УДК 621.391.26

С. Н. Ярмолик, кандидат технических наук, доцент (ВАРБ);
А. А. Дятко, кандидат технических наук, доцент (БГТУ);
П. Н. Шумский, кандидат технических наук, доцент (КБ «Радар»);
А. С. Храменков, магистрант (ВАРБ)

ОБНАРУЖЕНИЕ ОДИНОЧНОГО СИГНАЛА ИЗВЕСТНОЙ ФОРМЫ НА ОСНОВЕ МОДИФИЦИРОВАННОГО ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО АЛГОРИТМА ВАЛЬДА

В работе рассмотрен способ решения задачи радиолокационного обнаружения случайного одиночного сигнала известной формы на основе модифицированного последовательного алгоритма Вальда. Рассмотрены частные критерии оптимальности обнаружения. Для анализируемых условий наблюдения приводятся результаты синтеза устройства обработки и устройства принятия решения. Предложен вариант обнаружителя, основанный на модифицированной усеченной процедуре Вальда, обеспечивающий заданные вероятности ошибок обнаружения первого и второго рода.

In the article considered the way of solving the problem of radar detection of a random single signal of known shape based on a modified sequential algorithm Wald. We considered private optimality criteria of detection. The results of the synthesis and device processing apparatus decision of the analyzed conditions of observation. We have proposed a variant of the detector, which is based on a modified procedure truncated Wald, which provide the required probability of error detection of the first and second kind.

Введение. Задача радиолокационного обнаружения заключается в установлении факта наличия или отсутствия цели в элементе разрешения пространства наблюдения. Решение о наличии (A_1^*) или отсутствии (A_0^*) цели принимается при двух взаимоисключающих условиях: A_0 – присутствие только помеховых колебаний или A_1 – присутствие аддитивной смеси сигнала с помехой. Последствия принимаемых решений могут быть весьма различными, поэтому каждому решению соответствует определенная плата (цена) [1]: C_{11}, C_{00} – цены правильных обнаружения и необнаружения соответственно; C_{01}, C_{10} – цены пропуска цели и ложной тревоги.

Систему обнаружения характеризуют средним риском, который определяет среднее значение ожидаемых потерь:

$$R = C_{11}P(A_1)D + C_{01}P(A_1)\hat{D} +$$
$$+ C_{10}P(A_0)F + C_{00}P(A_0)\hat{F},$$

где $P(A_1)$, $P(A_0)$ – априорные вероятности наличия и отсутствия цели; D, $\hat{D}$ – условные вероятности правильного обнаружения и пропуска цели; F, $\hat{F}$ – условные вероятности ложной тревоги и правильного необнаружения.

Выбор оптимального решающего правила производится путем минимизации величины среднего риска. Устройство обнаружения, оптимальное по критерию минимума среднего риска, для принятия решения об обнаружении должно формировать отношение правдоподобия (ОП) [1] $\Lambda(\mathbf{f}) = p_1(\mathbf{f})/p_0(\mathbf{f})$ и сравнивать его с порогом Λ_* (где $p_0(\mathbf{f})$, $p_1(\mathbf{f})$ – плотности вероятностей выборки, формируемой при отсутствии и при наличии полезного сигнала соответственно). Если $\Lambda(\mathbf{f}) \ge \Lambda_*$, то принимается решение о наличии цели (A_1^*), если $\Lambda(\mathbf{f}) < \Lambda_*$ – решение об ее отсутствии (A_0^*). Порог обнаружения Λ_* зависит от ряда параметров: $P(A_1)$, $P(A_0)$, C_{11}, C_{01}, C_{10}, C_{00}. При выборе параметров существуют определенные трудности. Эта проблема решается путем использования частных критериев оптимальности.

В рамках данной статьи рассматривается задача обнаружения одиночного сигнала известной формы со случайными амплитудой и фазой [1], наблюдаемого на фоне некоррелированного гауссовского шума. В этом случае плотность вероятности дискретных значений входного сигнала при отсутствии цели (гипотеза H_0) определяется выражением:

$$p_0(\mathbf{f}) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\mathbf{f}-m_0)^2}{2\sigma^2}}, \quad (1)$$

где $m_0 = 0$ – среднее значение случайных шумовых отсчетов; σ^2 – дисперсия случайных отсчетов шума.

Плотность вероятности дискретных значений входного сигнала при наличии цели (гипотеза H_1) определяются выражением:

$$p_1(\mathbf{f}) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\mathbf{f}-m_1)^2}{2\sigma^2}}, \quad (2)$$

где m_1 – среднее значение аддитивной смеси сигнала и шума.

Применительно к рассматриваемой задаче для принятия решения удобнее осуществить переход к формированию и анализу логарифма ОП [1]. Определенный интерес представляет последовательный алгоритм обнаружения, позволяющий в ряде случаев минимизировать время принятия решения.

Основная часть. В устройствах радиолокационного обнаружения наиболее применяемым является критерий Неймана – Пирсона. Критерий предполагает обеспечение фиксированного значения вероятности ложной тревоги $F = \text{const}$ (ошибки первого рода α) путем соответствующего выбора порога обнаружения Λ_* (рис. 1).

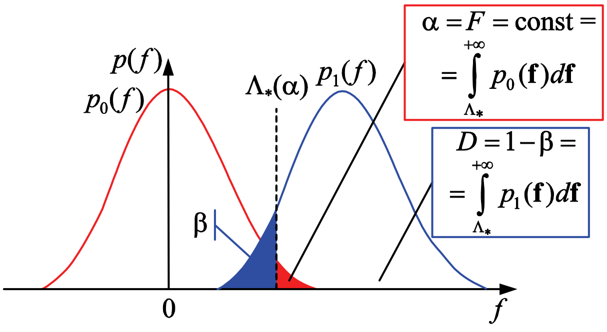

Рис. 1. Выбор порога обнаружения согласно критерию Неймана – Пирсона

Критерий Неймана – Пирсона обеспечивает наибольшую условную вероятность правильного обнаружения $D = 1-\beta$ (где β – вероятность ошибки второго рода – вероятность пропуска цели) из всех обнаружителей, у которых условная вероятность ложной тревоги не больше заданной вероятности F (рис. 1).

Отметим, что процедура обнаружения, основанная на критерии Неймана – Пирсона, предполагает использование фиксированного времени наблюдения объекта, что не всегда является полезным. Эффективным методом уменьшения числа зондирований и связанных с этим временных затрат может служить предложенный Вальдом последовательный критерий отношения вероятностей (ПКОВ) [2]. В этом случае время наблюдения заранее не фиксируется, а определяется ходом реализации наблюдаемого процесса.

ПКОВ предполагает последовательное проведение испытаний до момента выполнения условия завершения эксперимента [2]. ПКОВ, как и процедуры обнаружения с фиксированным объемом выборки, обладает оптимальными свойствами [2]. Процедура испытаний предполагает на каждом шаге наблюдения вычисление ОП $\Lambda(\mathbf{f})$ и сравнение его с двумя порогами: нижним ($\Lambda_*(\beta)$) и верхним ($\Lambda^*(\alpha)$). Значения порогов обнаружения получены Вальдом [2] и определяются требуемыми вероятностями ложной тревоги (α) и пропуска цели (β). Наблюдение прекращается с принятием решения о наличии цели (A_1^*), как только выполнится неравенство $\Lambda(\mathbf{f}) \geq \Lambda^*(\alpha)$. Если $\Lambda(\mathbf{f}) \leq \Lambda_*(\beta)$, то принимается решение об отсутствии цели – A_0^*. Если же сформированное значение ОП $\Lambda(\mathbf{f})$ будет находиться между верхним и нижним порогами $\Lambda_*(\beta) < p_1(\mathbf{f})/p_0(\mathbf{f}) < \Lambda^*(\alpha)$, то наблюдение продолжается.

Вероятности α и β определяются в данном случае путем интегрирования условной плотности вероятности $p_0(\mathbf{f})$ и $p_1(\mathbf{f})$ (рис. 2).

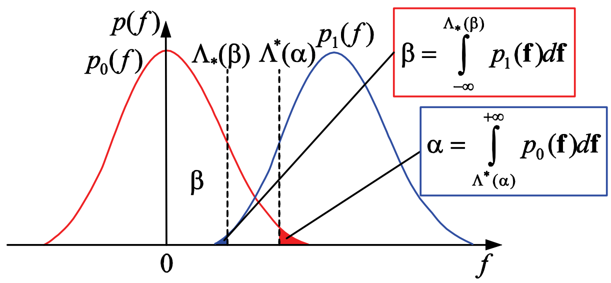

Рис. 2. Выбор порогов обнаружения согласно последовательному критерию Вальда

Очевидно, что оптимальность рассмотренного решающего правила не нарушится, если ОП заменить монотонной функцией (например, функцией логарифма): $z(\mathbf{f}) = \ln\Lambda(\mathbf{f}) = \ln\left|p_1(\mathbf{f}) / p_0(\mathbf{f})\right|$. В этом случае при вычислении решающей статистики операция умножения заменяется более простой операцией суммирования.

Рассматривая задачу обнаружения случайных гауссовских отсчетов, наблюдаемых на фоне некоррелированного шума, будем полагать, что на вход радиолокационного приемника последовательно поступают случайные отсчеты принятого сигнала $f_1, f_2, f_3, \ldots$. Классический последовательный подход решения данной задачи, согласно методике, изложенной в [2–3], предполагает вычисление логарифма ОП на каждом шаге, с последующим сравнением его с двумя порогами: $Z_* = \ln(\Lambda_*) = \ln(\beta/(1-\alpha))$ и $Z^* = \ln(\Lambda^*) = \ln((1-\beta)/\alpha)$. При этом решающие границы представляют собой две параллельные прямые, расстояние между которыми всегда постоянно (рис. 3).

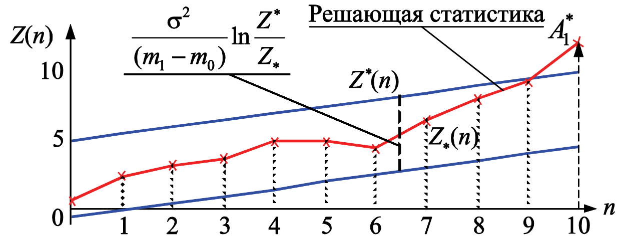

Рис. 3. Пояснение принятия решения на основе последовательной процедуры Вальда

Необходимо отметить, что в рассматриваемом случае значения ошибок 1-го и 2-го рода (α и β) на каждом этапе обнаружения оказываются существенно меньше заданных значений (рис. 4).

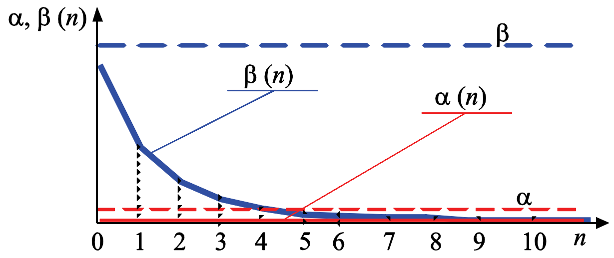

Рис. 4. Зависимость вероятностей ошибок α и β от номера шага процедуры при ПКОВ

Поскольку значения порогов обнаружения определяются требуемыми величинами ошибок α и β, которые при радиолокационном обнаружении выбираются весьма малыми, очевидно, что при обнаружении отдельные испытания могут длиться достаточно долго, а значит, и среднее число наблюдений становится недопустимо большим [2]. В таких случаях необходимо искусственно прерывать процедуру испытаний и принимать результирующее решение, осуществляя выбор между двумя альтернативами. Данную процедуру называют усечением [2].

Несколько модифицировав предложенный Вальдом последовательный подход к обнаружению, можно получить автоматически усекаемую процедуру обнаружения. С этой целью предлагается рассчитывать пороги обнаружения на каждом шаге процедуры, исходя из обеспечения постоянства ошибок обнаружения: $\alpha = \text{const}$ и $\beta = \text{const}$. Решение принимается согласно известному решающему правилу, однако пороги обнаружения изменяются на каждом шаге процедуры, обеспечивая постоянство заданных вероятностей ошибок (рис. 5).

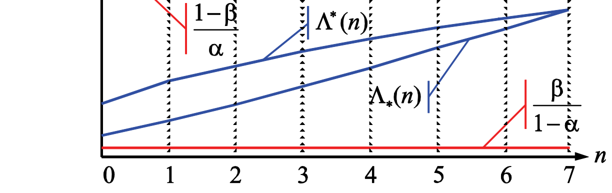

Рис. 5. Зависимость величины порогов обнаружения от номера шага (для ПКОВ и предлагаемого модифицированного критерия)

При использовании модифицированного последовательного критерия рассматриваемая задача обнаружения предполагает следующие действия.

Шаг 1. На вход приемника поступает случайный отсчет принятого сигнала f_1, с использованием которого формируется значение логарифма ОП $\ln \Lambda(f_1)$ [3]:

$$Z_1 = z_1 = \frac{1}{\sigma^2}\left(f_1(m_1 - m_0) - \frac{1}{2}(m_1^2 - m_0^2) \right), \quad (3)$$

где z_1 – значение решающей статистики для выборки на 1-м шаге; Z_1 – накопленное значение статистики на 1-м шаге.

Исходя из заданных значений вероятностей ошибок α и β, рассчитываются пороги обнаружения: Z_1^* и Z_*^1 (рис. 6).

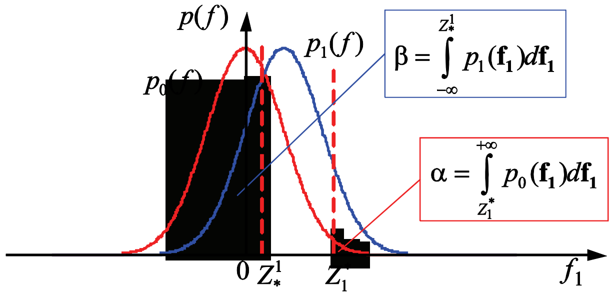

Рис. 6. Распределения плотностей вероятностей статистики на первом шаге процедуры наблюдения

Модификация решающего правила предполагает вместо сравнения решающей статистики Z_1 с порогами Z_1^* и Z_*^1 осуществлять сравнение величины f_1 с модифицированными порогами обнаружения $\left(Z^*\right)_1$ и $\left(Z_*\right)_1$. При этом, если выполняется условие

$$f_1 \geq \left(Z^*\right)_1 = \frac{\sigma^2}{(m_1 - m_0)} \ln Z_1^* + \frac{1}{2}(m_1 + m_0),$$

то принимается гипотеза H_1. Если

$$f_1 \leq \left(Z_*\right)_1 = \frac{\sigma^2}{(m_1 - m_0)} \ln Z_*^1 + \frac{1}{2}(m_1 + m_0),$$

то принимается гипотеза H_0. Если

$$\left(Z_*\right)_1 \leq f_1 \leq \left(Z^*\right)_1,$$

то наблюдение продолжается и осуществляется переход к шагу 2.

Шаг 2. На вход приемника поступает выборка $f_{1,2} = (f_1, f_2)$. Формируемое значение логарифма ОП $\ln \Lambda(f_{12})$ принимает вид:

$$Z_2 = z_1 + z_2 = \frac{m_1 - m_0}{\sigma^2}\left(f_1 + f_2 - (m_1 + m_0) \right). \quad (4)$$

Результатом суммирования нормальных независимых случайных величин f_1 и f_2 является случайная величина $f_{12} = f_1 + f_2$, распределенная по гауссовскому закону с математическим ожиданием $2m_1$ или $2m_0$ и дисперсией $2\sigma^2$. Очевидно, что происходит изменение формы закона распределения наблюдаемых отсчетов (рис. 7).

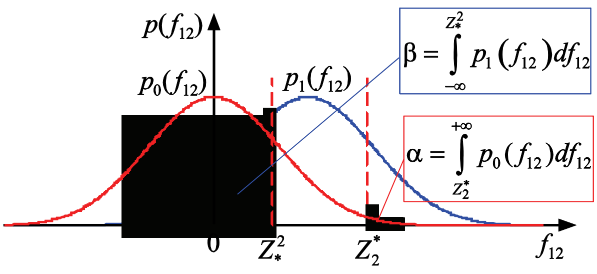

Рис. 7. Распределения плотностей вероятностей статистики на втором шаге процедуры наблюдения

Значения порогов обнаружения Z_2^* и Z_*^2, на 2-м шаге процедуры, определяются исходя из условия обеспечения фиксированных значений α и β (рис. 7). Модифицированное решающее правило предполагает сравнение величины f_{12} с модифицированными порогами обнаружения $\left(Z^*\right)_2$ и $\left(Z_*\right)_2$. При этом, если выполняется условие

$$f_1 + f_2 \geq \left(Z^*\right)_2 = \frac{\sigma^2}{(m_1 - m_0)} \ln Z_2^* + (m_1 + m_0),$$

то принимается гипотеза H_1. Если

$$f_1 + f_2 \leq \left(Z_*\right)_2 = \frac{\sigma^2}{(m_1 - m_0)} \ln Z_*^2 + (m_1 + m_0),$$

то принимается гипотеза H_0. Если

$$\left(Z_*\right)_2 \leq f_1 + f_2 \leq \left(Z^*\right)_2,$$

то наблюдение продолжается и происходит переход к следующим итерациям последовательной процедуры.

Шаг n. На вход приемника поступает выборка $f_{1n} = f_1 + f_2 + \ldots + f_n$. Формируемое значение логарифма ОП $\ln \Lambda(f_{1n})$ принимает вид:

$$Z_n = Z_{n-1} + z_n = \frac{(m_1 - m_0)}{\sigma^2} \times \\ \times \left(\sum_{i=1}^{n} f_i - \frac{n}{2}(m_1 + m_0) \right). \quad (5)$$

Случайная величина f_{1n} будет распределена по нормальному гауссовскому закону с математическим ожиданием nm_1 или nm_0 и дисперсией $n\sigma^2$. Исходя из условия обеспечения фиксированных значений α и β, определяются значения порогов обнаружения Z_n^* и Z_*^n на n-м шаге процедуры (рис. 8).

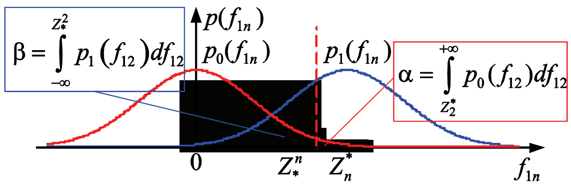

Рис. 8. Распределения плотностей вероятностей статистики на n-м шаге процедуры наблюдения

Очевидно, что трансформация закона распределения наблюдаемой статистики в совокупности с фиксированными значениями вероятностей α и β приводит к равенству (пересечению) верхнего и нижнего порогов обнаружения (рис. 9), что обеспечивает неизбежное принятие гипотезы H_0 или альтернативы H_1.

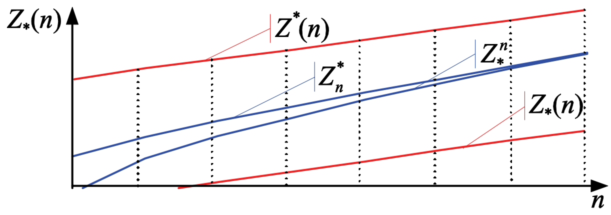

Рис. 9. Пороги обнаружения для ПКОВ и предлагаемого модифицированного критерия

В отличие от классической последовательной процедуры Вальда [1], где пороги обнаружения изменяются, однако расстояние между ними постоянно (рис. 9), расстояние между модифицированными порогами уменьшается с каждым шагом наблюдения. Следовательно, предложенный подход позволил получить автоматическую процедуру обнаружения с усечением, что является определенным достоинством рассматриваемого решающего правила.

Заключение. В работе предложен алгоритм решения задачи обнаружения на основе модифицированной последовательной процедуры обнаружения. Обеспечение постоянства значения ошибок обнаружения α и β на каждом шаге процедуры обнаружения позволило получить решающие границы в виде пересекающихся линий, что исключает затягивание процедуры обзора. Отмеченный факт является достоинством алгоритма, что обуславливает целесообразность его использования в радиолокационных системах обнаружения.

Литература

1. Охрименко, А. Основы радиолокации и радиоэлектронная борьба. Ч. 1. Основы радиолокации. – М.: Воениздат, 1983. – 456 с.

2. Вальд, А. Последовательный анализ / А. Вальд. – М.: Физматгиз, 1960. – 328 с.

3. Фу, К. Последовательные методы в распознавании образов и обучении машин / К. Фу. – М.: Наука, 1971. – 256 с.

Поступила 07.03.2013