

Лекция № 3

Цилиндрические зубчатые передачи.

Основные понятия о зубчатых передачах и основные определения. Классификация зубчатых передач. Области применения.

Силы в зацеплении. Расчет зубчатых цилиндрических передач на контактную прочность и усталостный изгиб. Определение допускаемых напряжений. Материалы и конструкции зубчатых колес.

ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Прямозубая передача. В прямозубой передаче зубья входят в зацепление сразу по всей длине. Это явление сопровождается ударами и шумом, сила которых возрастает с увеличением окружной скорости колес. Как правило, применяется в открытом и реже в закрытом исполнении.

Передаточное число определяется по формуле

$$U = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{Z_2}{Z_1}.$$

Значения U ограничиваются габаритами передачи. Рекомендуется принимать $U < 5.0$. Основные геометрические размеры определяют в зависимости от модуля и числа зубьев.

Диаметры делительной и начальной окружности:

$$d = d_w = mz.$$

Диаметр вершин d_a и диаметр впадин d_f зубьев:

$$d_a = d + 2h_a = d + 2m,$$

$$d_f = d - 2h_f = d - 2.5m.$$

где h_a – высота головки зуба, $h_a = m$; h_f – высота ножки зуба, $h_f = h_a + C$; C – радиальный зазор, $C = 0.25m$.

Межосевое расстояние передачи:

$$a_w = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{d_1(U+1)}{2} = \frac{m \cdot z(U+1)}{2} = \frac{m(Z_1 + Z_2)}{2}.$$

Число зубьев шестерни Z_1 и колеса Z_2 :

$$Z_{1\min} = 17; Z_2 = Z_1 \cdot U.$$

Коэффициенты ширины венца:

$$\psi_{bd} = \frac{b_2}{d}; \quad \psi_{ba_w} = \frac{b_2}{a_w}; \quad \psi_{b_m} = \frac{b_2}{m},$$

где b_2 – ширина венца колеса; d – диаметр делительной окружности; a_w – межосевое расстояние; m – модуль зацепления.

Ширина венца шестерни при твердости рабочих поверхностей зубьев < 350 HB:

$$b_1 = b_2 + (5-10) \text{ мм.}$$

Значения b_1 и b_2 принимаются из ряда чисел Ra 40 (см. табл. 1.1). Более широкая шестерня учитывает возможное осевое смещение зубчатых колес из-за неточности сборки, кроме того, это важно при приработке зубьев, когда более твердая шестерня перекрывает по ширине более мягкое колесо. При твердости рабочих поверхностей зубьев > 350 HB принимают $b_1 = b_2$.

Силы в зацеплении определяют в полюсе зацепления П (рис. 4.4). На шестерню действует вращательный момент T_1 , который создает распределенную по всей контактной линии зуба колеса нагрузку. Эту нагрузку заменяют равнодействующей силой F_n , направленной по линии зацепления NN и приложенной в полюсе зацепления П. Силами трения в зацеплении пренебрегают, так как они малы. Силу F_n раскладывают на окружную F_t и радиальную F_r .

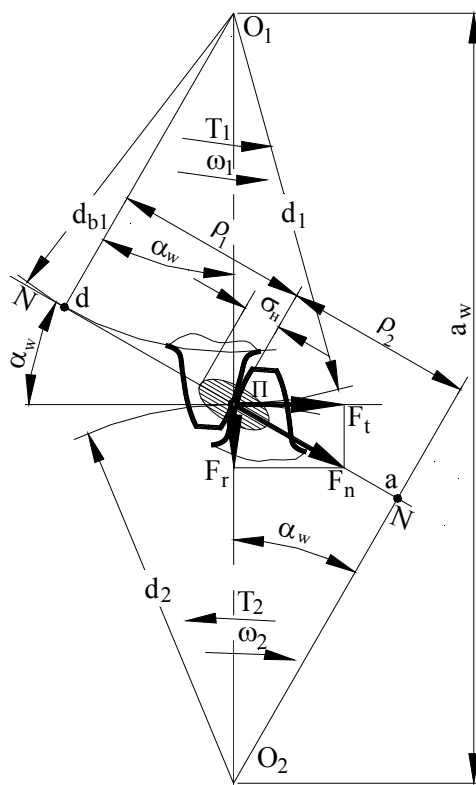


Рис. 3.4. Силы в зацеплении

$$F_t = F_n \cdot \cos \alpha_w = \frac{2T_2}{d_2}; \quad F_r = F_t \cdot \operatorname{tg} \alpha_w.$$

На ведомом колесе направление окружной силы F_{t2} совпадает с направлением вращения, а на ведущем F_{t1} – противоположно ему. Радиальные силы F_r направлены к осям вращения колес.

Косозубая передача. Цилиндрические колеса, у которых зубья расположены по винтовой линии на делительном цилиндре, называются винтовыми или чаще – косозубыми (рис. 3.5). В отличие от прямозубой, в косозубой передаче зубья входят в зацепление не сразу по всей длине, а постепенно, передавая нагрузку на несколько зубьев. В результате повышается нагрузочная способ-

ность, увеличивается плавность работы передачи, уменьшаются шум и динамические нагрузки. С увеличением угла наклона β линии зуба плавность зацепления и нагрузочная способность передачи увеличиваются, но при этом увеличивается и осевая сила F_a , что нежелательно (см. ниже). Поэтому β принимается от 8° до 26° . Косозубая передача применяется в ответственных механизмах при средних нагрузках и средних или высоких скоростях.

Основные геометрические размеры зависят от модуля и числа зубьев. При расчете косозубых колес учитывают два шага (рис. 4.5): нормальный P_n в нормальном сечении nn и окружной P_t в торцевом сечении tt, при этом $P_n = P_t \cdot \cos \beta$. Соответственно имеем и два модуля:

$$m_n = \frac{P_n}{\pi} \quad \text{и} \quad m_t = \frac{P_t}{\pi}, \quad \text{при этом} \quad m_n = m_t \cdot \cos \beta,$$

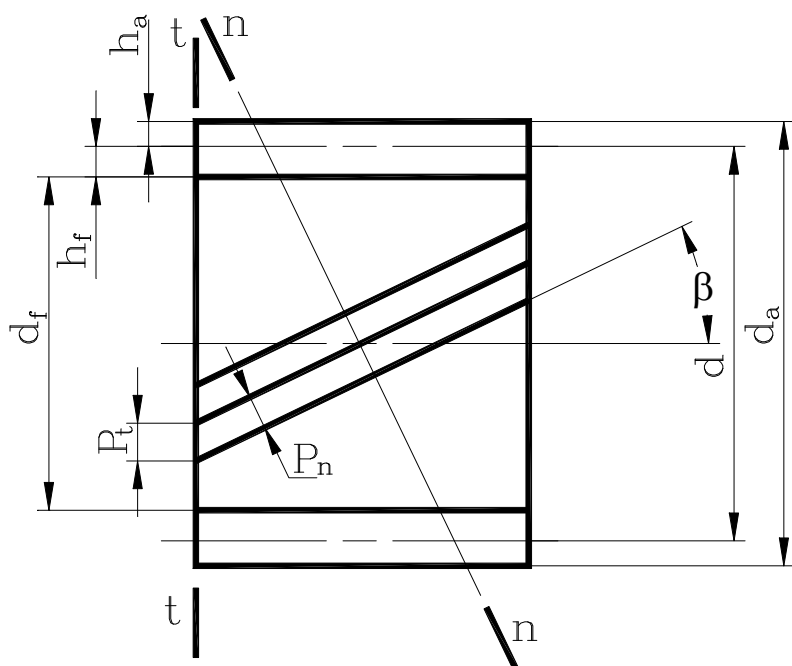


Рис. 4.5. Косозубое колесо

где m_t и m_n – соответственно окружной и нормальный модули зубьев. За расчетный принимают m_n , значение которого не зависит от угла наклона β и должно соответствовать стандартному.

Диаметры делительной и начальной окружности:

$$d = d_w = m_n z = m_t z / \cos \beta.$$

Диаметры вершин и впадин зубьев:

$$d_a = d + 2m_n,$$

$$d_f = d - 2.5m_n.$$

Межосевое расстояние:

$$a_w = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{d_1(U+1)}{2} = \frac{m_t(Z_1 + Z_2)}{2} = \frac{m_n(Z_1 + Z_2)}{2 \cos \beta}.$$

Эквивалентное колесо. Профиль зуба определяют его размеры и форма в нормальном сечении. Форму зуба в нормальном сечении принято определять через параметры эквивалентного прямозубого колеса (рис. 4.6). Нормальное

к линии зуба сечение NN делительного цилиндра имеет форму эллипса. Из курса аналитической геометрии известно, что радиус кривизны эллипса равен

$$r_v = \frac{d}{2 \cos^2 \beta}.$$

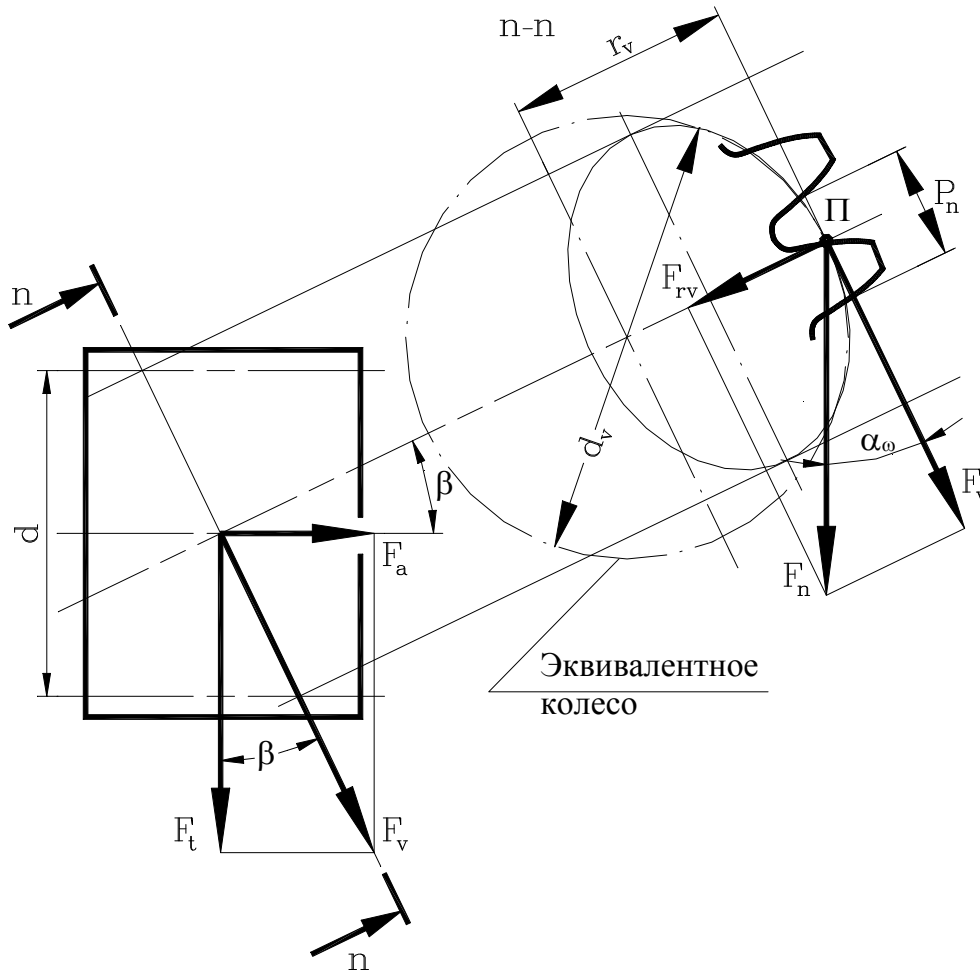


Рис. 3.6. Эквивалентное колесо

Профиль зуба в этом сечении достаточно близко совпадает с профилем приведенного прямозубого колеса, называемого эквивалентным, делительный диаметр которого $d_v = 2r_v = d/\cos^2\beta$, а эквивалентное число зубьев

$$Z_v = \frac{d_v}{m_n} = \frac{d_v}{m_n \cdot \cos^2\beta} = \frac{m_t \cdot Z}{m_t \cdot \cos^3\beta}, \text{ или } Z_v = \frac{Z}{\cos^3\beta},$$

где Z – действительное число зубьев косозубого колеса. Увеличение Z_v с увеличением β – одна из причин повышения прочности косозубых передач.

Силы в зацеплении определяют в полюсе зацепления П (см. рис. 4.6). Сила F_n , действующая на зуб косозубого колеса, направлена по нормали к профилю зуба, т.е. по линии зацепления эквивалентного прямозубого колеса, и составляет α_w с касательной к эллипсу. Разложим эту силу на две составляющие: окружную $F_v = F_n \cdot \cos\alpha_w$ и радиальную $F_{rv} = F_v \cdot \operatorname{tg}\alpha_w$.

Из рис. 4.6 видно, что радиальные силы эквивалентного F_{rv} и косозубого колеса F_r совпадают по величине и направлению, т.е.

$$F_r = F_v \cdot \operatorname{tg} \alpha_w,$$

а сила F_v расположена в плоскости, касательной к начальному цилиндру, и составляет угол β с осью колеса. Разложим силу F_v на две составляющие: окружную силу

$$F_t = F_v \cdot \cos \beta$$

и осевую силу

$$F_a = F_v \cdot \sin \beta.$$

Из ф-лы (4.2) найдем значение $F_v = F_t / \cos \beta$ и подставим в ф-лы (4.1) и (4.3), получим радиальную силу

$$F_r = F_t \frac{\operatorname{tg} \alpha_w}{\cos \beta}$$

и осевую силу $F_a = F_t \cdot \operatorname{tg} \beta$,

где $F_t = \frac{2T_2}{d_2}$.

На зубья шестерни и колеса действуют одинаковые, но противоположно направленные силы, направления которых зависят от направления вращения колес и направления наклона линии зубьев. Наличие в зацеплении осевой силы дополнительно нагружает валы и подшипники и является недостатком косозубых передач.

Шевронная передача. Для того чтобы исключить недостаток косозубых передач (осевую силу F_a) и сохранить их преимущества, принимают шевронные передачи. Шевронное колесо - сдвоенное косозубое колесо, выполненное как одно целое. Каждая половина колеса нарезана со встречным углом наклона β линии зуба (рис. 3.7). Вследствие равного направления линии зубьев на полушевронах осевые силы $F_a/2$ взаимно уравниваются и на валы и подшипники не передаются. Это позволяет принимать у шевронных колес угол $\beta = 25-40^\circ$, что повышает нагрузочную способность передачи и плавность работы. Шевронные колеса изготавливаются с дорожкой a в середине колеса (см. рис. 3.7) для выхода режущего инструмента или без дорожки. Ширина дорожки принимается обычно $a = (10-15)m$.

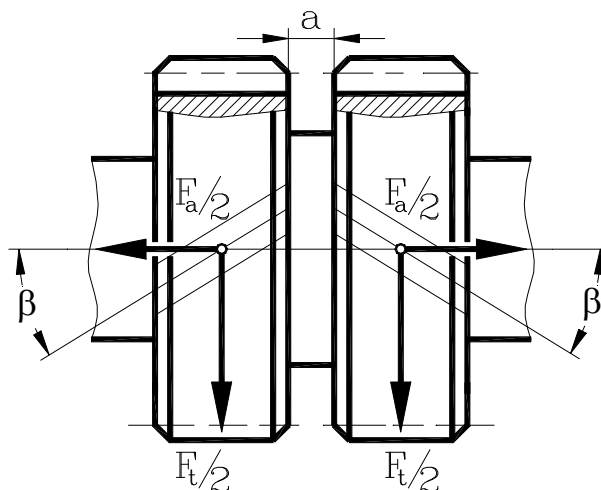


Рис. 3.7. Шевронное колесо

Колеса без дорожки нарезают на специальных малопроизводительных станках, поэтому их применяют реже, чем колеса с дорожкой. Применяют в высоконагруженных быстроходных передачах. Недостаток их – высокая стоимость изготовления. Геометрические параметры и прочностной расчет этих колес подобны расчетам косозубой передачи.

РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Зубчатые передачи рассчитываются по усталостному контактному напряжению σ_H и усталостному изгибу зуба σ_F . При этом для закрытых зубчатых передач проектный расчет ведется по усталостной контактной прочности σ_H , а проверка производится на усталостную контактную прочность σ_H и усталостный изгиб σ_F . Для открытых зубчатых передач и проектный, и проверочный расчеты ведутся только по напряжениям усталостного изгиба σ_F .

Расчет на контактную прочность рабочих поверхностей зубьев

Расчет регламентирован ГОСТ 21354. В приведенной методике введены некоторые упрощения, практически не влияющие на результаты расчетов. Расчет производят при контакте зубьев в полюсе зацепления Π (см. рис. 4.4). Контакт зубьев рассматривают как контакт двух цилиндров с радиусами ρ_1 и ρ_2 . При этом наибольшие контактные напряжения определяют по формуле Герца

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{q \cdot E_{np}}{\rho_{np} \cdot 2\pi(1 - \mu^2)}}.$$

Прямозубые передачи. Нормальная нагрузка на единицу длины контактной линии зуба

$$q = \frac{F_n}{l_\Sigma} \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\beta} \cdot K_{H\nu} = \frac{F_t \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\beta} \cdot K_{H\nu} \cdot Z_\varepsilon^2}{b_2 \cdot \cos\alpha_w},$$

где $K_{H\alpha}$ - коэффициент неравномерности распределения нагрузки между зубьями; $K_{H\beta}$ - коэффициент неравномерности распределения нагрузки по длине зуба; $K_{H\nu}$ - коэффициент динамической нагрузки; F_n - нормальная сила (см. рис. 4.4), $F_n = F_t / \cos \alpha_w$; l_Σ - суммарная длина контактных линий, которая зависит от коэффициента торцевого перекрытия ε_α и ширины венца колеса b_2 и определяется по эмпирической формуле

$$l_\Sigma = \frac{b_2}{Z_\varepsilon^2}, \quad \text{где } Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{(4 - \varepsilon_\alpha)}{3}}.$$

Приведенный радиус кривизны

$$\rho_{np} = \frac{\rho_1 \cdot \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} = \frac{d_1 \cdot U \cdot \sin \alpha_w}{2(U+1)},$$

где ρ_1 и ρ_2 - радиусы кривизны эквивалентных профилей зубьев в полюсе зацепления: $\rho_1 = 0.5 \cdot d_1 \cdot \sin \alpha_w$; $\rho_2 = 0.5 \cdot d_2 \cdot \sin \alpha_w = 0.5 d_1 \cdot U \cdot \sin \alpha_w$.

Подставив значения q и ρ_{np} в формулу (1.11) и заменив $\sin \alpha_w \cdot \cos \alpha_w = (\sin 2\alpha_w) \cdot 0.5$, получим

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{E_{np} \cdot 2Z_\varepsilon^2 \cdot F_t \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\beta} \cdot K_{H\nu} \cdot (U+1)}{\pi(1-\mu^2) \cdot \sin 2\alpha_w \cdot b_2 \cdot d_1 \cdot U}},$$

или

$$\sigma_H = Z_m \cdot Z_H \cdot Z_\varepsilon \cdot \sqrt{\frac{F_t \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\beta} \cdot K_{H\nu} \cdot (U+1)}{b_2 \cdot d_1 \cdot U}},$$

где

$$Z_M = \sqrt{\frac{E_{np}}{\pi(1-\mu^2)}} -$$

коэффициент, учитывающий механические свойства материалов сопряженных зубьев, для стальных зубчатых колес $Z_M = 275 \text{ Па}^{1/2}$,

$$Z_H = \sqrt{\frac{2}{\sin 2\alpha_w}} -$$

коэффициент, учитывающий форму сопряженных поверхностей зубьев, при $\alpha_w = 20^\circ$ $Z_H = 1.76$; Z_ε - коэффициент, учитывающий суммарную длину контактных линий, для прямозубых передач $Z_\varepsilon \approx 0.9$.

Выразив в формуле (4.5) $F_t = 2T_2/d_2$, $d_2 = 2a_w/(U+1)$ и заменив d_1 на d_2/U , подставив значения коэффициентов Z_M , Z_H , Z_ε и $K_{H\alpha} = 1$, получим формулу проверочного расчета прямозубых передач:

$$\sigma_H = \frac{310}{a_w \cdot U} \sqrt{\frac{T_2 \cdot K_{H\beta} \cdot K_{H\nu} \cdot (U+1)^3}{b_2}} \leq [\sigma_H], \quad \text{где } \sigma_H \text{ и } [\sigma_H] -$$

расчетное и допускаемое контактные напряжения, Н/мм²; T_2 - крутящий момент на колесе, Н·мм; a_w - межосевое расстояние, мм; b_2 - ширина колеса, мм.

Заменив в формуле (4.6) значение b_2 на $\psi_{ba} \cdot a_w$, где ψ_{ba} - коэффициент ширины венца колеса относительно межосевого расстояния, предварительно приняв $K_{H\nu} = 1.25$ и решив ее относительно a_w , получим формулу проектного расчета прямозубой передачи:

$$a_w = 49.5(U+1) \sqrt[3]{\frac{T_2 \cdot K_{H\beta}}{[\sigma_H]^2 \cdot U^2 \cdot \psi_{ba}}}.$$

Косозубые передачи. Вследствие наклона зубьев в зацеплении одновременно находятся несколько пар, что уменьшает нагрузку на один зуб, повышая его прочность. Это учитывается уменьшением коэффициентов Z_H и Z_ε , среднее значение которых принимают: $Z_H = 1.71$; $Z_\varepsilon \approx 0.8$. Тогда с учетом коэффициента $K_{H\alpha}$ из выражения (4.6) получим формулу проверочного расчета косозубых передач:

$$\sigma_H = \frac{266}{a_w \cdot U} \sqrt{\frac{T_2 \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\beta} \cdot K_{Hv} \cdot (U+1)^3}{b_2}} \leq [\sigma_H].$$

Косозубые передачи работают более плавно, чем прямозубые, поэтому коэффициент K_{Hv} меньше. Предварительно приняв $K_{Hv} \cdot K_{H\alpha} = 1.1$ по аналогии с прямозубыми передачами из выражения (4.8), получим формулу проектного расчета косозубых передач:

$$a_w = 43(U+1) \sqrt[3]{\frac{T_2 \cdot K_{H\beta}}{[\sigma_H]^2 \cdot U^2 \cdot \psi_{ba}}}.$$

Полученные значения по формулам (4.7) и (4.9) округляют до ближайшего стандартного.

При проверочном расчете по формулам (4.6) и (4.8) должно соблюдаться условие $\sigma_H > [\sigma_H]$ не более 5% и $\sigma_H < [\sigma_H]$ не более, чем на 10%. Если эти условия не соблюдаются, то необходимо соответственно изменить или коэффициент ширины венца ψ_{ba} или модуль m либо назначить другие материалы колес или другую термообработку и расчет повторить.

Расчет зубьев на усталостный изгиб

Прямозубые передачи. При выводе расчетной формулы принимают следующие допущения: 1) вся нагрузка F_n зацепления передается одной парой зубьев (рис. 4.8), которая приложена к вершине зуба и направлена по нормали к его профилю; 2) сила трения в зацеплении и сжимающее действие силы F_n мало влияют на величину напряжения и поэтому не учитываются; 3) зуб рассматривают как консольную балку, нагруженную сосредоточенной силой F_n , приложенной к зубу в его вершине. Эта сила, действующая под углом α_w к оси зуба, вызывает в его сечении напряжения изгиба и сжатия. Силу F_n переносят по линии зацепления NN до оси зуба и полученную точку O принимают за вершину параболы, которая определяет контур балки равного сопротивления изгибу. Точки A и B касания ветвей параболы и профиля зуба определяют положение опасного сечения зуба на изгиб.

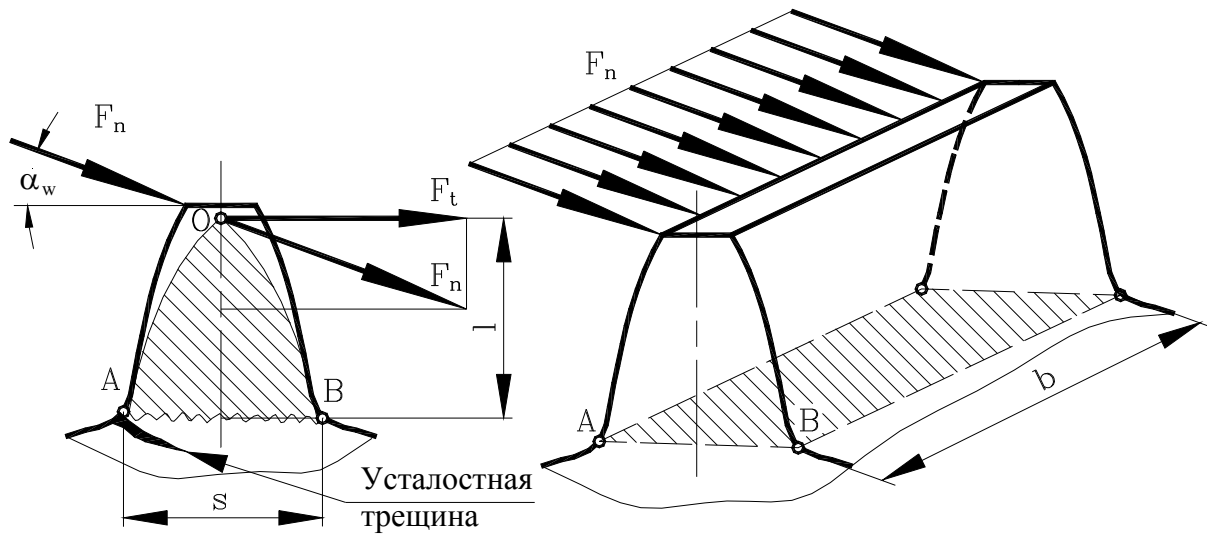


Рис. 3.8. Изгиб зуба

При этих допущениях наибольшее напряжение изгиба в опасном сечении ножки зуба АВ, расположенном в зоне концентрации напряжений (см. рис. 4.8).

$$\sigma_F = F_n \cdot l / W = 6F_t \cdot l \cdot K_\tau / (bs^2 \cdot \cos 2\alpha_w),$$

где $W = bs^2/6$ – осевой момент сопротивления опасного сечения ножки зуба; $F_n = F_t / \cos \alpha_w$; K_τ – теоретический коэффициент концентрации напряжений.

Плечо изгиба l и ширину зуба b в опасном сечении S выражают через модуль: $l = \mu m$; $S = \nu m$, где μ и ν – коэффициенты, учитывающие форму зуба. Тогда

$$\sigma_F = \frac{6F_t \mu m}{b \nu^2 m^2 \cos \alpha_w} \cdot K_\tau = Y_F \frac{F_t}{b \cdot m};$$

$$Y_F = \frac{6\mu}{\nu^2 \cos \alpha_w} \cdot K_\tau \text{ – коэффициент формы зуба.}$$

Учитывая неравномерность распределения нагрузки по длине зуба поправочным коэффициентом $K_{F\beta}$ и дополнительные динамические нагрузки коэффициентом K_{Fv} , получим формулу для проверочного расчета прямозубых передач:

$$\sigma_F = Y_F \frac{F_t}{b_2 m} \cdot K_{F\tau} \cdot K_{Fv} \leq [\sigma_F],$$

где Y_F – коэффициент формы зуба – величина безразмерная, зависящая от числа зубьев Z или Z_v .

Из-за меньшего числа зубьев зуб шестерни у основания более тонкий, чем у колеса, поэтому $Y_{F1} > Y_{F2}$. Для обеспечения примерно равной прочности зубьев шестерни и колеса на изгиб шестерню делают более прочной, чем колесо. Зубья шестерни и колеса будут иметь примерно равную прочность на изгиб при условии

$$[\sigma_{F1}] / Y_{F1} \approx [\sigma_{F2}] / Y_{F2}.$$

Заменив F_t на $2T_1/d_1 = 2T_1/mZ_1$, выразив b через модуль m , т.е. $b = \psi_{bd}d_1 = \psi_{bd}mZ_1$, подставив найденные значения в формулу (4.10) и решив ее относи-

тельно модуля, получим формулу для проектного расчета открытых зубчатых передач:

$$m = 14_3 \sqrt{Y_F \frac{T_1 \cdot K_{F\beta}}{\psi_{bd} \cdot U^2 \cdot [\sigma_F]^2}},$$

где T_1 – крутящий момент на валу шестерни, z_1 – число зубьев шестерни.

В формулы (4.10) и (4.12) подставляем значения Y_F и $[\sigma_F]$ того зубчатого колеса, для которого меньше отношение $[\sigma_F]/Y_F$.

Косозубые передачи. Наклонное расположение зубьев увеличивает их прочность на изгиб и уменьшает динамические нагрузки. Это учитывается введением в расчетную формулу прямозубых передач (4.10) поправочных коэффициентов Y_β и $K_{F\alpha}$. Формула проверочного расчета косозубых передач:

$$\sigma_F = Y_\beta Y_F \frac{F_t}{b_2 m_n} \cdot K_{F\alpha} \cdot K_{F\beta} \cdot K_{Fv} \leq [\sigma_F],$$

где $Y_\beta = 1 - \beta^\circ/140$ – коэффициент, учитывающий наклон зуба; $K_{F\alpha}$ – коэффициент распределения нагрузки между зубьями.

Коэффициент формы зуба принимается по эквивалентному числу зубьев Z_v . С учетом повышенной нагрузочной способности косозубых передач при некоторых средних значениях Y_β , $K_{F\alpha}$, K_{Fv} по аналогии с прямозубыми получим формулу для проектного расчета косозубых передач определения нормального модуля:

$$m_n = 12_3 \sqrt{\frac{T_1 \cdot K_{F\beta}}{\psi_{bd} \cdot Z_1^2 \cdot [\sigma_F]^2}}.$$

РАСЧЕТ ДОПУСКАЕМЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

Расчет допускаемых контактных напряжений ведется по формуле

$$[\sigma_H] = \frac{\sigma_{Hlimb} \cdot K_{HL}}{[S_H]},$$

где σ_{Hlimb} – предел контактной выносливости рабочих поверхностей зубьев, соответствующий базе испытаний N_{H0} (числу циклов перемены напряжений) и зависит от термообработки и твердости поверхности зубьев; K_{HL} – коэффициент долговечности, учитывающий влияние срока службы и режима нагрузки передачи; для длительно работающих передач $K_{HL} = 1$. Стандартом установлен для зубчатых редукторов общего назначения срок службы 4000 часов; $[S_H]$ – допускаемый коэффициент безопасности, зависящий от однородности материала зуба, определяемый термообработкой ($[S_H] = 1.1$ при нормализации, улучшении, объемной закалке, $[S_H] = 1.2$ – при поверхностной закалке, цементации и азотировании).

При расчете прямозубых передач в качестве допускаемого напряжения принимают $[\sigma_H]$ того зубчатого колеса, для которого оно меньше; как правило это $[\sigma_{H2}]$. При расчете косозубых и шевронных в расчетные формулы подставляют среднее допускаемое контактное напряжение:

$$[\sigma_H] = 0.45([\sigma_{H1}] + [\sigma_{H2}]),$$

при этом оно не должно превышать $1.2[\sigma_{H2}]$.

Расчет допускаемых усталостных напряжений при изгибе ведется по формуле

$$[\sigma_F] = \frac{\sigma_{Flimb} \cdot K_F \cdot K_{FL}}{[S_F]},$$

где σ_{Flimb} – предел выносливости зубьев при изгибе, соответствующий базе испытаний N_{F0} , берется из таблицы с учетом термообработки и марки стали; K_F – коэффициент реверсивности нагрузки, $K_F = 1$ при одностороннем приложении нагрузки, $K_F = 0.7-0.8$ при двухстороннем, реверсивном приложении нагрузки; K_{F1} – коэффициент долговечности, зависящий от срока службы и режима нагрузки, для длительно работающей передачи $K_{F1} = 1$; $[S_F]$ – допускаемый коэффициент безопасности, $[S_F] = 1.75$ – для зубчатых колес, изготовленных из поковок и штамповок, $[S_F] = 2.3$ – из литых заготовок.