 с.
9. Лапето, А. В. Особенности формирования передаточных функций для обеспечения желаемых показателей качества / А. В. Лапето // *Материалы международной научной конференции «Информационные технологии и системы 2012»*. – Минск: БГУИР, 2012. – С. 50–51.

Поступила 01.03.2013